

УДК 004.4

Вардомацкая Е.Ю.,

ст. преподаватель кафедры

«Математика и информационные технологии»

Учреждение образования

«Витебский государственный технологический университет»,

г. Витебск, Республика Беларусь

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТАВА СМЕСЕЙ ВОЛОКОН

Аннотация

Автором исследовано, каким образом происходит проектирование смесей волокон в тех случаях, когда необходимо сделать минимальной стоимость и засоренность смеси и когда волокна, входящие в смесь, имеют значительно отличающиеся разрывные удлинения.

Ключевые слова

Смесь волокон, линейная плотность волокон, разрывное удлинение, оптимизация, критерии оптимальности, надстройка Поиск решения.

На предприятиях легкой промышленности, а особенно в текстильной промышленности, важной производственной задачей является составление различного рода смесей и соединений. От правильности принимаемого решения в значительной мере зависят как ход технологического процесса, так и технико-экономические и финансовые показатели производства.

Цель исследования – спроектировать комбинацию отдельных компонентов смеси волокон, которая бы, с одной стороны, обеспечивала относительно невысокую стоимость смеси, а, с другой стороны, гарантировала бы соответствующий уровень ее качества.

Объект исследования – хлопковое сырье, используемое для составления смесей волокон на текстильных предприятиях.

Метод исследования – экономико-математическое моделирование, методы оптимального планирования.

Инструментарий исследования – табличный процессор MS Excel, надстройка Поиск решения.

Исследованию вопросов разработки и оптимизации смесей волокон для нужд текстильной отрасли легкой промышленности посвящены работы таких ученых-практиков как П.А. Севостьянов, Ф.Ф. Бездудный, А.Г. Коган, А.Г. Севостьянов, К. Haggag, A. Ragheb и другие. Математические модели и методы математического моделирования технологических процессов изучали такие ученые как Е.Е. Слуцкий, А.А.Конюс, Л.В.Конторович, В.В. Леонтьев, чьи работы перекликались с научными исследованиями Р. Харрода, Е. Домара, Ф. Рамсея, А.Вальда, Дж. фон Неймана, Дж. Хикса и др. Вместе с тем еще недостаточно разработаны простые методы и алгоритмы моделирования и оптимизации состава технологических смесей в среде пользовательских прикладных программ.

Разработка состава смеси, отвечающей определенным критериям (плотность волокна, устойчивость к разрывным нагрузкам, процент выхода пряжи и пр.) – процесс достаточно трудоемкий и ответственный. Задача еще больше усложняется, когда предприятия испытывают ограничения по видам и сортности сырья. Как следствие, с целью получения смеси соответствующего качества требуется смешивать разносортные или разнообразные волокна, например, хлопок с вискозными и лавсановыми штапельными волокнами. Немаловажное значение имеют и затраты на сырье для разрабатываемой смеси волокон, так как этот показатель в будущем влияет на себестоимость изготавливаемой пряжи, ткани, а значит и на будущую цену изделий легкой промышленности. Установить взаимосвязь всех перечисленных требований интуитивно, или даже путем обычных расчетов практически невозможно.

Поэтому для расчета рецептуры смеси целесообразно сформировать условия, представляющие экономико-технологическую модель задачи математического программирования. Основным требованием к проектируемой смеси обычно выступает экономический показатель (целевая функция), характеризующий затраты на сырье с учетом системы ограничений, соответствующих поставленным условиям. Целевая функция может выражать стоимость единицы массы смеси, стоимость смеси с учетом выхода из нее пряжи и, наконец, затраты на сырье в себестоимости пряжи. Наиболее же точный результат [1] будет получен в том случае, когда минимизируются затраты на сырье в себестоимости пряжи. Критерий эффективности оптимального смешивания волокна в этой постановке может быть записан следующим образом:

$$L(X) = \frac{\sum_{i=1}^n C_j * X_j - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_j * D_{ij} * X_j}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (1 - D_{ij}) * X_j} \rightarrow \min,$$

где i -порядковый номер вида угаров или оборотов ($i=1,2,3,\dots,m$);

D_{ij} – доля выхода i -го вида угаров из единицы массы j -го вида (сорта) волокон;

C_i – стоимость единицы массы i -го вида угаров.

Кроме экономических показателей, функция цели задачи может содержать и требование максимизировать один из наиболее важных показателей качества волокон. К таким показателям относят, например, разрывную нагрузку или разрывное удлинение одиночных волокон.

При требовании, например, максимизировать среднюю разрывную нагрузку волокон в смеси функция цели задачи имеет следующий вид:

$$L(X) = \sum_{i=1}^n P_j * X_j \rightarrow \max$$

Методы математического программирования, используемые при решении задач оптимального планирования (графический метод, симплекс-метод), дают достаточно точные результаты при решении подобных задач, но отличаются

сложностью и трудоемкостью вычислений. Современные компьютерные информационные технологии позволяют формализовать и упростить механизм поиска оптимальных решений при различных вариантах экономико-математических моделей. В качестве инструментария решения задач линейного и нелинейного программирования могут использоваться как языки программирования высокого уровня и специализированные библиотеки систем компьютерной математики, так и прикладные программы общего назначения. В частности, надстройка Поиск решения табличного процессора MS Excel позволяет формализовать и упростить механизм поиска оптимального решения при различных вариантах экономико-математических моделей. Работа с этим программным продуктом не требует знаний основ программирования, предоставляет пользователю понятный и дружелюбный интерфейс и возможность автоматизировать расчеты, изменяя значения исходных данных и условия оптимизации. Поэтому именно этот программный пакет был использован в качестве инструментария для решения поставленной задачи.

Апробация моделирования и оптимизации состава смеси проводилась на основе данных по хлопковому сырью (таблица 1), используемому на текстильных предприятиях Витебской области, проходящих процедуру финансового оздоровления.

Таблица 1

Данные по хлопковому сырью

Тип (сорт) хлопка	j	Оптовая цена за 1 т. хлопка, усл. ден. ед. (C _j)	Линейная плотность волокон, мтекс (T _j)	Разрывное удлинение волокон, мм (R _j)	% выхода пряжи (W _j)
I	1	2300	135	18,6	88
II	2	2024	150	14,5	80
III	3	1840	165	12	82
IV	4	1780	180	10	83
Планируемые показатели качества смеси			≤ 160 мтекс	>10 мм	≥ 85%

Оптимизация выполнялась по двум критериям: минимизация стоимости смеси и максимизация разрывного удлинения волокон при соблюдении определенных требований к составу смеси. В соответствии с технологическими требованиями необходимо составить смесь из хлопковых волокон для производства основной пряжи с показателями качества не хуже планируемых (с линейной плотностью волокон T_j не выше 160 мтекс, с разрывным удлинением волокна R_j не ниже 10 мм, с процентом выхода пряжи W_j не меньше 85%).

В соответствии с перечисленными условиями общий вид экономико-математическая модели поставленной задачи может быть сформулирован следующим образом:

Оптимизировать целевую функцию $L(x) = C_j \cdot X_{ij} \rightarrow \min$,

где C_j – оптовая цена за 1 т. хлопка, усл. ден. ед.;

X_j – показатель комплектности смеси (число 0 или 1)

по критерию минимизации стоимости при выполнении следующих ограничений:

Линейная плотность волокон должна быть не выше планируемого показателя $\sum_{j=1}^n T_j * X_j \leq T$,

где T_j – линейная плотность j -го компонента смеси;

T – планируемая величина линейной плотности смеси.

Разрывное удлинение волокна в смеси должна быть не меньше планируемого показателя $\sum_{j=1}^n R_j * X_j \geq R$,

где R_j – разрывное удлинение j -го волокна;

R – планируемая величина разрывного удлинения волокна в смеси.

Процент выхода пряжи из смеси не должен быть меньше планируемого показателя $\sum_{j=1}^n W_j * X_j \geq W$,

где W_j – процент выхода пряжи из j -го компонента смеси;

W – величина выхода пряжи из смеси (в процентах).

Ограничения на неотрицательность и комплектность смеси:

$$X_{ij} \geq 0 \quad \sum_{j=1}^n X_j = 1 \quad ,$$

где X_j – каждый компонент смеси.

Для рассматриваемого примера (таблица 1) экономико-технологическая модель имеет вид:

целевая функция: $L(x) = 2300 \cdot X_1 + 2024 \cdot X_2 + 1840 \cdot X_3 + 1780 \cdot X_4 \rightarrow \min$.

Система ограничений, выражающих требования к свойствам:

$$\begin{cases} 135 \cdot X_1 + 150 \cdot X_2 + 165 \cdot X_3 + 180 \cdot X_4 \leq 160 \\ 88 \cdot X_1 + 80 \cdot X_2 + 82 \cdot X_3 + 83 \cdot X_4 \geq 85 \\ 18,6 \cdot X_1 + 14,5 \cdot X_2 + 12 \cdot X_3 + 10 \cdot X_4 \geq 10 \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0 \\ X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1 \end{cases}$$

По результатам оптимизации, выполненной с помощью надстройки Поиск решения ТП NS Excel, минимальная стоимость 1 тонны смеси = 2001,67 усл. ден. ед., при среднем разрывном удлинении 13,75 мм. Обеспечивается это смешиванием хлопка 1, 3 и 4 сорта в соотношении: 0,417, 0,83 и 0,5.

Далее была предпринята попытка улучшить качество смеси по одному из показателей качества – разрывному удлинению при заданной минимальной стоимости, допуская ее увеличение не более, чем на 5%.

Экономико-математическая модель оптимизации состава смеси волокон по критерию максимизации разрывного удлинения включает целевую функцию

$L(X) = \sum_{j=1}^n R_j * X_j \rightarrow \max$, при той же системе ограничений (см. выше), в которую

добавляется дополнительное условие, бывшее ранее целевой функцией:

$L(x) = C_j \cdot X_{ij} = C_{\min}$, где C_{\min} – минимальная стоимость 1 тонны смеси, рассчитанная в результате оптимизации (+ 5%).

Таким образом экономико-технологическая модель принимает вид:

целевая функция: $L(X) = 18,6 \cdot X_1 + 14,5 \cdot X_2 + 12 \cdot X_3 + 10 \cdot X_4 \rightarrow \max$,

система ограничений:

$$\begin{cases} 135 \cdot X_1 + 150 \cdot X_2 + 165 \cdot X_3 + 180 \cdot X_4 \leq 160 \\ 88 \cdot X_1 + 80 \cdot X_2 + 82 \cdot X_3 + 83 \cdot X_4 \geq 85 \\ 2300 \cdot X_1 + 2024 \cdot X_2 + 1840 \cdot X_3 + 1780 \cdot X_4 = 2100 \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0 \\ X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1 \end{cases}$$

Средняя разрывная длина волокон при оптимизации состава смеси по критерию максимизации разрывного удлинения увеличивается до 15.73 мм, а стоимость смеси при этом составляет 2100 усл.ден. ед., что на 5% выше уровня ранее найденной минимальной величины. Полученное решение оптимально, так как все условия оптимизации выполнены и рекомендовано к внедрению и реализации на производстве.

Таким образом, результаты апробации моделирования и оптимизации состава смеси с заданными показателями качества позволяют сделать вывод, что предлагаемые экономико-технологические математические модели и методы их реализации могут использоваться при проектировании смесей волокон в тех случаях, когда необходимо минимизировать стоимость и засоренность смеси и когда волокна, входящие в смесь, имеют значительно отличающиеся разрывные удлинения.

Инструментарий решения представляет собой готовый программный продукт, который может быть использован для оптимизации состава смеси волокон с различными характеристиками по рассмотренным критериям при любом технологическом процессе.

Список использованной литературы:

1. Севостьянов П.А. Компьютерные модели в механике волокнистых материалов: монография. – М.: «Тисо Принт», 2013. - 254 с.
2. Мур Дж., Уэдерфорд Л. Экономическое моделирование в Microsoft Excel : пер. с англ. – Москва : Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 1024 с.
3. С.С. Медвецкий, О.М. Катович. Разработка технологии получения комбинированной хлопкохимической пряжи малой линейной плотности // Вестник УО «ВГТУ». 2008. № 15. С. 95

© Вардомацкая Е.Ю., 2021