

12  
47

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Учреждение образования**

**«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УДК 512.542  
№ ГР 20081930  
Инв. №



**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по научной работе  
Пятов В.В.  
«    »      2010 г.

**ОТЧЕТ**

**о научно-исследовательской работе**  
**«КЛАССЫ ФИТТИНГА С ЗАДАНЫМИ СВОЙСТВАМИ**  
**РАДИКАЛОВ И ИНЪЕКТОРОВ»**  
(заключительный)

договор с БРФФИ № Ф08М-006 от 01.04.2008 г.  
*2008-ГБ-608*

Научный руководитель НИР  
к.ф.м.н.

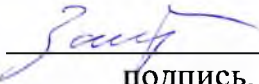
*Загурский*  
«22» марта 2010 г. Загурский В.Н.


Начальник научно-исследовательского сектора


*Беликов*  
«  »            2010 г. Беликов С. А.

Витебск 2010

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы,  
кандидат физ.-мат. наук  22 03 2010 В.Н. Загурский  
подпись, дата

Зав. лабораторией  22 03 2010 О.Д. Ярыго  
подпись, дата

Нормоконтролер  22 03 2010 Л.А. Петрякова  
подпись, дата



## РЕФЕРАТ

Отчет 40 с., 55 источников.

КЛАСС ФИТТИНГА, ПРОИЗВЕДЕНИЕ КЛАССОВ ФИТТИНГА, МИНИМАЛЬНЫЙ НОРМАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, ЛОКАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ,  $\mathfrak{F}$ -РАДИКАЛ,  $\mathfrak{F}$ -ИНЪЕКТОР, ПЕРЕСТАНОВОЧНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, ДОМИНАНТНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, КЛАСС ФИШЕРА, ХОЛЛОВСКАЯ СИСТЕМА, МНОЖЕСТВО ФИТТИНГА, ЛОКАЛЬНЫЙ КЛАСС ФИТТИНГА, НАИБОЛЬШАЯ ЛОКАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ.

**Объект исследования** – классы Фиттинга конечных групп.

**Цель работы** – описание структуры локальных классов Фиттинга и инъекторов посредством радикалов и подгрупп Холла.

**Методы исследования** – применяются методы исследования теории классов конечных групп и абстрактной теории конечных групп.

**Полученные результаты и их новизна** – все полученные результаты являются новыми. Основными результатами работы являются:

- разработка нового метода построения классов Фиттинга при помощи локальных функций, определяемых заданными свойствами радикалов;
- нахождение в терминах радикалов и инъекторов наибольшей локальной функции классов Фиттинга;
- построение и описание свойств примеров классов Фиттинга, определяемых радикалами групп;
- описание перестановочных классов Фиттинга на множестве частично разрешимых групп;
- нахождения метода построения инъектора частично разрешимой группы в терминах холловских систем и радикалов;
- нахождения критерия доминантности для локальных классов Фиттинга.

**Область применения** – полученные результаты можно использовать для изучения структуры классов Фиттинга и канонических подгрупп специалистами алгебраических коллективов Витебска, Гомеля, Новополоцка, Могилева, Минска, Киева, Новосибирска, Москвы, а также в научных центрах дальнего зарубежья (Германия, Китай, Польша, Испания), а также при написании курсовых и дипломных проектов, чтении спецкурсов по теории групп для студентов математических специальностей.

**Степень внедрения** – результаты исследования могут войти в тематику задания «Приложение теории радикалов и классов Фиттинга к исследованию конечных групп» Государственной программы Фундаментальных исследований на 2006-2010 гг. «Исследование математических моделей и их применение к анализу систем, структур и процессов в природе и обществе» (шифр «Математические модели 04», № гос. рег. 20062003), а также опубликованы в журнале «Вестник Полоцкого государственного университета» и материалах Международных математических конференций.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1 Построение локальных функций классов Фиттинга в терминах радикалов групп .....	10
2 Изучение наибольших локальных функций классов Фиттинга .....	12
3 Примеры классов, определяемых радикалами групп.....	18
4 Исследование перестановочных классов Фиттинга.....	20
5 Метод построения инъектора частично разрешимой группы в терминах радикалов .....	23
6 Описание инъекторов $\pi$ -разрешимых групп.....	26
7 Построение локальных классов посредством подгрупп Холла.....	28
8 Нахождение новых классов сопряженных инъекторов в частично разрешимых группах.....	31
9 Перспективы дальнейшего развития и практического использования полученных результатов.....	34
Заключение.....	36
Список использованных источников.....	37

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Fitting, H. Beitrage zur Theorie der endlicher Gruppen / H. Fitting // Jahresber. Deutsch. Math. – Verein. – 1938. – Bd. 48. – S. 141.
2. Fischer, B. Injektoren endlicher auflösbarer Gruppen / B. Fischer, W. Gaschütz, B. Hartey // Math. Z. – 1967. – Bd. 102, № 5. – S. 337–339.
3. Ведерников, В.А. Элементы теории классов групп / В.А. Ведерников. – Смоленск: Изд-во СГПИ им. К. Маркса, 1988. – 96 с.
4. Монахов, В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов: учеб. пособие / В.С. Монахов. – Мн.: Выш.шк., 2006. – 207 с.
5. Шеметков, Л.А. Экраны ступенчатых формаций / Л.А. Шеметков // VI Всесоюзн. симпозиум по теории групп. – Киев: Наукова думка. 1980. – С. 37-50.
6. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / Л.А. Шеметков, А.Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 256 с.
7. Doerk, K. Die maximale lokale Erklärung einer gessägtigten Formation / K. Doerk // Math. Z. – 1973. – Bd. 133, № 2. – S. 33–135.
8. Guo, W. Classes of finite groups / W. Guo. – Beijing-New York-Dordrecht-Boston-London: Science Press-Kluwer Academic, Publishers, 2000. – 258 p.
9. Курош, А.Г. Радикалы в теории групп / А.Г. Курош // Сиб. матем. ж-л. – 1962. – Т. 3, – № 6. – С. 912–931.
10. Плоткин, Б.И. Радикалы в группах, операции на классах групп и радикальные классы / Б.И. Плоткин // Избранные вопросы алгебры и логики: сб., посв. памяти А.И. Мальцева. – Новосибирск: Наука, 1973. – С. 205–244.
11. Шеметков, Л.А. Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 278 с.
12. Шеметков, Л.А. Композиционные формации и радикалы конечных групп / Л.А. Шеметков // Укр. матем. ж-л. – 1988. – Т. 40, – № 3. – С. 369–374.
13. Hartley, B. On Fisher's dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math.Soc. – 1969. – Vol. 3, № 2. – P. 193–207.
14. Bessenohl, D. Gaschütz W. Über normale Schunk und Fittingklassen / D. Bessenohl, W. Gaschütz // Math. Z. – 1970. – Bd. 148, № 1. – S. 1–8.
15. Lockett, F.P. The Fitting class  $\mathfrak{F}^*$  / F.P. Lockett // Math. Z. – 1974. – Vol. 137. – P. 131–136.
16. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.

17. Воробьев, Н.Т. О локальных радикальных классах / Н.Т. Воробьев // Вопросы алгебры. – Минск: Изд-во "Университетское". – 1986. – № 2. – С. 41–50.
18. Воробьев, Н.Т. О радикальных классах конечных групп с условием Локетта / Н.Т. Воробьев // Матем. заметки. – 1988. – Т. 43, – № 2. – С. 161–168.
19. Воробьев, Н.Т. Локальные произведения классов Фиттинга / Н.Т. Воробьев // Весці АН БССР. Сер. фіз. матэм. навук. – 1991. – № 6. – С. 22–26.
20. Воробьев, Н.Т. О проблеме Лауша в теории нормальных классов Фиттинга / Н.Т. Воробьев // Докл. АН БССР. – 1991. – Т. 35, – № 6. – С. 485–489.
21. Воробьев, Н.Т. Локальность разрешимых наследственных классов Фиттинга // Матем. заметки. – 1992. – Т. 51, – Вып. 3. – С. 3–8.
22. Воробьев, Н.Т. О максимальных и минимальных групповых функциях локальных классов Фиттинга / Н.Т. Воробьев // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. – 1992. – № 7. – С. 60–69.
23. Воробьев, Н.Т. Скиба А.Н. Локальные произведения нелокальных классов Фиттинга / Н.Т. Воробьев, А.Н. Скиба // Вопросы алгебры. – Гомель: Изд-во Гомельского ун-та. – 1995. – № 8. – С. 55–58.
24. Воробьев, Н.Т. О предположении Хоукса для радикальных классов / Н.Т. Воробьев // Сиб. матем. ж-л. – 1996. – Т. 37, – № 6. – С. 1296–1302.
25. Воробьев, Н.Т. О произведении  $\omega$ -локальных классов Фиттинга / Н.Т. Воробьев, И.В. Дудкин // Вычислительные методы и производство: реальность, проблемы, перспективы: материалы 1-ой Международной научной конференции, – Гомель, 1998. – С. 37–38.
26. Воробьев, Н.Т. О наибольшей приведенной функции Хартли / Н.Т. Воробьев // Известия Гомельского гос. ун-та. – 1999. – Т. 1(15). – С. 8–13.
27. Воробьев, Н.Т. Метод Хартли для инъекторов / Н.Т. Воробьев, И.В. Дудкин // Ученые записки. – Витебск: Витеб. гос. ун-т им. П.М.Машерова. – 2002. – Т. 1. – С. 179–193.
28. Шеметков, Л.А. Ступенчатые формации групп / Л.А. Шеметков // Матем. сб. – 1974. – Т. 94, – № 4. – С. 628–648.
29. Schmid, P. Lokale Formationen endlicher Gruppen / P. Schmid // Math. Z. – 1974. – Bd. 137, № 1, – S. 31–48.
30. Wright, C. R. B. On screens and  $\mathcal{L}$ -izers of Finite Solvable Groups / C.R. Wright // Math. Z. – 1970. – Vol. 115, № 4. – P. 273–282.
31. Forster, P. Lokal definitions of local homomorphs and formations of finite groups / P. Forster, E. Solomon // Bull. Austral. Math. Soc. – 1985. – Vol. 31, № 1. – P. 1–34.
32. Скиба, А.Н. О критических формациях / А.Н. Скиба // Весці АН БССР. Сер. фіз. матэм. навук. – 1980. – № 4. – С. 27–33.

33. Воробьев, Н.Т. Максимальные экраны и характеристика  $f$ -проекторов / Н.Т. Воробьев // Докл. АН БССР. – 1978. – Т. 22, – № 1. – С. 9–11.
34. Bleszenohl, D. Über Formationen und Halluntergruppen endlicher auflösbarer Gruppen / D. Bleszenohl // Math. Z. – 1975. – Bd. 142, № 3. – S. 299–300.
35. Beidleman, J. Über Fittingklassen und die Lockett-Vermutung / J. Beidleman, P. Hauck // Math. Z. – 1979. – Vol. 167. – P. 161–167.
36. Загурский, В.Н. Функции Хартли с заданными свойствами подгрупп Холла / В.Н. Загурский // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – 2006. – № 1. – С. 104–112.
37. Загурский, В.Н. Максимальные функции Хартли классов Фиттинга / В.Н. Загурский, Н.Т. Воробьев // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2006. – № 2. – С. 46–50.
38. Fisher, B. Klassen konjugierter Untergruppen in endlichen auflösbaren Gruppen / B. Fisher. – Universität Frankfurt(M): Habilitationsschrift, 1966.
39. Воробьев, Н.Т. О построении некоторых классов формаций / Н.Т. Воробьев // Исследование нормального и подгруппового строения конечных групп: сб. науч. тр./ Ин-т математики АН БССР, Труды Гомельского семинара; под ред. В.И. Сергиенко. – Минск: Наука и техника, 1984. – С. 39–47.
40. Шеметков, Л.А. О подгруппах  $\pi$ -разрешимых групп / Л.А. Шеметков // Конечные группы. – Минск: Наука и техника, 1975. – С. 207–212.
41. Загурский В.Н., Воробьев Н.Т. О построении классов Фиттинга локальными функциями, определяемыми радикалами групп // Междунар. алгебр. конф., Москва, 28 мая – 3 июня 2008 г., посв. 100-летию со дня рождения А.Г. Куроша: тез. докл. / МГУ им. М.В. Ломоносова; – Москва, 2008. – С. 98–100.
42. Шеметков, Л.А. Факторизация непростых конечных групп / Л.А. Шеметков // Алгебра и логика. – 1976. – Т. 15, – № 6. – С. 684–715.
43. Загурский, В.Н. О квазилокальных функциях Хартли / В.Н. Загурский // Вестник Полоцкого государственного университета. Сер. С. Фундаментальные науки. – 2005. – № 4. – С. 26–27.
44. Загурский В.Н., Воробьев Н.Т. О построении классов Фиттинга функциями Хартли, определяемыми подгруппами Холла // IX Белорусская математическая конференция: тезисы междунар. науч. конф., Минск, 3–7 ноября 2008 г.: в 3 ч. / Белорусский гос. ун-т; ИМ НАН РБ; – Минск, 2008. – С. 29–30.
45. Загурский В.Н., Воробьев Н.Т. О построении классов Фиттинга локальными функциями, определяемыми радикалами групп // Вестник Полоцкого государственного университета. Сер. С. Фундаментальные науки. – 2008. – № 9. – С. 17–21.
46. Gaschütz, W. Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen / W. Gaschütz // Math. Z. – 1963. – Bd. 80, № 4. – S. 300–305.

47. D'arcy, P.  $\mathfrak{F}$ -Abnormality and the theory of finite solvable groups / P. D'arcy // J. Algebra. – 1974. – Vol. 28, – P. 342–361.
48. Lockett, F.P. On the Theory of Fitting Classes of finite soluble groups / F.P. Lockett // Math. Z. – 1973. – Vol. 131. – P. 103–115.
49. Lockett, F.P. The Fitting class  $\mathfrak{F}^*$  / F.P. Lockett // Math. Z. – 1974. – Vol. 137. – P. 131–136.
50. Brison, O.J. Hall operators for Fitting classes / O.J. Brison // Arch. Math.(Basel) – 1979. – Bd. 33. – S. 1–9.
51. Hauck, P. Eine Bemerkung zur kleinsten normalen Fittingklasse / P. Hauck // J. Algebra. – 1978. – Vol. 53. – P. 395–401.
52. Gallego, M. A note on Hall operators for Fitting classes / M. Gallego // Bull. London Math. Soc. – 1985. – Vol. 17. – P. 248–252.
53. Шеметков Л.А. Некоторые свойства инъекторов конечных групп // Известия Гомельского гос. ун-та им.Ф.Скорины, Вопросы алгебры. - 1999. 1 (15). -С. 5–13.
54. Сементовский В.Г.  $\Delta$ -нильпотентные инъекторы конечных групп. В сб.: Вопросы алгебры. -Минск: Университетское. -1985. -362 1 - С. 72–86.
55. Guo W. Injectors of finite groups // Chinese Ann. Math. Ser. A. -1997. - Vol.18, 362 2. - P. 145–148.



*[Handwritten signature]*