МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ

«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УДК 513.8, 515.1

№ ГР 2001523

Инв. № ______________

УТВЕРЖДАЮ

Проректор УО ВГТУ по научной работе

____________________ С.М. Литовский

М.П.

ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ ОТЧЕТ

о научно-исследовательской работе «Исследование алгебраических структур на многообразиях» Государственной программы фундаментальных исследований «Исследование основных математических структур и проблем математического моделирования» (шифр «Математические структуры»)

(годовой)

2004-Г/Б-308

Начальник НИС С.А. Беликов
20.12.04

Научный руководитель,

Дфмн, проф. Ю.В. Муранов
20.12.04

Витебск

2004

РЕФЕРАТ

Отчет 9 с., 1 кн., 1 прил.

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СТРУКТУР НА МНОГООБРАЗИЯХ

Объектом исследования является проблема расщепления и группы препятствий для многообразий с подмногообразиями.

Цель работы --- изучить алгебраические и геометрические свойства групп препятствий и структурных множеств.

В процессе работы проводились исследования геометрических и алгебраических аспектов проблемы расщепления для многообразия с системой подмногообразий и структурных множеств.

В результате исследования получены новые результаты о геометрических и алгебраических свойствах проблемы расщепления для систем многообразий, определены и исследованы структурные множества для фильтрации, определены и исследованы группы препятствий для пар многообразий с границами, описаны связи введенных групп с классическими объектами и группами препятствий.

Полученные результаты применимы в геометрической топологии, алгебраической К-теории, теории стратифицированных пространств.

Введение.

Исследование различных алгебраических структур для систем многообразий были использованы Браудером и Ливси при исследовании инволюций на гомотопических сферах, а затем интенсивно развивались в тесной связи с теорией перестроек в работах Лопеза де Медрано, Уолла и Раницкого. Тесная связь алгебраических и геометрических аспектов эрмитовой K-теории (L-теории), глубокому исследованию которой положила начало работа С. П. Новикова, имеет место не только для многообразий, но и для различных систем многообразий. Параллельно с классической теорией перестроек развивалась также теория внутренних перестроек или теория расщепления гомотопической эквивалентности вдоль подмногообразия. В частности, техника расщепления эффективно применяется для вычисления отображений в точной последовательности Сулливана и для решения вопроса о реализации элементов групп Уолла нормальными отображениями замкнутых многообразий. При этом основные запрещающие реализацию замкнутыми многообразиями инварианты задаются на языке отображений между различными L-группами и группами препятствий к расщеплению. Сюда следует отнести такие естественные отображения как трансфер, скрученный трансфер и индуцирование. Мы изучаем их алгебраические и геометрические свойства для случая систем многообразий.

Группы препятствий к расщеплению $LS_{n-q}(F)$ естественно возникают в задаче перестройки подмногообразия $N \subset M$ коразмерности q внутри n-мерного многообразия M. Если коразмерность подмногообразия N больше или равна 3, то группы $LS_{n-q}(F)$ не зависят от многообразия M и совпадают с абстрактными группами препятствий к перестройкам $L_{n-q}(\pi_1(N))$, где $\pi_1(N)$ — фундаментальная группа подмногообразия N, снабженная гомоморфизмом ориентации $w : \pi_1(N) \to \{\pm 1\}$. Рассмотрим простую гомотопическую эквивалентность $f : M \to Y$ многообразия M в n - мерный геометрический комплекс Пуанкаре Y с подкомплексом X коразмерности q. Соответствующая задача расщепления отображения f вдоль X состоит в деформации f с точностью до гомотопии в такое трансверсальное к X отображение, что ограничения

$$f|_N : N \to X, f|_{M\setminus N} : (M \setminus N) \to (Y \setminus X), N = f^{-1}(X)$$

являются простыми гомотопическими эквивалентностями. Препятствие к расщеплению $\sigma(f, Y)$ лежит в группе $LS_{n-q}(F)$, которая функториально зависит от универсального квадрата F фундаментальных групп с ориентацией

$$F = \begin{pmatrix} \pi_1(\partial U) & \longrightarrow & \pi_1(Y \setminus X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \pi_1(X) & \longrightarrow & \pi_1(Y) \end{pmatrix},$$

где ∂U — пространство сферического расслоения нормального расслоения X в Y. При этом группы $LS_{n-q}(F)$ 4-периодичны, т. е. $n-q$ можно считать равным $0, 1, 2, 3 \bmod 4$. Для удобства обозначим группы с ориентациями из квадрата F следующим образом:

$$F = \begin{pmatrix} A & \longrightarrow & C \\ \downarrow & & \downarrow \\ B & \longrightarrow & D \end{pmatrix}.$$

Пусть $Y^{n-q} \subset X^n$ — подмногообразие коразмерности q с нормальным расслоением ξ в n-мерном многообразии X. Обозначим через ∂U_ξ границу трубчатой окрестности U_ξ подмногообразия Y в X. Здесь и в дальнейшем, если не оговорено противное, мы будем рассматривать только $L^s_* = L_*$-группы, задающие препятствия к перестройке до простой гомотопической эквивалентности.

В 1978 году Кэппел и Шейнсон отметили интересные свойства инвариантов Браудера-Ливси, которые аналогичны дифференциалам некоторой спектральной последовательности. Такая спектральная последовательность была построена Хэмблтоном и Харшиладзе в 1991 году. Эта спектральная последовательность тесно связана с важнейшей геометрической задачей реализации элементов групп Уолла нормальными отображениями замкнутых многообразий. Основной шаг конструкции спектральной последовательности состоит в построении бесконечной фильтрации спектров, в которой только первые два, как хорошо известно, имеют ясный геометрический смысл. Первый из них это спектр $\mathbb{L}(\pi_1(X))$ для групп препятствий к перестройкам многообразия X, а второй $\mathbb{L}P_*(F)$ это спектр для групп препятствий к перестройкам пары $Y \subset X$ многообразий Браудера-Ливси. Геометрический смысл третьего члена фильтрации был объяснен Мурановым, Реповшем и Спаггиари в 2002 году.

Список исполнителей.

1. Муранов Ю. В. – научный руководитель, главный научный сотрудник НИС, профессор, дфмн.

2. Муранова Е.Н. – исполнитель, старший научный сотрудник НИС.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Список публикаций по теме исследований

2004 г.

1. Rolando Jimenez, Y.V. Muranov, D. Repovš, *Surgery spectral sequence and stratified manifolds* **42** (2004), Preprint University of Ljubljana, N.935. IMFM, 1–33.

2. M. Cencelj, Yu. V. Muranov, D. Repovš, *On splitting problem for manifold with boundaries*, Preprint University of Ljubljana, N. 936. IMFM **42** (2004), 1–22.

3. A. Bak, Yu. V. Muranov, *Splitting along submanifolds and L-spectra*, Journal of Mathematical Sciences, Issue 4 **123** (2004), 4169–4184.

4. М.А. Васильев, П.Л. Иванков, И.М. Котин, Ю.В. Муранов, *Сборник контрольных заданий по линейной алгебре и аналитической геометрии (для студентов экономических специальностей)* (2004), Витебский филиал ЧУО ИСЗ, 1–19.

5. М.А. Васильев, П.Л. Иванков, Ю.В. Муранов, *Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре, ч. I* (2004), Витебский филиал ЧУО ИСЗ, 1–65.

6. Ю.В. Муранов, *Математика и высшая математика* (2004), Сборник докладов международной конференции. Математическое образование: современное состояние и перспективы. Могилев, 169–171.

7. Rolando Jimenez, Yuri Muranov, *Homotopy triangulations of a triple of manifolds* (2004), Abstracts of International Conference Geometric Topology, Discrete Geometry and Set Theory, Steklov Mat. Insitute, Moscow, 26.

8. Yu.V. Muranov, *Surgery on manifold with filtration* (2004), Abstracts of International Conference Geometric Topology, Discrete Geometry and Set Theory, Steklov Mat. Insitute, Moscow, 31–32.

9. Yu.V. Muranov, *Browder-Quinn obstruction groups and surgery spectral sequence* (2004), Тезисы. IX Белорусская математическая конференция, Гродно, Часть 2, 75.

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TEX