

$$a_{\tau} = -2 \frac{R^2 L \omega^2}{(R\omega t + L)^2}, \quad (22)$$

$$a_{\rho} = \frac{RL\omega^2}{R\omega t + L} \left[1 + 2 \frac{R^2}{(R\omega t + L)^2} \right], \quad (23)$$

$$a_z = \dot{V}_z = \frac{R^3 L^2 \omega^2}{(R\omega t + L)^3} \frac{1 + 2 \frac{R^2}{(R\omega t + L)^2}}{\sqrt{V^2 - \left(\frac{RL\omega}{R\omega t + L} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{R}{R\omega t + L} \right)^2 \right]}}. \quad (24)$$

По известным параметрам ускорения находим проекции силы, действующей на элемент нити dm .

$$\Delta F_{\tau} = -2dm \frac{R^2 L \omega^2}{(R\omega t + L)^2} = -2dm \frac{\omega^2}{L} \rho^2. \quad (25)$$

Найденное значение приращения натяжения пряжи позволяет сделать вывод, что при фиксированных параметрах ω , L , dm приращение натяжения пропорционально квадрату радиуса.

УДК 621.837.7

КВАЗИОСТАНОВКИ В ПЛАНЕТАРНОМ МЕХАНИЗМЕ С ВНУТРЕННИМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Студ. Героева О.С., Герасимова А.В., к.т.н., доц. Федосеев Г.Н.

Витебский государственный технологический университет

Машины текстильной и легкой промышленности нередко обслуживают технологические процессы, требующие остановок исполнительного органа. Ввиду относительно большой податливости обрабатываемых материалов, эти остановки могут получаться как квазиостановки перемещающегося исполнительного органа, перемещение которого практически не влияет на качество выполнения технологического процесса.

Возможный механизм такого рода представлен на рисунке 1.

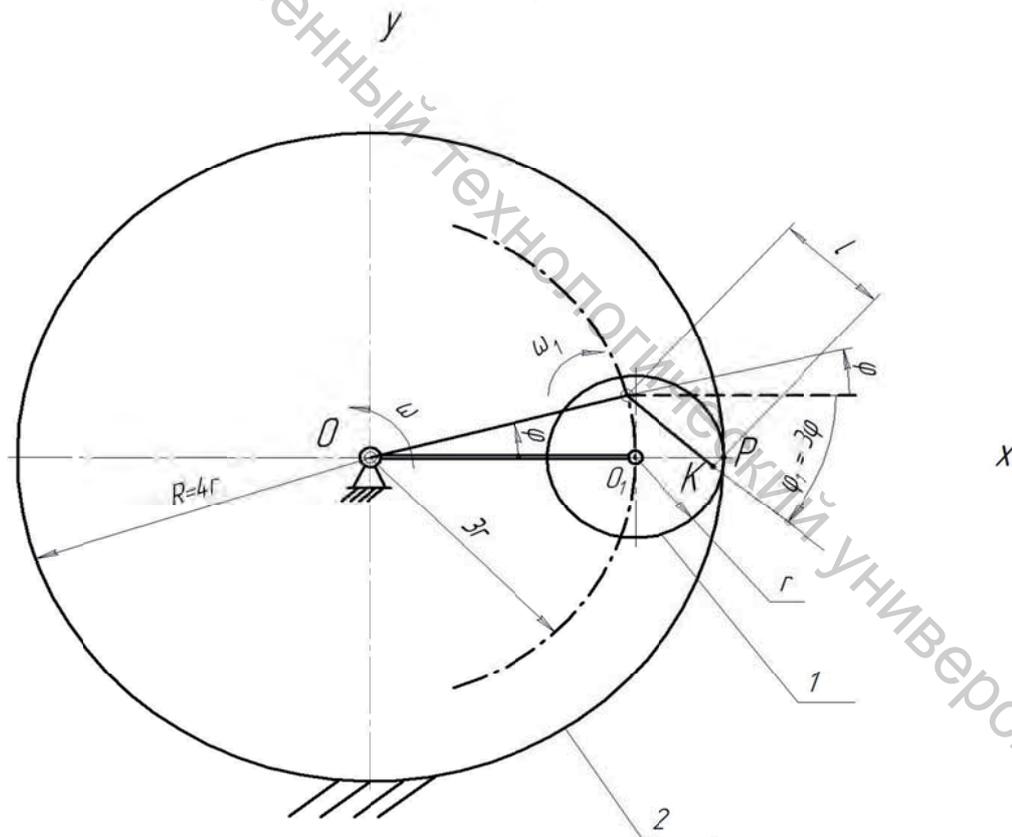


Рисунок 1 – Планетарный механизм с внутренним зацеплением

Он состоит из водила OO_1 и сателлита 1 с начальной окружностью, катящейся без скольжения по начальной окружности неподвижного колеса 2. Скорость центра сателлита

$$v = \omega \cdot OO_1 = \omega_1 \cdot PO_1,$$

откуда угловая скорость спутника во вращении вокруг мгновенного центра вращения P

$$\omega_1 = \omega \cdot \frac{OO_1}{PO_1} = \omega \cdot \frac{3r}{r} = 3\omega;$$

соответственно, углы поворота водила и спутника (рисунок 1) связаны равенством

$$\varphi_1 = 3\varphi.$$

Координаты точки K спутника (рисунок 1)

$$\begin{aligned} x &= OO_1 \cdot \cos\varphi + l \cdot \cos 3\varphi = 3r \cdot \cos\varphi + l \cdot \cos 3\varphi = r(3\cos\varphi + \lambda \cdot \cos 3\varphi), \\ y &= r(3\sin\varphi - \lambda \cdot \sin 3\varphi), \end{aligned} \quad (1)$$

где положено $\lambda = l/r$.

Квазиостановка получается при описании точкой K петли гипоциклоиды (1). Уравнение касательных к ее петлям (исходящих из центра O) имеют вид

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}.$$

Используя здесь уравнение (1), найдем:

$$\frac{3\cos\varphi - 3\lambda \cdot \cos 3\varphi}{-3\sin\varphi - 3\lambda \cdot \sin 3\varphi} = \frac{3\sin\varphi - \lambda \cdot \sin 3\varphi}{3\cos\varphi + \lambda \cdot \cos 3\varphi},$$

или

$$3 - 2\lambda \cos 4\varphi - \lambda^2 = 0, \quad \cos 4\varphi = \frac{3 - \lambda^2}{2\lambda}. \quad (2)$$

Угол поворота спутника относительно подвижного водила (рисунок 1) равен 4φ . Следовательно, за один поворот водила спутник совершает 4 оборота, а точка K описывает 4 петли. Корни уравнения (2)

$$\varphi = \pm\varphi_1 + n\frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \quad (3)$$

где φ_1 – наименьший положительный корень. При $\lambda = 1,2$, угол $\varphi_1 = 12,4^\circ$. Вершина нулевой ($n=0$) полупетли найдется из уравнения

$$dy = r(3\cos\varphi - 3\lambda \cos 3\varphi) = 0,$$

или из уравнения

$$\cos\varphi = \lambda \cdot \cos 3\varphi,$$

откуда

$$\varphi = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{\cos\varphi}{\lambda}\right). \quad (4)$$

Зададимся в правой части уравнения (4) (при $\lambda = 1,2$) значением $\varphi = \varphi_1 = 12,4^\circ$, значение φ в левой части $11,8^\circ$. Повторим вычисления, беря в правой части $\varphi = 11,8^\circ$: значение φ в левой части $11,8^\circ$.

Точки пересечения нулевой ($n=0$) полупетли с осью x найдутся из уравнения

$$y = r(3\sin\varphi - \lambda \sin 3\varphi) = 0,$$

или из уравнения

$$3\sin\varphi - \lambda \sin 3\varphi = 0,$$

что переписывается в виде

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{\lambda \cdot \sin 3\varphi}{3}\right). \quad (5)$$

Решая уравнение (5) при $\lambda = 1,2$, как и уравнение (4), способом интерации[1], найдём $\varphi = 20,7^\circ$. Вторую точку найдем при $\varphi = 0$. Координаты точки K при угле поворота водила φ_1 (3) и углах, найденных из уравнений (4), (5), см. в таблице 1, самой петлю – на рисунке 2.

Таблица 1 – Координаты точек полупетли

№	φ°	x/r	y/r
1	0	4,20	0
2	11,8	3,91	-0,082
3	12,4	3,89	-0,081
4	20,7	3,37	0

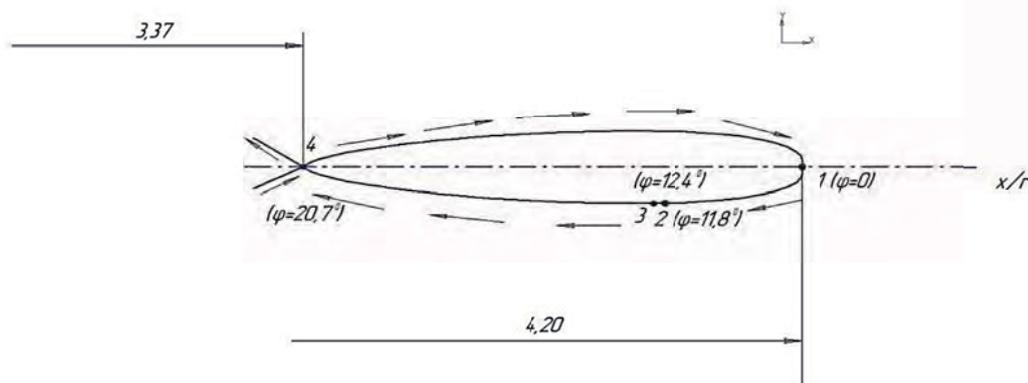


Рисунок 2 – Нулевая (n=0) петля

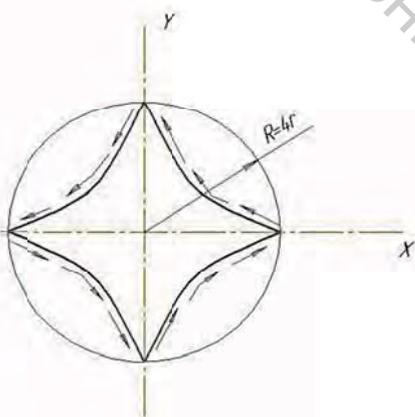
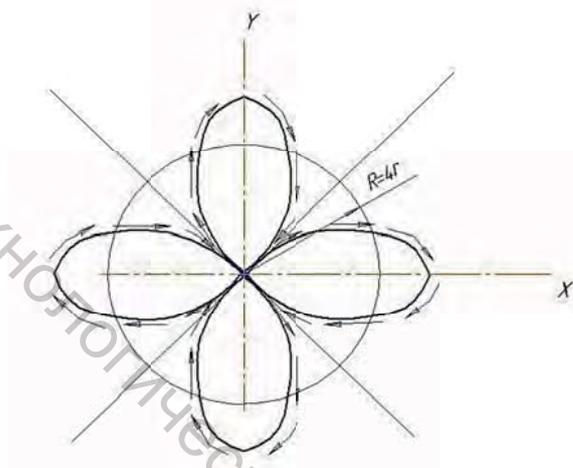
Выясним, при каких λ возможны касательные к петлям, исходящие из начала координат. Уравнение (2) дает требуемые неравенства

$$-1 \leq \frac{3 - \lambda^2}{2\lambda} \leq 1.$$

Их решение

$$1 \leq \lambda \leq 3.$$

При $\lambda = 1$ получается астроида [1], изображенная на рисунке 3. При $\lambda = 3$ траектория (1) изображена на рисунке 4.

Рисунок 3 – Астроида ($\lambda=1$)Рисунок 4 – Траектория (1) при $\lambda=3$

Список использованных источников

1. Смирнов, В.И. Курс высшей математики. Т.1 / В.И. Смирнов – Москва: Наука, 1974 – 480с.

УДК 685.341.83:539.3/.6

ПРОГИБЫ КРИВОЛИНЕЙНОГО И «ВЫПРЯМЛЕННОГО» ОБУВНЫХ ГЕЛЕНКОВ

Студ. Сапёлко В. В., Ефремова Ю.Ю., к.т.н., доц. Федосеев Г.Н.

Витебский государственный технологический университет

Одно из основных требований к женской обуви на высоком каблуке – достаточная жесткость ее геленочной части, обеспечивающая надежную опору наружному продольному своду стопы. Поэтому актуально моделирование ее изгиба и на его основе прогнозирование прогибов геленочной части обуви.

Наиболее простой аппарат, построенный для определения любого числа прогибов при изгибе прямолинейного стержня, – универсальное уравнение упругой кривой [1]. Однако, частая в практике форма геленка – дуга окружности. Возникает вопрос о допустимости замены этой дуги ее хордой. Разрешению названной проблемы посвящена настоящая работа.

На рисунке 1 показан защемленный геленок, нагруженный на свободном конце сосредоточенной силой.