МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ

«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УДК 513.8, 515.1 **УТВЕРЖДАЮ**

№ ГР 2001523 Проректор УО ВГТУ по научной работе

Инв. № ______________ ____________________ С.М. Литовский

М.П.

ОТЧЕТ

о научно-исследовательской работе «Исследование алгебраических структур на многообразиях» Государственной программы фундаментальных исследований «Исследование основных математических структур и проблем математического моделирования» (шифр «Математические структуры»)

(годовой)

2003-Г/Б-308

Начальник НИС С.А. Беликов

Научный руководитель,

Дфмн, проф. Ю.В. Муранов

Витебск

2003

Список исполнителей

1. Муранов Ю. В. -- научный руководитель, главный научный сотрудник, профессор, дфмн.

2. Муранова Е. Н. -- исполнитель, старший научный сотрудник НИС.

РЕФЕРАТ

Отчет 7 с., 1 кн., 1 прил.

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СТРУКТУР НА МНОГООБРАЗИЯХ

Объектом исследования являются группы препятствий к перестройкам многообразий с подмногообразиями.

Цель работы --- изучить алгебраические и геометрические свойства этих групп и их свзи с классическими группами и отображениями.

В процессе работы проводились исследования отображений трансфера, групп препятствий к перестройкам и расщеплению для троек многообразий, спектральной последовательности в теории перестроек.

В результате исследования получены новые результаты о отображении трансфера для систем многообразий, определены и исследованы группы препятствий к расщеплению для пары подмногообразий, описаны связи введенных групп с классическим группами препятствий и спектральными последовательностями.

Полученные результаты применимы в геометрической топологии, алгебраической К-теории, теории стратифицированных пространств.

Введение.

Исследование различных алгебраических структур для систем многообразий были использованы Браудером и Ливси при исследовании инволюций на гомотопических сферах, а затем интенсивно развивались в тесной связи с теорией перестроек в работах Лопеза де Медрано, Уолла и Раницкого. Тесная связь алгебраических и геометрических аспектов эрмитовой K-теории (L-теории), глубокому исследованию которой положила начало работа С. П. Новикова, имеет место не только для многообразий, но и для различных систем многообразий. Параллельно с классической теорией перестроек развивалась также теория внутренних перестроек или теория расщепления гомотопической эквивалентности вдоль подмногообразия. В частности, техника расщепления эффективно применяется для вычисления отображений в точной последовательности Сулливана и для решения вопроса о реализации элементов групп Уолла нормальными отображениями замкнутых многообразий. При этом основные запрещающие реализацию замкнутыми многообразиями инварианты задаются на языке отображений между различными L-группами и группами препятствий к расщеплению. Сюда следует отнести такие естественные отображения как трансфер, скрученный трансфер и индуцирование. Мы изучаем их алгебраические и геометрические свойства для случая систем многообразий.

Группы препятствий к расщеплению $LS_{n-q}(F)$ естественно возникают в задаче перестройки подмногообразия $N \subset M$ коразмерности q внутри n-мерного многообразия M. Если коразмерность подмногообразия N больше или равна 3, то группы $LS_{n-q}(F)$ не зависят от многообразия M и совпадают с абстрактными группами препятствий к перестройкам $L_{n-q}(\pi_1(N))$, где $\pi_1(N)$ — фундаментальная группа подмногообразия N, снабженная гомоморфизмом ориентации $w : \pi_1(N) \to \{\pm 1\}$. Рассмотрим простую гомотопическую эквивалентность $f : M \to Y$ многообразия M в n - мерный геометрический комплекс Пуанкаре Y с подкомплексом X коразмерности q. Соответствующая задача расщепления отображения f вдоль X состоит в деформации f с точностью до гомотопии в такое трансверсальное к X отображение, что ограничения

$$f|_N : N \to X, f|_{M \setminus N} : (M \setminus N) \to (Y \setminus X), N = f^{-1}(X)$$

являются простыми гомотопическими эквивалентностями. Препятствие к расщеплению $\sigma(f, Y)$ лежит в группе $LS_{n-q}(F)$, которая функториально зависит от универсального квадрата F фундаментальных групп с ориентацией

$$F = \begin{pmatrix} \pi_1(\partial U) & \longrightarrow & \pi_1(Y \setminus X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \pi_1(X) & \longrightarrow & \pi_1(Y) \end{pmatrix},$$

где ∂U — пространство сферического расслоения нормального расслоения X в Y. При этом группы $LS_{n-q}(F)$ 4-периодичны, т. е. $n-q$ можно считать равным $0, 1, 2, 3 \bmod 4$. Для удобства обозначим группы с ориентациями из квадрата F следующим образом:

$$F = \begin{pmatrix} A & \longrightarrow & C \\ \downarrow & & \downarrow \\ B & \longrightarrow & D \end{pmatrix}.$$

Пусть $Y^{n-q} \subset X^n$ — подмногообразие коразмерности q с нормальным расслоением ξ в n-мерном многообразии X. Обозначим через ∂U_ξ границу трубчатой окрестности U_ξ подмногообразия Y в X. Для расслоения

$$(U_\xi, \partial U_\xi) \xrightarrow{p} Y$$

определены отображения трансфера групп Уолла

$$tr_\xi : L_{n-q}(\pi_1(Y)) \to L_n\left(\pi_1(\partial U_\xi) \to \pi_1(U_\xi)\right)$$

и

$$tr'_\xi : L_{n-q}(\pi_1(Y)) \to L_n(\pi_1(\partial U_\xi)).$$

Здесь и в дальнейшем, если не оговорено противное, мы будем рассматривать только $L^s_* = L_*$-группы, задающие препятствия к перестройке до простой гомотопической эквивалентности.

Отображения трансфера тесно связаны с группами препятствий к расщеплению и группами препятствий к перестройкам пар многообразий и дают много дополнительной информации о геометрических свойствах элементов групп препятствий к перестройкам . Для случая односторонних подмногообразий коразмерности 1 отображения трансфера дают запрещающие инварианты для реализации элементов групп Уолла нормальными отображениями замкнутых многообразий. Основным методом построения спектральной последовательности теории перестроек является реализация отображений трансфера и индуцирования на уровне спектров для пар Браудера-Ливси. Реализация отображений трансфера на уровне спектров позволяет получить новые связи между классическими группами препятствий в задаче расщепления в коразмерностях 1 и 2.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Список публикаций по результатам исследований

1. Ю.В. Муранов, Ф. Бак. Расщепление вдоль подмногообразий и L-спектры. Современная математика и ее приложения. Том 1. Академия наук Грузии, Институт кибернетики, Тбилиси, 2003, 3–18.

2. A. Cavicchioli, Y. V. Muranov, D. Repovs. On a certain surgery spectral sequence. JP Journal of Geometry and Topology. 2003, V. 3, Issue 1, March 2003, P. 1-27.

3. Ю.В. Муранов, Реповш Д., Спаггири Ф. Перестройка троек многообразий. Мат. сборник. 2003, Т. 194. 1251–1271.

4. Yu. V. Muranov, D. Repovs. Geometric properties of the surgery spectral sequence. Preprint University of Ljubljana, 2003, Vol. 41, no 856, 1–7.

5. Yu. V. Muranov. Surgery exact sequence and splitting problem. Abstracts of International Conference Kolmogorov and Contemporary Mathematics, Moscow, 2003, P. 829–830.

6. Yu. V. Muranov. Geometric properties of the surgery spectral sequence. Abstracts of 3-Poznan Workshop on Transformation Groups. Poznan. 2003 (www.astagor.net/bak/).

7. Rolando Jimenez, Yurij V. Muranov. Homotopy triangulations of a manifold triple. Abstracts of 3-Poznan Workshop on Transformation Groups. Poznan. 2003. (www.astagor.net/bak/).

8. Rolando Jimenez, Yurij V. Muranov. Surgery transfer maps for triples of manifolds. Abstracts of International Conference. Helsinki. Finland. 2003 (www.astagor.net/illman/).

9. Е.Н. Муранова. Структуры на L-группах для систем многообразий. Сборник докладов V научно-мет. конф. ВФ УО ИСЗ, Витебск, 2003, 261–262.

10. Ю.В. Муранов. Классификация многообразий различных категорий. Сборник докладов V научно-мет. конф. ВФ УО ИСЗ, Витебск, 2003, 262–263.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX