где $c=\sqrt{R^2-b^2}$, $p=b-h$, $m=b^2-p^2$, $n=b^2+p^2$, $t_B=arctg\dfrac{m}{2bp}$, $\varepsilon=\dfrac{\sqrt{R^2-b^2}}{R}$ и эллиптический интеграл второго рода $E\left(t_B,\varepsilon\right)=\int\limits_0^{t_B}\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2}dt$ [5].

Анализ полученных зависимостей показал, что для получения 15 % относительной деформации по меридиану следует продавить образец в среднем на 35 % больше, чем для получения такой же величины относительной деформации по площади при использовании всех поверхностей продавливания.

Список использованных источников

1. Зыбин, А. Ю. Двухосное растяжение материалов для верха обуви / А. Ю. Зыбин. – Москва : Лёгкая индустрия, 1974. – 120 с.
2. Дмитриев, А. П. Деформация обувных материалов на полусфере / А. П. Дмитриев, О. А. Буркина, М. В. Семашко // Вестник ВГТУ, № 14, 2008. – С. 14–20.
3. Дмитриев, А. П. Методы оценки свойств обувных материалов / А. П. Дмитриев, О. А. Петрова-Буркина, А. Н. Буркин, В. Д. Борозна / Научно-практический журнал «Компетентность», № 4 (95), Москва, 2012. – С. 48–53.
4. Дмитриев, А. П. Расчёт величин деформации при формовании обувных материалов параболоидом вращения / А. П. Дмитриев, А. В. Коваленко // Вестник ВГТУ, № 24, 2013. – С.7–15.
5. Дмитриев, А. П. Деформация листовых материалов на поверхности эллипсоида вращения / А. П. Дмитриев, Ю. А. Завацкий, О. А. Буркина // «Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта». – № 5 (59), 2010. – С. 16–20.

УДК 334

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

Вардомацкая Е.Ю., ст. преп., Кондакова А.И., студ., Кажуро А.И., студ.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Реферат. *В статье охарактеризованы и рассмотрены виды финансово-экономических задач, решение которых базируется на методах дифференциального и интегрального исчисления.*

Ключевые слова: интеграл, производная функции, предельные величины, функции спроса, предложения, полезности, кривая Лоренца, коэффициент Джини.

Применение методов дифференциального и интегрального исчисления имеет большую значимость для экономической науки, так как математические методы играют ключевую роль в анализе и моделировании экономических процессов.

Производная – основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции. Определяется как предел отношения приращения функции к приращению ее аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если таковой предел существует. Определение производной выражается с помощью формулы

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to x_0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}.$$

Понятие «производная в экономике» тесно связано с производственными задачами, предельным анализом и эластичностью функций. Примерами предельных величин в экономике являются: предельный доход, предельные издержки, предельная полезность, предельная производительность труда. Они характеризуют не состояние, а сам процесс, т.е. изменение экономического объекта. Поэтому производная показывает скорость изменения некоторого экономического объекта или процесса с течением времени, или по отношению к другому исследуемому фактору. Экономика и экономический анализ базируются на расчете средних величин. При этом, важное значение имеет понимание того, на какую величину произойдет изменение итогового показателя в случае воздействия того или иного фактора.

С предельными величинами также тесно связано понятие эластичности (E_{xy}), которая показывает предел отношения относительного приращения функции y к относительному приращению переменной *x*, при $\Delta x \to 0$:

$$E_{xy} = \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} \right) = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{y} * y'.$$

Эластичность означает меру чувствительности одной переменной к изменению другой, показывая, на сколько процентов изменится первый показатель при изменении второго на один процент. Экономисты выделяют несколько видов эластичности:

1. Эластичность спроса по цене: показывает процентное изменение величины спроса на какое-либо благо при изменении его цены на 1 % и характеризует реакцию потребителей на изменение цен на продукцию.
2. Эластичность спроса по доходу: характеризует относительное процентное изменение величины спроса на какое-либо благо при изменении дохода потребителя на 1 %. Положительная эластичность определяет качественные товары, а отрицательная – некачественные.
3. Перекрёстная эластичность: показывает, как именно изменяется спрос на один товар в ответ на изменение цены другого товара.
4. Эластичность предложения по цене: иллюстрирует, на сколько процентов изменяется предлагаемое количество товаров в результате однопроцентного изменения цены.

Рассмотрим некоторые экономические функции и определим экономический смысл их производных.

- Функция спроса – зависимость спроса *D* на некоторый товар от его цены *P*. Производная дает приблизительное уменьшение спроса при увеличении цены на одну единицу. Поскольку, как известно, при повышении цены спрос уменьшается, то на самом деле абсолютное значение производной показывает уменьшение спроса со стороны покупателей на товар при повышении его цены на одну единицу.
- Функция предложения – зависимость предложения некоторого товара *S* от его цены *P*. Производная показывает примерное увеличение предложения товара со стороны продавцов (производителей) при увеличении цены на одну единицу.
- Функция полезности – субъективная числовая оценка полезности *U* количества товара *X* для него. Производная дает приблизительную оценку дополнительной полезности от приобретения еще одной единицы товара.

Налоговая ставка – зависимость налога N в процентах от величины годового дохода *Q*. Если *P* значение налога, которое надо платить с годового дохода *Q*, то налоговая ставка $N = P'$.

Интеграл (от лат. Integer – целый) – одно из важнейших понятий математики, возникшее в связи с потребностью, с одной стороны отыскивать функции по их производным (например, находить функцию, выражающую путь, пройденный движущейся точкой, по скорости этой точки), а с другой – измерять площади, объемы, длины дуг, работу сил за определенный промежуток времени. Основная задача интегрального исчисления – нахождение первообразной для заданной функции, т.е. нахождение функции по заданной производной.

При проведении определенных видов экономических исследований рассматриваются так называемые предельные величины, т.е. для данной величины представляемой некоторой функцией, рассматривают ее производную. Поэтому часто приходится находить экономическую функцию (первообразную) по данной функции предельных величин (производной). Таким образом, можно выделить направления экономического анализа, базирующиеся на использовании элементов дифференциального и интегрального исчисления.

- Расчет объема производства. Пусть функция *z=f(t)* описывает изменения производительности некоторого производства с течением времени. Тогда объём продукции

V, произведенный за промежуток времени [0, T] будет равен $V=\int_0^T f(t)dt$.

- Расчет среднего значения издержек $K(c)=\frac{1}{x_2-x_1}\int\limits_{x_1}^{x_2} K(x)dx$, выраженных в денежных единицах, если объем продукции x изменяется от x_1 до x_2, а издержки выражены функцией *K(x)*.
- Расчет выработки рабочего $V=\int\limits_0^t f(t)dt$, за определенный период (смену, конкретный час) где функция *f(t)* – выражает производительность труда.
- Расчет объема выпускаемой продукции *Q* за время *T* лет на основании производственной функции Кобба-Дугласа при условии, что затраты труда есть линейная зависимость от времени, а затраты капитала неизменны: $Q=\int\limits_0^T (\alpha\cdot t+\beta)\cdot e^{rt}dt$.
- Расчет объема выпуска оборудования при постоянном темпе роста. Если производство оборудования некоторого вида характеризуется темпом роста его выпуска $K=\frac{y'(t)}{y(t)}$, где *K* – известная постоянная величина (ежегодный темп роста), – уровень производства за единицу времени на момент времени *t*, *y'(t)* – прирост выпуска оборудования за промежуток времени *t* = 1. Общее количество оборудования к моменту времени *t* (годы) составит $Y(t)=\int_0^t y_0e^{kt}dt$.

Применение интеграла в экономике также связано с анализом финансовых рынков. С помощью этих инструментов экономисты могут анализировать движение цен на акции, облигации и другие финансовые инструменты. оценивать риска и доходность инвестиций.

Нахождение дисконтированной стоимости денежного потока: определение начальной суммы *K* по ее конечной величине, полученной через время *t* лет при годовом удельном проценте *p*: $K=\int_0^T f(t)\cdot e^{-pt}dt$.

- Нахождение приращения капитала по известным инвестициям *K(t).* Чистыми инвестициями называют общие инвестиции, производимые в экономике в течение определенного промежутка времени (чаще всего года), за вычетом инвестиций на возмещение выходящих из строя основных фондов (капитала). Таким образом, за единицу времени капитал увеличивается на величину чистых инвестиций $\Delta K=\int_{t_1}^{t_2} I(t)dt=K(t_1)-K(t_2)$.
- Расчет величины начального вклада *P*, если известно, что через *t* лет он должен составить величину *S*, а непрерывная процентная ставка равна *r.* Задача аннуитета в этом случае: найти величину начального вклада $P=\int_0^T S\cdot e^{-\frac{rt}{100}}dt$, если регулярные выплаты по этому вкладу должны составить *S* ежегодно в течение *T* лет.
- Вычисление коэффициента Джини. Для анализа социально-экономического строения общества применяется так называемая «диаграмма или кривая Джини» распределение богатства в обществе. Исследуя кривую Лоренца, выражаемую функцией *y = f (x)* – зависимость процента дохода от процента имеющего их население, можно по значению коэффициента $K=1-2\cdot\int_0^1 f(x)dx$ оценить степень неравенства в распределении доходов населения.

В качестве инструментария для реализации рассмотренных методов экономического и финансового анализа может быть использована система компьютерной математики MAPLE, в ядро которой встроен ряд функций дифференциального и интегрального исчисления и функций визуализации результатов в виде, например, двумерной графики:

diff(f, x1$n, [x2$n, x3], ..., xj, [xk$m]) – вычисления производных *n*-го порядка;

int(expression,x=a..b, options) – вычисления определенных интегралов;
plot(f, x=x0..x1) – построение двумерных графиков.

Использование этих функций значительно упрощает процесс исследования и анализа, так как избавляет специалиста-аналитика от рутинных вычислений.

В целом, применение интеграла и производной в экономике является необходимым инструментом для анализа различных финансово-экономических процессов и явлений и принятия обоснованных экономических решений. Без использования этих инструментов экономисты не смогут достичь высокой точности в анализе экономических данных и разработке экономических моделей. Таким образом, умение применять дифференциальное и интегральное исчисление на практике является необходимым условием успешной работы современного экономиста и позволяет принимать взвешенные решения.

Список использованных источников

1. Минюк, С. А. Высшая математика для экономистов: учебник / С. А. Минюк, С. А. Самаль, Л. И. Шевченко. – 2-е изд., испр. – Минск: Элайда, 2007. – 512 с

УДК 512.542

ИЗОМОРФИЗМ СОПРЯЖЁННЫХ ГРУПП

Коваленко А.В., ст. преп., Мицкевич К.А., студ.

*Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь*

Реферат. *В статье рассмотрены свойства бинарного отношения сопряжённости групп. Проведено исследование изоморфизма сопряжённых подгрупп. Построена математическая модель нормализатора, который сопряжён с заданным элементом группы. С использованием математической модели проведено исследование сопряжённых подгрупп.*

Ключевые слова: группы, подгруппы, сопряжённость групп, изоморфизм групп, сопряжённые множества, индексы в группе, порядок группы.

Одним из направлений в теории групп является исследование класса групп, которые обладают тем или иным свойством. В данной статье рассматриваются сопряжённые группы на основе их изоморфизма. Сопряжённые группы широко применяются на практике. Они используются в теории графов, математической логике, а также играют большую роль в алгебраических системах. Поэтому возникает необходимость исследовать свойства сопряжённых групп.

Рассмотрим два множества M_1 и M_2, элементы которых являются объектами группы G. Множества M_1 и M_2 являются сопряжёнными, если для любых $m \in M_2$ найдётся такой элемент $x \in G$, что $M_1 = x^{-1}M_2x$, то есть множество M_1 имеет вид: $M_1 = \left\{x^{-1}M_2x \middle| m \in M_2\right\}$. Аналогично определим сопряжённость элементов группы. Элементы a_1 и a_2 группы G являются сопряжёнными, если существует такой элемент x, для которого выполняется равенство $a_1 = x^{-1}a_2x$.

Пусть заданы две изоморфные группы G_1 и G_2, тогда существует изоморфное отображение $f: G_1 \to G_2$, при котором эти группы можно отождествить между собой. Следовательно, если задана подгруппа $H_1 \subseteq G_1$, то отображение $f: H_1 \to H_2 \subseteq G_2$ переводит эту подгруппу в изоморфную ей подгруппу.

В частном случае, если $G_1 = G_2 = G$, то получаем изоморфизм группы G на группу G. При этом соответствующие части будут похожи, то есть подгруппа G будет изоморфна некоторой другой подгруппе.