

ЭНЕРГЕТИКА, ТЕПЛО- И МАССООБМЕН
POWER ENGINEERING, HEAT AND MASS TRANSFER

УДК 66.047.7
<https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-2-191-203>

Поступила в редакцию 10.02.2022
Received 10.02.2022

А. И. Ольшанский, А. А. Котов, С. М. Кузьменков

Витебский государственный технологический университет, Витебск, Республика Беларусь

**ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ОБОБЩЕННЫМИ КОМПЛЕКСНЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ
ПРИ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ И СУШКЕ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ
МАТЕРИАЛОВ**

Аннотация. Изложены результаты анализа экспериментальных данных по термической обработке в процессах сушки тонких теплоизоляционных материалов. В результате обработки опытных данных обобщенными комплексными переменными получены формулы для определения плотности тепловых потоков, среднеинтегральных температур, интенсивности испарения влаги, продолжительности процесса термической обработки материалов. На основе элементов теории теплового регулярного режима обработкой опытных данных методом наименьших квадратов установлены формулы для определения темпа нагрева влажного тела и темпа убыли влагосодержания. Рассмотрены условия протекания процесса сушки в регулярном режиме. Обработка экспериментальных данных обобщенными комплексными переменными позволяет переходить от одних систем координат к другим, от одних переменных к другим, без проведения дополнительных трудоемких экспериментов. На основе уравнения кинетики сушки и обобщенной кривой сушки приведена связь безразмерного потока теплоты с относительной скоростью сушки. Для однозонального метода расчета кривой скорости сушки дана приближенная зависимость для определения относительной скорости сушки. Установлена связь температуры поверхности материала с относительной скоростью сушки. По всем приведенным формулам проведена проверка достоверности полученных зависимостей, а также сопоставление расчетных значений основных параметров кинетики сушки с экспериментом.

Ключевые слова: влагосодержание, температура, коэффициент сушки, время сушки, теплопроводность, коэффициент теплоотдачи, число Био

Для цитирования: Ольшанский, А. И. Тепло- и массообмен обобщенными комплексными переменными при термической обработке и сушке теплоизоляционных материалов / А. И. Ольшанский, А. А. Котов, С. М. Кузьменков // Вест. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2022. – Т. 67, №2. – С. 191–203. <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-2-191-203>

Anatolii I. Ol'shanskii, Alexej A. Kotow, Sergey M. Kuzmenkov

Vitebsk State Technological University, Vitebsk, Republic of Belarus

**HEAT AND MASS TRANSFER BY GENERALIZED COMPLEX VARIABLES DURING HEAT TREATMENT
AND DRYING OF THERMAL INSULATION MATERIALS**

Abstract. The results of processing experimental data on heat treatment in drying processes of thin thermal insulation materials are presented. As a result of processing the experimental data by generalized complex variables, formulas for determining the heat flux density, average integral temperatures, the intensity of moisture evaporation, and the duration of the heat treatment process of materials were obtained. Based on the elements of the thermal regular regime theory, formulas for

determining the rate of heating of the wet body and the rate of loss of moisture content have been established by processing experimental data using the least squares method. The conditions of the drying process in the regular mode are considered. Processing experimental data with generalized complex variables allows you to move from one coordinate system to another, from one variable to another, without performing additional time-consuming experiments. Based on the equation of drying kinetics and the generalized drying curve, the relationship between the dimensionless heat flux and the relative drying rate is given. For the single-zone method of calculating the drying rate curve, an approximate relationship for determining the relative drying rate is given. The relationship between material surface temperature and the relative drying rate in the heat treatment processes of ceramic tiles, asbestos sheets, wool felts was established. All of the above formulas were used to check the reliability of the obtained dependencies, as well as to compare the calculated values of the main parameters of the drying kinetics with the experiment.

Keywords: moisture content, temperature, drying coefficient, drying time, thermal conductivity, heat transfer coefficient, Biot number

For citation: Ol'shanskii A. I., Kotow A. A., Kuzmenkov S. M. Heat and mass transfer by generalized complex variables during heat treatment and drying of thermal insulation materials. *Vesti Natsyonal'nai akademii navuk Belarusi. Seriya fizika-technichnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*, 2022, vol. 67, no. 2, pp. 191–203 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1561-8358-2022-67-2-191-203>

Введение. Невозможность точного аналитического решения дифференциального уравнения массопереноса с переменными коэффициентами переноса, зависящими от влагосодержания и температуры материала в очень сложной форме, вызывает необходимость в разработке простых приближенных опытных уравнений для расчета длительности сушки.

Наиболее эффективными являются методы обработки опытных данных, основанные на устойчивых комплексных переменных, характеризующих наиболее общие закономерности протекания процесса и устанавливающие связь между различными параметрами при тепловой обработке материалов.

К обобщенным переменным следует отнести следующие: обобщенное время тепловой обработки Nt , относительная скорость сушки N^* , относительное влагосодержание материала $\bar{u}/\bar{u}_{кр}$, отношение времени тепловой обработки в первом и втором периодах процесса сушки τ_{II}/τ_I .

Комплекс обобщенных переменных создает условия инвариантности величин основных параметров процесса тепловой обработки и сушки при данном начальном влагосодержании материала [1–3] независимо от режима процесса обработки. Перекрестная инвариантность величин, составляющих процесс тепловой обработки, позволяет разработать приближенные уравнения для расчета основных параметров процесса [1–3]. Инвариантность обобщенных переменных создает условия перехода от одних переменных к другим, от одной системы координат к другой без проведения дополнительных трудоемких экспериментов [1].

Кинетика тепловой обработки и сушки. Введение Г. К. Филоненко в практику сушки обобщенной кривой сушки сыграло значительную роль в развитии способов обработки опытных данных и в разработке приближенных методов расчета кинетики теплообмена [1–4].

Метод Г. К. Филоненко, основанный на обобщенных кривых сушки, был в дальнейшем развит и усовершенствован В. В. Красниковым [1–3]. На основе анализа многих экспериментальных данных по сушке различных материалов В. В. Красников установил, что при сушке любого материала с заданным начальным влагосодержанием \bar{u}_0 независимо от режима процесса сохраняется неизменной величина Nt [1]. Переменная Nt является устойчивым комплексом величин, характерных для всех процессов тепловой обработки и сушки различных влажных материалов при разных методах энергоподвода [1–3]. Величина Nt названа обобщенным временем тепловой обработки [1].

Относительная скорость сушки N^* в периоде падающей скорости (второй период) не зависит от режимных параметров процесса и представляет собой лишь функцию влагосодержания материала [1–4]. Анализ опытных данных по тепловой обработке различных влажных материалов показал, что комплексы $\bar{u}/\bar{u}_{кр}$ и τ_{II}/τ_I также являются обобщенными переменными и связаны с величиной скорости сушки в первом периоде N [1–3].

Эксперимент. Рассмотрим закономерности тепловой обработки в процессах сушки тонких теплоизоляционных материалов на основе обобщенных переменных.

Основное уравнение кинетики сушки А. В. Лыкова [2, 7–9]

$$q^* \approx \frac{q_{II}}{q_I} \approx N^* (1 + Rb), \quad (1)$$

где q^* – безразмерный тепловой поток; q_I, q_{II} – плотности потока тепла соответственно в первом и втором периодах сушки, Вт/м²; число Ребиндера Rb устанавливает связь между теплообменом q^* и влагообменом N^* [1–3].

При термообработке тонких плоских влажных материалов расход тепла на нагрев влажного тела много меньше расхода на испарение из него влаги и числа $Rb \ll 1$ [1–3].

Пренебрегая числом Rb при малых его значениях и учитывая, что максимальные значения $Rb \approx 0,25–0,35$ наблюдаются в конце процесса сушки при влагосодержании материала $\bar{u} \rightarrow u_p$ (u_p – равновесное влагосодержание материала), когда процесс необходимо заканчивать во избежание пересушки материала и перерасхода энергии на процесс [1, 2, 9]. Тогда приближенно можно записать

$$q^* \approx N^*. \quad (2)$$

Из метода обобщения кривых сушки и скорости сушки вытекает, что обобщенное время $N\tau_{II}$ и относительная скорость сушки N^* являются лишь функцией влагосодержания и можно записать $N^* = f(\bar{u})$, $N\tau_{II} = f(\bar{u})$. Следовательно, для безразмерного потока тепла [7, 10]

$$q^* \approx N^* \approx \frac{1}{N} \left| \frac{d\bar{u}}{d\tau} \right| = \exp(-aN\tau_{II}), \quad (3)$$

$$q^* \approx N^* \approx \frac{1}{N} \left| \frac{d\bar{u}}{d\tau} \right| = \exp\left(-m \frac{\tau_{II}}{\tau_I}\right). \quad (4)$$

Обработкой опытных данных для целого ряда влажных материалов были установлены приближенные выражения для постоянных a и m в уравнениях (3), (4) [7, 10]:

$$a \approx \frac{0,8}{\bar{u}_{кр}}, \quad (5)$$

$$m \approx 0,49 \frac{\bar{u}_0}{\bar{u}_{кр}}, \quad (6)$$

где $\bar{u}_{кр}$ – влагосодержание перехода первого периода сушки во второй.

На рис. 1 и 2 представлена обработка опытных данных для зависимостей (3) и (4) для процессов тепловой обработки и сушки керамической плитки, листового асбеста и шерстяного войлока.

Интегрируя уравнения (3) и (4) для второго периода сушки от $\tau = 0$ до текущего τ (мин) и влагосодержания от $\bar{u}_{кр}$ до текущего \bar{u} , получим [7, 8, 10]:

$$\tau_{II} = -\frac{1}{aN} \ln(1 - a(\bar{u}_{кр} - \bar{u})), \quad (7)$$

$$\tau_{II} = -\frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}}{mN} \ln \left(1 - \left(\frac{\bar{u}_{кр} - \bar{u}}{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}} \right) m \right). \quad (8)$$

Скорость сушки рассчитывается согласно выражению [1–3]

$$\left| \frac{d\bar{u}}{d\tau} \right| = K(\bar{u} - u_p). \quad (9)$$

Коэффициент сушки в свою очередь определяется следующим образом [1–3]:

$$K = \frac{N}{\bar{u}_{кр} - u_p}. \quad (10)$$

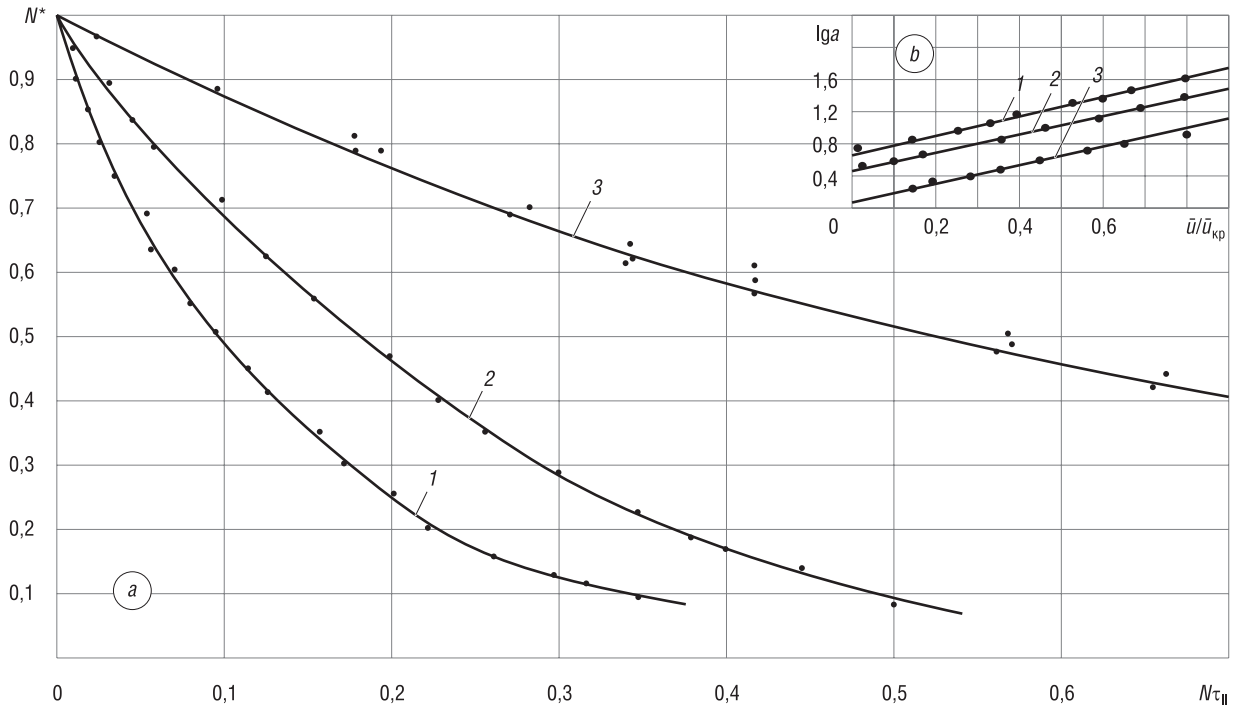


Рис. 1. Зависимость относительной скорости сушки N^* от обобщенного времени $N\tau_{II}$ (a) и коэффициента $lga = f(\bar{u}/\bar{u}_{кр})$ (b) для исследованных материалов: 1 – керамическая плитка, 2 – листовый асбест, 3 – шерстяной строительный войлок.

Режим сушки: $t_c = 90\text{ }^\circ\text{C}$ и $120\text{ }^\circ\text{C}$; скорость воздуха $v = 3\text{ м/с}$ и 5 м/с ; относительная влажность воздуха $\varphi = 5\%$

Fig. 1. Dependence of the relative drying speed N^* on the generalized time $N\tau_{II}$ (a) and factor $lga = f(\bar{u}/\bar{u}_{кр})$ (b) for the studied materials: 1 – ceramic tiles, 2 – sheet asbestos, 3 – wool construction felt. Drying mode: $t_c = 90\text{ }^\circ\text{C}$ and $120\text{ }^\circ\text{C}$; air speed $v = 3\text{ м/с}$ and 5 м/с ; relative air humidity $\varphi = 5\%$

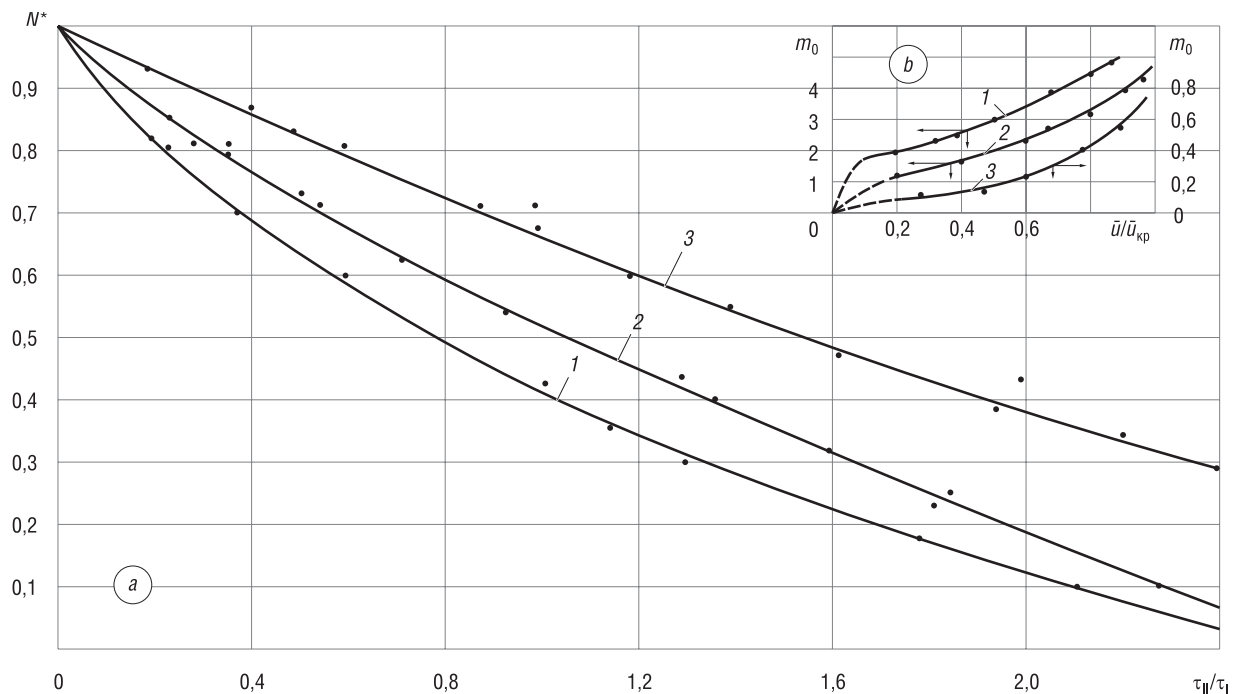


Рис. 2. Зависимость относительной скорости сушки N^* от безразмерного времени τ_{II}/τ_I (a) и коэффициента m_0 от относительного влагосодержания $\bar{u}/\bar{u}_{кр}$ (b) для процессов сушки исследованных материалов: 1 – керамическая плитка, 2 – листовый асбест, 3 – шерстяной строительный войлок. Режимы тепловой обработки указаны на рис. 1

Fig. 2. Dependence of the relative drying rate N^* on the dimensionless time τ_{II}/τ_I (a) and the coefficient m_0 on the relative moisture content $\bar{u}/\bar{u}_{кр}$ (b) for drying processes of the studied materials: 1 – ceramic tiles, 2 – sheet asbestos, 3 – wool construction felt. Heat treatment modes are shown in Fig. 1

Подставляя (9) и (10) в (2), получим выражение для относительной скорости сушки N^* :

$$N^* \approx \frac{1}{N} \left| \frac{d\bar{u}}{d\tau} \right| \approx \frac{\bar{u} - u_p}{\bar{u}_{кр} - u_p} \approx \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}. \quad (11)$$

При температурах теплоносителя $t_c > 90$ °С равновесное влагосодержание материала $u_p \approx 0$. Используя (11), запишем уравнения (3) и (4) в виде:

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} \approx \exp(-a_0 N \tau_{II}) \approx \exp\left(-m_0 \frac{\tau_{II}}{\tau_I}\right). \quad (12)$$

Значения постоянных a_0 и m_0 устанавливаются обработкой экспериментальных данных [7, 10]. Время сушки во втором периоде определяется из уравнения

$$\tau_{II} = \frac{1}{a_0 N} \left(1 - \ln \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} \right) = \frac{1}{m_0} \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}}{N} \left(1 - \ln \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} \right). \quad (13)$$

Обработкой кривых, представленных на рис. 1, b и рис. 2, b , установлено, что коэффициенты a_0 и m_0 в уравнении (12) изменяются от влагосодержания материала по сложным экспоненциальным зависимостям.

В результате обработки полученных данных эксперимента методом наименьших квадратов выведены приближенные формулы для коэффициентов a_0 и m_0 :

$$a_0 = B \exp\left(2,0 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}\right), \quad (14)$$

$$m_0 = A \exp\frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}. \quad (15)$$

На рис. 3 даны зависимости $\tau_{II}/\tau_I = f(\bar{u}/\bar{u}_{кр})$ в процессах сушки керамики, асбеста, войлока и натуральной кожи.

Обработка кривых проведена в виде степенной зависимости $\tau_{II}/\tau_I = f(A_0 \bar{u}/\bar{u}_{кр})^n$ и экспоненциальной $\tau_{II}/\tau_I = f(\exp(M_0 \bar{u}/\bar{u}_{кр}))$. В результате такой обработки данных методом наименьших квадратов получены приближенные формулы:

$$\tau_{II} \approx \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}}{N} A_0 \left(\frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} \right)^{-1,25}, \quad (16)$$

$$\tau_{II} \approx \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}}{N} M_0 \exp\left(-2,5 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}\right). \quad (17)$$

Регулярный тепловой режим нагрева твердого влажного тела. Второй период тепловой обработки при влагосодержании материала $\bar{u} < \bar{u}_{кр}$ протекает в стадии регулярного теплового режима [2, 5, 6]. Основным признаком регулярного режима является соотношение [6]

$$\frac{1}{t_c - \bar{t}} \frac{d\bar{t}}{d\tau} = m_t = \text{const}, \quad (18)$$

где $d\bar{t}/d\tau$ – скорость возрастания температуры во времени; m_t – темп нагрева тела, мин^{-1} . Регуляризация по температурам и тепловым потокам происходит во втором периоде с увеличением температуры $\bar{t} > t_m$ (t_m – температура мокрого термометра), а по влагосодержаниям – после окончания стадии прогрева материала [5, 6].

Темп нагрева влажного тела m_t и темп убыли влагосодержания m_u (мин^{-1}) находятся экспериментально путем построения графических зависимостей $\ln(t_c - \bar{t}) = f(\tau)$ и $\ln(\bar{u}_0 - \bar{u}) = f(\tau)$ для двух произвольных моментов времени регулярного режима [6, 11]:

$$m_t = \frac{\ln(t_c - \bar{t}_1) - \ln(t_c - \bar{t}_2)}{\tau_2 - \tau_1},$$

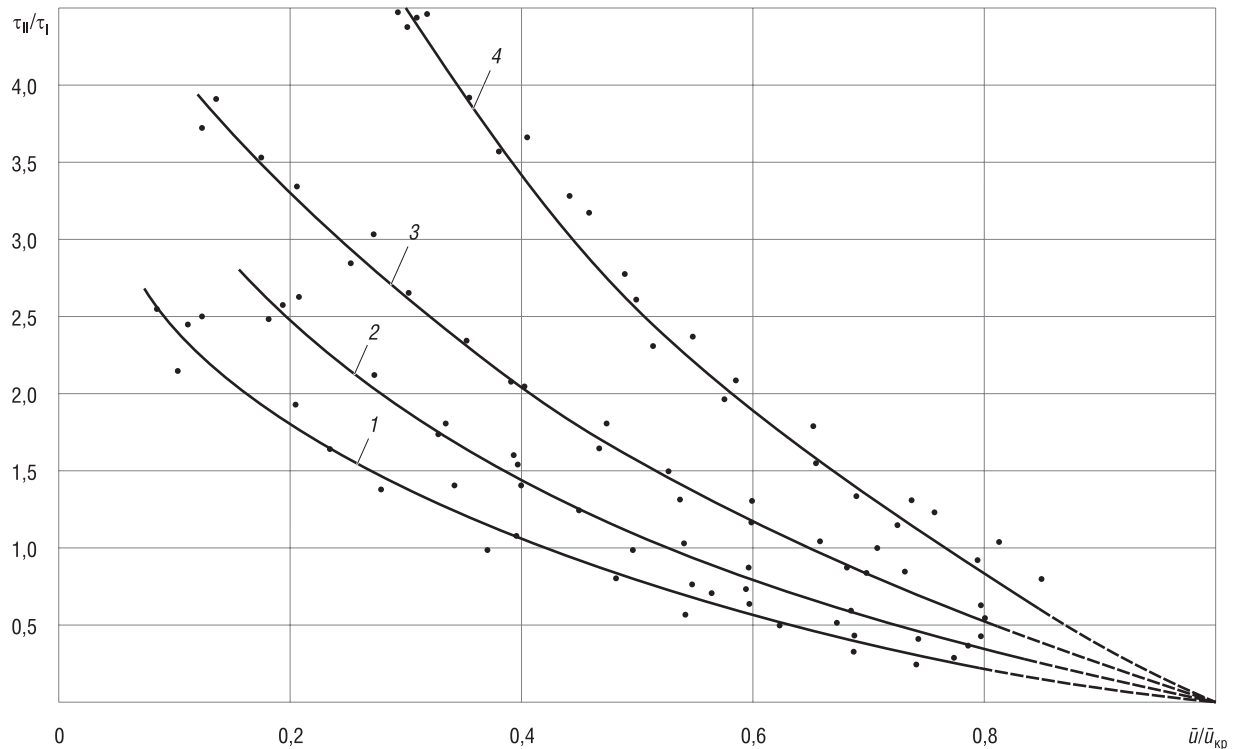


Рис. 3. Зависимость комплексной переменной τ_{II}/τ_I от обобщенных переменных $\bar{u}/\bar{u}_{кр}$ в процессах сушки исследованных материалов: 1 – листовый асбест, 2 – керамическая плитка, 3 – шерстяной войлок, 4 – натуральная кожа (юфта). Для кривых 1, 2, 3 тепловые режимы даны на рис. 1; режимы сушки кожи (кривая 4): $t_c = 30^\circ\text{C}$; 40 и 50°C ; $v = 0,5$ м/с и 1 м/с; относительная влажность воздуха $\varphi = 35\%$; 45 и 60 %

Fig. 3. Dependence of the complex variable τ_{II}/τ_I on the generalized variables $\bar{u}/\bar{u}_{кр}$ in drying processes of the studied materials: 1 – sheet asbestos, 2 – ceramic tiles; 3 – wool felt, 4 – natural leather (yuft). For curves 1, 2, 3 thermal modes are given in Fig. 1; modes of skin drying (curve 4): $t_c = 30^\circ\text{C}$, 40 and 50°C ; $v = 0.5$ m/s and 1 m/s; relative humidity $\varphi = 35\%$; 45 and 60 %

$$m_u = \frac{\ln(\bar{u}_0 - \bar{u}_1) - \ln(\bar{u}_0 - \bar{u}_2)}{\tau_2 - \tau_1}.$$

Графические зависимости для m_t и m_u в принятой системе координат представляют собой прямые и, следовательно, являются экспонентами. Обработкой большого числа таких зависимостей для керамики, асбеста, войлока, картона, тканей при различных режимах сушки установлены следующие приближенные зависимости [5]:

$$m_t \approx 0,105 \exp(-2\bar{u}_{кр}), \tag{19}$$

$$m_u \approx 8,7N \exp(-2\bar{u}_0). \tag{20}$$

На рис. 4, а изображена зависимость $m_u/N = f(\bar{u}_0)$ для процессов сушки различных материалов. Обработкой этой экспоненциальной кривой получена формула (20). Отношение m_u/N при данном начальном влагосодержании \bar{u}_0 является величиной постоянной и зависит только от вида влажного материала [5].

Из решения дифференциального уравнения тепло- и массопереноса для неограниченной пластины при краевых условиях третьего рода (сушка), при равномерном начальном распределении температуры в пластине, нагреваемой в среде $t_c = \text{const}$ при значениях числа Био $Bi < 1$, когда критерий Поснова $Pn = 0$ А. В. Лыковым для безразмерных температур (Θ) и влагосодержаний (\bar{U}) получены уравнения [6]:

$$\bar{\Theta} = \frac{t_c - \bar{t}}{t_c - t_H} = \frac{t_c - \bar{t}}{t_c - t_M} = \exp(-Bi \cdot Fo) = \exp(-m_t \cdot \tau_{II}), \tag{21}$$

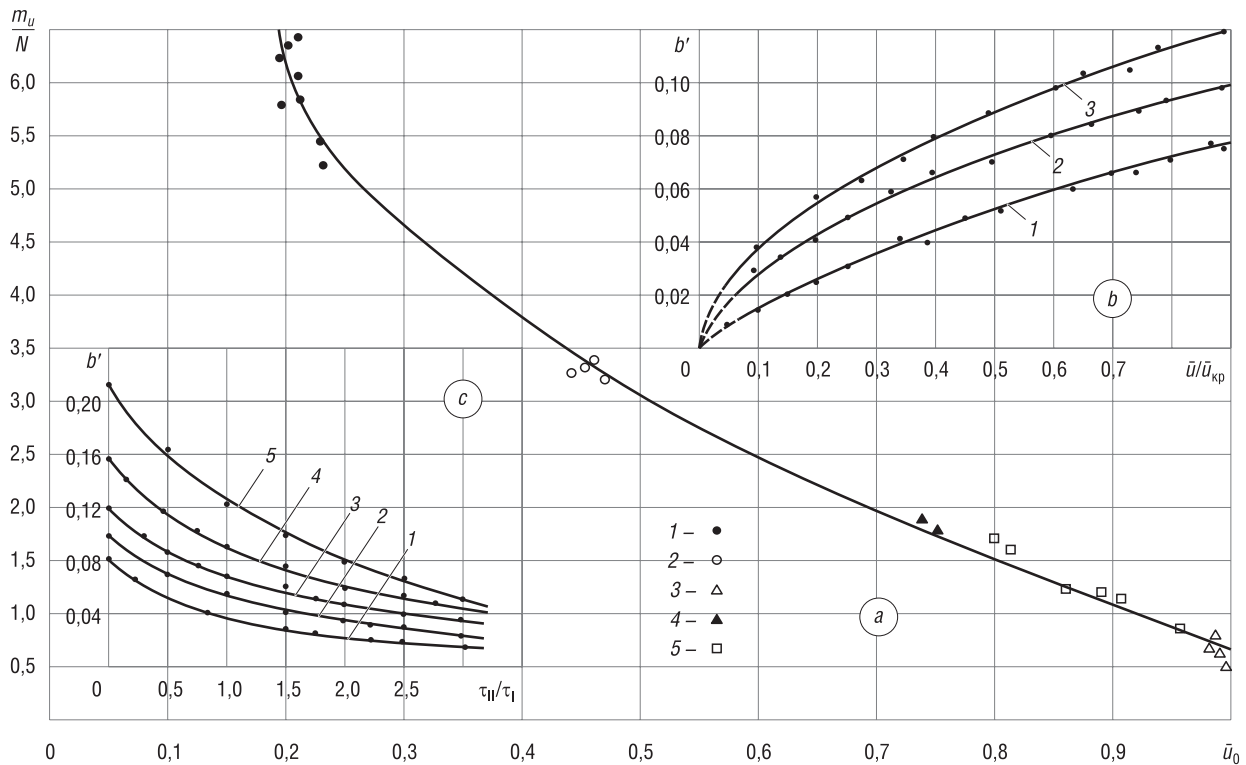


Рис. 4. Зависимость обобщенной комплексной переменной m_u/N от начального влагосодержания \bar{u}_0 для процессов сушки: 1 – керамическая плитка, 2 – листовый асбест, 3 – шерстяной войлок, 4 – технический картон, 5 – натуральная кожа. Для кривых 1–3, 5 тепловые режимы даны на рис. 1 и рис. 2; режимы сушки картона (кривая 4): $t_c = 90^\circ\text{C}$ и 110°C ; $v = 3\text{ м/с}$ и 5 м/с

Fig. 4. Dependence of the generalized complex variable m_u/N on the initial moisture content \bar{u}_0 for drying processes: 1 – ceramic tile, 2 – asbestos sheet, 3 – wool felt, 4 – technical cardboard, 5 – natural leather. For curves 1–3, 5, the thermal modes are given in Fig. 1 and Fig. 2; the cardboard drying modes (curve 4): $t_c = 90^\circ\text{C}$ and 110°C ; $v = 3\text{ m/s}$ and 5 m/s

$$\bar{U} = \frac{\bar{u} - u_p}{\bar{u}_0 - u_p} = \exp(-\text{Bi}_m \cdot \text{Fo}_m) = \exp(-m_u \cdot \tau), \tag{22}$$

где Bi , Bi_m , Fo , Fo_m – тепло- и массообменные критерии Био и Фурье для второго периода. Начальная температура $t_n = t_m$. Из теории регулярного теплового режима для твердых тел заданной формы следует для комплексов $\text{Bi} \cdot \text{Fo} = m_t \cdot \tau_{II}$; $\text{Bi}_t \cdot \text{Fo}_t = m_u \cdot \tau$ [6, 11].

Из уравнений (21) и (22) определяются среднеинтегральные температуры материала во втором периоде и длительность тепловой обработки и сушки [5, 12, 13, 14]:

$$t = t_c - (t_c - t_m) \cdot \exp(-m_t \cdot \tau_{II}), \tag{23}$$

$$\tau = -\frac{1}{m_u} \ln \frac{\bar{u} - u_p}{\bar{u}_0 - u_p}. \tag{24}$$

Время сушки во втором периоде [5] равно

$$\tau_{II} = -\frac{1}{m_u} \ln \frac{\bar{u} - u_p}{\bar{u}_{кр} - u_p}. \tag{25}$$

В табл. 1 дано сопоставление расчетных значений длительности тепловой обработки с экспериментальными при сушке керамической плитки, листового асбеста и шерстяного войлока, вычисленных по формулам (7), (8), (13), (16), (24).

Обозначим скорость нагрева тела $d\bar{t}/d\tau = b'$ (град/с) и запишем

$$b' = \frac{d\bar{t}}{d\tau} = m_t \cdot (t_c - \bar{t}). \tag{26}$$

где τ – в с, m_t – в с^{-1} .

Т а б л и ц а 1. Сопоставление экспериментальных значений длительности тепловой обработки и сушки с расчетными значениями по формулам (7), (8), (13), (16), (24)

Table 1. Comparison of experimental values of heat treatment and drying duration with calculated values by formulas (7), (8), (13), (16), (24)

\bar{u}	$\bar{u}/\bar{u}_{кр}$	$\tau_{п, мин экс}$	$\tau_{п, мин (7)}$	$\tau_{п, мин (8)}$	$\tau_{п, мин (13)}$	$\tau_{п, мин (13)}$	$\tau_{п, мин (16)}$	$\tau_{п, мин (16)}$	$\tau, мин экс$	$\tau, мин (24)$
Листовой асбест: $\delta = 6 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho = 770$ кг/м ³ ; $\bar{u}_0 = 0,46$; $\bar{u}_{кр} = 0,2$; $N = 0,028$ мин ⁻¹ ; $\tau_1 = 8,6$ мин; $q_1 = 5300$ Вт/м ² ; $t_M = 42$ °С; $m_u = 0,09$ мин ⁻¹ . Режим сушки: $t_c = 120$ °С; $v = 5$ м/с; $\varphi = 5$ %										
0,16	0,8	1,7	1,55	1,52	1,8	1,82	1,8	2,0	10,5	11,0
0,14	0,7	2,5	2,46	2,42	2,2	2,25	2,6	2,65	11,0	12,2
0,12	0,6	3,6	3,46	3,37	4,0	3,90	3,6	3,45	12,5	13,4
0,08	0,4	6,8	5,86	5,74	5,96	6,25	6,4	6,2	15,5	16,4
0,04	0,2	11,5	9,22	9,21	11,35	11,6	11,7	10,8	20,5	21,8
0,02	0,1	14,5	11,40	11,88	14,8	14,8	–	13,6	23,5	25,5
Керамическая плитка: $\delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho = 1860$ кг/м ³ ; $\bar{u}_0 = 0,2$; $\bar{u}_{кр} = 0,1$; $N = 0,0156$ мин ⁻¹ ; $\tau_1 = 6,5$ мин; $q_1 = 5800$ Вт/м ² ; $t_M = 48,5$ °С; $m_u = 0,12$ мин ⁻¹ . Режим сушки: $t_c = 120$ °С; $v = 3$ м/с; $\varphi = 5$ %										
0,08	0,8	1,6	1,52	1,50	1,72	1,76	1,72	1,76	8,0	7,8
0,06	0,6	3,5	3,15	3,34	3,17	3,10	3,10	3,35	10,0	10,2
0,04	0,4	6,0	5,32	5,86	5,85	5,27	5,8	5,96	12,5	13,6
0,02	0,2	10,5	8,9	9,9	10,9	8,96	10,8	9,95	17,5	18,5
Шерстяной войлок: $\delta = 8 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho = 200$ кг/м ³ ; $\bar{u}_0 = 1,4$; $\bar{u}_{кр} = 0,75$; $N = 0,048$ мин ⁻¹ ; $\tau_1 = 8,2$ мин; $q_1 = 3150$ Вт/м ² ; $t_M = 37,5$ °С; $m_u = 0,0512$ мин ⁻¹ . Режим сушки: $t_c = 90$ °С; $v = 5$ м/с; $\varphi = 6$ %										
0,6	0,80	4,5	3,39	3,85	3,72	3,74	4,4	4,90	12,5	12,8
0,5	0,67	7,0	6,23	5,86	5,75	5,87	6,6	6,95	15,0	15,6
0,4	0,53	10	9,15	9,64	9,38	9,62	9,8	9,78	18,5	19,6
0,3	0,40	13,5	12,8	14,5	13,62	12,6	12,8	13,55	21,5	22,7
0,2	0,27	19,0	17,27	18,2	19,7	17,4	19,2	17,40	27,5	29

П р и м е ч а н и е: δ – толщина материала, ρ – плотность материала.

Коэффициент b' определяется графическим дифференцированием температурной кривой $\bar{t} = f(\tau)$. Впервые такой метод был предложен А. В. Лыковым [15].

Если построить зависимости $b' = f(\bar{t})$, то они будут представлять собой прямые, продолжения которых отсекают по осям координат отрезки, обозначенные на рис. 5 как OB и OA .

На рис. 5, *a* дана зависимость температурного коэффициента b' от средней температуры в процессах сушки керамики для разных режимов. На рис. 5, *b* представлена кривая сушки $\bar{u} = f(\tau)$ и температурная кривая $\bar{t} = f(\tau)$ для керамики при режиме сушки $t_c = 120$ °С; $v = 3$ м/с.

При значениях числа $Bi < 1$ темп нагрева тела определяется зависимостью [6]

$$m_t = \frac{\bar{\alpha}}{c_{вл} \cdot \rho \cdot R_V}, c^{-1},$$

где $\bar{\alpha}$ – средний коэффициент теплоотдачи во втором периоде, Вт/м² · град; $c_{вл}$ – удельная теплоемкость влажного тела, Дж/кг · град; ρ – плотность, кг/м³; R_V – отношение объема тела к поверхности, м. В процессе конвективного нагрева тела мгновенный поток тепла из уравнения баланса [16]

$$\bar{\alpha} \cdot (t_c - \bar{t}) = c_{вл} \cdot \rho \cdot R_V \cdot \frac{d\bar{t}}{d\tau}. \tag{27}$$

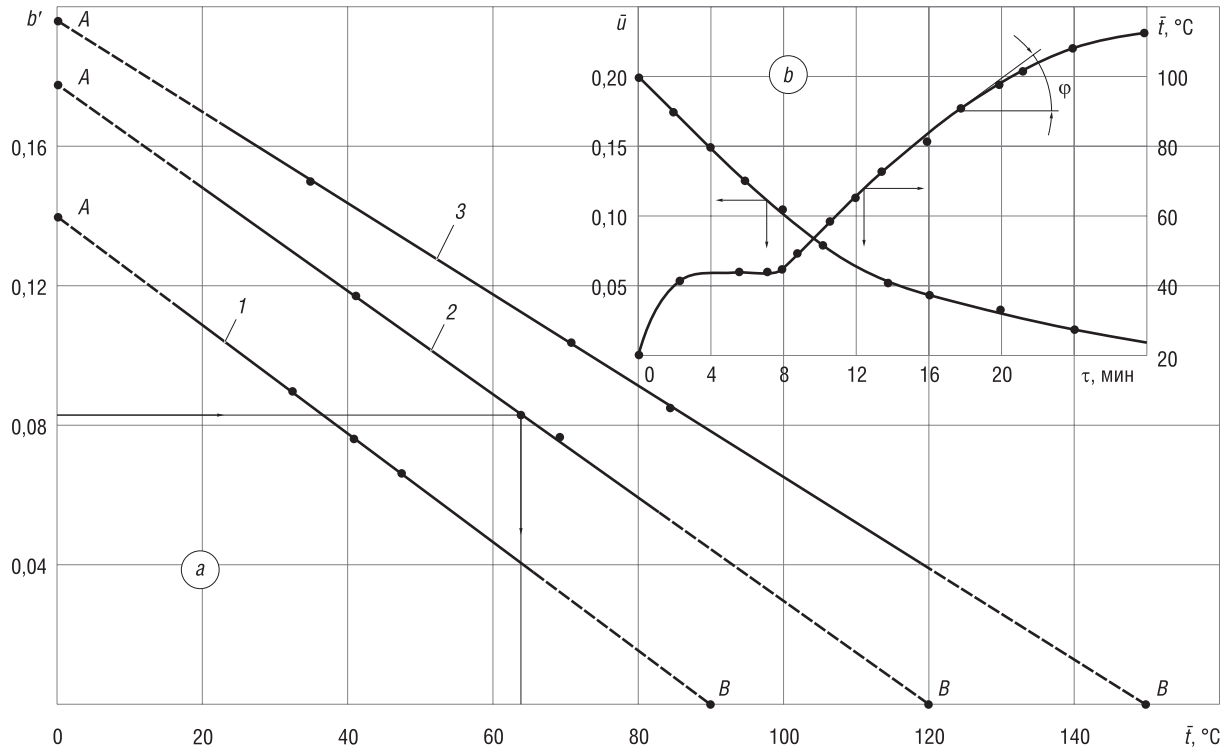


Рис. 5. Зависимость температурного коэффициента b' от среднеинтегральной температуры \bar{t} для сушки керамики (а). Режимы сушки: 1 – $t_c = 90$ °C, $v = 10$ м/с; 2 – $t_c = 120$ °C, $v = 3$ м/с; 3 – $t_c = 150$ °C, $v = 5$ м/с. Кривая сушки $\bar{u} = f(\tau)$ и температурная кривая $\bar{t} = f(\tau)$ (b) для сушки керамической плитки: $t_c = 120$ °C; $v = 3$ м/с, $\varphi = 5$ %

Fig. 5. Dependence of the temperature coefficient b' on the average integral temperature \bar{t} for drying ceramics (a). Drying modes: 1 – $t_c = 90$ °C, $v = 10$ m/s; 2 – $t_c = 120$ °C, $v = 3$ m/s; 3 – $t_c = 150$ °C, $v = 5$ m/s. Drying curve $\bar{u} = f(\tau)$ and temperature curve $\bar{t} = f(\tau)$ (b) for drying ceramic tiles: $t_c = 120$ °C; $v = 3$ m/s, $\varphi = 5$ %

Согласно уравнению (26) тангенс угла наклона прямых $b' = f(\bar{t})$ (рис. 5, а) равен [15]

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\bar{\alpha}}{c_{\text{вл}} \cdot \rho \cdot R_V},$$

отрезки, отсекаемые на осях координат (рис. 5, а), –

$$OA = \frac{\bar{\alpha}}{c_{\text{вл}} \cdot \rho \cdot R_V},$$

а отрезок OB равен температуре среды t_c , и, следовательно, темп нагрева тела

$$m_t = \frac{b'(OA)}{t_c}.$$

Таким образом, зависимость $b' = f(\bar{t})$ по одному режиму и по одному значению температуры при данном влагосодержании материала определяет величину m_t для различных режимов тепловой обработки конкретного материала.

На основе коэффициента b' устанавливается связь между обобщенными переменными $\bar{u}/\bar{u}_{\text{кр}}$ и τ_{II}/τ_I . На рис. 4, b, c приводятся результаты опытов для зависимостей $b' = f(\bar{u}/\bar{u}_{\text{кр}})$ и $b' = f(\tau_{\text{II}}/\tau_I)$ в процессах сушки керамической плитки. Видно, что образуются экспоненциальные кривые, которые аппроксимируются приближенными уравнениями [17]:

$$b' = \frac{d\bar{t}}{d\tau} = S \cdot \exp\left(Z \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\text{кр}}}\right), \quad (28)$$

$$b' = \frac{d\bar{t}}{d\tau} = K_0 \cdot \exp\left(-\Psi \frac{\tau_{II}}{\tau_I}\right). \quad (29)$$

Здесь постоянная S – линейная функция температуры, $S = 1,9 \cdot 10^{-4} t_c$. Величина Z для керамики и асбеста составляет

$$Z \approx \frac{1}{0,5 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} + 0,2},$$

для войлока –

$$Z \approx 0,375 \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} - 0,05.$$

Постоянная K_0 также линейная функция температуры t_c , $K_0 \approx 10^{-3} t_c$. Коэффициент Ψ в процессах сушки керамики, асбеста и войлока приближенно определяется соотношением $\Psi \approx \bar{u}_{кр}/\bar{u}_0$.

Решением уравнений (28) и (29) устанавливается среднеинтегральная температура во втором периоде [17]:

$$\bar{t} = t_A - \frac{1,9 \cdot 10^{-4} t_c}{m_t} \cdot \exp\left(Z \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}\right), \quad (30)$$

$$\bar{t} = t_c - \frac{10^{-4} t_c}{\Psi} \cdot \frac{\bar{u}_0 - \bar{u}_{кр}}{N} \cdot \exp\left(-\Psi \frac{\tau_{II}}{\tau_I}\right). \quad (31)$$

На основе решения уравнения кривой скорости сушки $|d\bar{u}|/|d\tau| = NN^*$ Г. К. Филоненко [4] установил связь между теплообменом и влагообменом в виде уравнения

$$\frac{t_c - t_{II}}{t_c - t_M} = N^*, \quad (32)$$

где t_{II} – температура на поверхности материала.

Температура на поверхности материала из уравнения (32) равна

$$t_{II} = t_c - (t_c - t_M) \cdot N^*, \quad (33)$$

или

$$t_{II} = t_M + (t_c - t_M) \cdot (1 - N^*). \quad (34)$$

Подставляя (11) в (33), получаем

$$t_{II} = t_c - (t_c - t_M) \frac{\bar{u} - u_p}{\bar{u}_{кр} - u_p}. \quad (35)$$

Интенсивность испарения влаги с поверхности материала в процессе постоянной скорости сушки определяется выражением [2, 3]

$$j_I = \rho \cdot N \cdot R_V, \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с},$$

Интенсивность испарения влаги в периоде падающей скорости сушки [12] рассчитывается следующим образом:

$$j_{II} = \rho_0 \cdot R_V \left| \frac{d\bar{u}}{d\tau} \right| = \rho_0 \cdot R_V \cdot N \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}} = j_I \frac{\bar{u}}{\bar{u}_{кр}}. \quad (36)$$

Значения коэффициентов A_0 , M_0 , Ψ даны в табл. 2, сопоставление экспериментальных значений параметров кинетики сушки с расчетными, вычисленными по формулам, – в табл. 3.

Т а б л и ц а 2. Значения коэффициентов в формулах (14), (15), (16), (17), (29) в процессах сушки керамической плитки, листового асбеста, строительного шерстяного войлока

Table 2. Values of the coefficients in formulas (14), (15), (16), (17), (29) in the processes of drying of ceramic tiles, sheet asbestos, construction wool felt

Материал	Коэффициенты				
	B (14)	A (15)	A ₀ (16)	M ₀ (17)	Ψ (29)
Листовой асбест	5,5	1,8	0,226	1,9	0,435
Керамическая плитка	9,2	1,6	0,225	2,5	0,500
Строительный шерстяной войлок	1,3	1,0	0,500	4,5	0,760

Т а б л и ц а 3. Значения плотностей тепловых потоков, относительной скорости сушки, интенсивности испарения влаги, среднелинейных температур во втором периоде тепловой обработки керамической плитки и листового асбеста по формулам (1), (2), (3), (4), (23), (30), (31), (33), (36)

Table 3. Values of heat flux densities, relative speed of drying, intensity of moisture evaporation, average integral temperatures during the second period of heat treatment of ceramic tiles and sheet asbestos according to formulas (1), (2), (3), (4), (23), (30), (31), (33), (36)

\bar{u}	$\bar{u}/\bar{u}_{кр}$	q^*, N^* (3)	q^*, N^* (4)	q^*, N^* (2)	$q_{II}, \text{Вт/м}^2$ (1)	$t_{пс}, ^\circ\text{C}$ экс	$\bar{t}, ^\circ\text{C}$ (23)	$\bar{t}, ^\circ\text{C}$ (30)	$\bar{t}, ^\circ\text{C}$ (31)	$t_{пс}, ^\circ\text{C}$ (33)	$j_I, 10^3 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$ (36)
Плитка керамическая: $\delta = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $\rho = 1860 \text{ кг/м}^3$; $\bar{u}_0 = 0,2$; $\bar{u}_{кр} = 0,1$; $N = 0,0156 \text{ мин}^{-1}$; $q_I = 5800 \text{ Вт/м}^2$; $t_M = 48,5 \text{ }^\circ\text{C}$; $m_I = 0,0945 \text{ мин}^{-1}$; $j_I = 0,24 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$. Режим сушки: $t_c = 120 \text{ }^\circ\text{C}$; $v = 3 \text{ м/с}$; $\varphi = 5 \%$											
0,08	0,8	0,82	0,82	0,81	4756	65	64	63	63,5	63,5	0,197
0,06	0,6	0,63	0,64	0,63	3712	75	75	73	73,5	73,5	0,154
0,04	0,4	0,43	0,44	0,43	2494	84	86	84	82,5	84,5	0,104
0,02	0,2	0,23	0,24	0,23	1390	103	102	99	101	102	0,0576
Асбест листовый: $\delta = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $\rho = 770 \text{ кг/м}^3$; $\bar{u}_0 = 0,46$; $\bar{u}_{кр} = 0,2$; $N = 0,028 \text{ мин}^{-1}$; $q_I = 5300 \text{ Вт/м}^2$; $t_M = 42 \text{ }^\circ\text{C}$; $m_I = 0,077 \text{ мин}^{-1}$; $j_I = 0,215 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$. Режим сушки: $t_c = 120 \text{ }^\circ\text{C}$; $v = 5 \text{ м/с}$; $\varphi = 5 \%$											
0,16	0,8	0,82	0,81	0,8	4292	59	58	57	58	56	0,174
0,14	0,7	0,73	0,74	0,75	3922	65	66	64	63	62	0,157
0,12	0,6	0,67	0,67	0,64	3445	71	71	68	70	69	0,144
0,08	0,4	0,44	0,43	0,42	2280	79	80	78	80	76	0,095
0,04	0,2	0,28	0,27	0,26	1490	86	–	88	85	85	0,060
0,02	0,1	0,23	0,24	0,22	1450	101	–	98	–	98	0,043

Заключение. Обработкой опытных данных, основанных на обобщенных комплексных переменных, получены приближенные экспериментальные уравнения для расчета кинетики сушки теплоизоляционных материалов. Инвариантность группы обобщенных переменных позволяет переходить от одного вида переменных к другим, от одной системы координат к другой независимо от режима термической обработки, без проведения дополнительных трудоемких экспериментов. Инвариантность величин обобщенных переменных позволяет сократить число экспериментов, избежать ошибок, уменьшить погрешность обработки опытных данных и разработать более точные приближенные уравнения для расчета основных параметров кинетики сушки.

Список использованных источников

1. Красников, В.В. Кондуктивная сушка / В.В. Красников. – М.: Энергия, 1973. – 288 с.
2. Лыков, А.В. Теория сушки / А.В. Лыков. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
3. Акулич, П.В. Расчеты сушильных и теплообменных установок / П.В. Акулич. – Минск: Беларус. наука, 2010. – 444 с.

4. Филоненко, Г.К. Сушильные установки / Г.К. Филоненко, П.Д. Лебедев. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1952. – 264 с.
5. Ольшанский, А.И. Регулярный тепловой режим нагревания влажных плоских капиллярно-пористых материалов в процессе сушки / А.И. Ольшанский, В.И. Ольшанский // Инженер.-физ. журн. – 2014. – Т. 87, № 6. – С. 1308–1318.
6. Лыков, А.В. Теория тепло- и массопереноса / А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 536 с.
7. Куц, П.С. Некоторые закономерности теплообмена и приближенные методы расчета кинетики процесса сушки влажных материалов / П.С. Куц, А.И. Ольшанский // Инженер.-физ. журн. – 1977. – Т. 32, № 6. – С. 1007–1014.
8. Лыков, А.В. Кинетика теплообмена в процессе сушки влажных материалов / А.В. Лыков, П.С. Куц, А.И. Ольшанский // Инженер.-физ. журн. – 1972. – Т. 23, № 3. – С. 401–406.
9. Ольшанский, А.И. Экспериментальное исследование кинетики сушки тонких плоских влажных материалов методом регулярного режима с использованным обобщенных комплексных переменных / А.И. Ольшанский, А.М. Гусаров // Инженер.-физ. журн. – 2017. – Т. 90, № 3. – С. 700–713.
10. Левина, Н.С. Исследование кинетики нагрева и сушки пористых материалов / Н.С. Левина // Ползунов. вестн. – 2008. – № 1–2. – С. 49–53.
11. Шорин, С.Н. Теплопередача / С.Н. Шорин. – М.: Высш. шк., 1964. – 490 с.
12. Натареев, С.В. Массоперенос в процессе сушки влажного материала при конвективном подводе теплоты / С.В. Натареев, Е.Н. Венкин, О.С. Натареев // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2012. – Т. 55, № 3. – С. 104–108.
13. Натареев, О.С. Теплоперенос в процессе конвективной сушки влажного материала / О.С. Натареев, Н.Р. Кокина, С.В. Натареев // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2015. – Т. 58, № 2. – С. 67–72.
14. Ольшанский, А.И. Исследование теплообмена в процессе сушки влажных материалов по экспериментальным данным влажнообмена с использованным обобщенных комплексных переменных / А.И. Ольшанский // Инженер.-физ. журн. – 2014. – Т. 87, № 4. – С. 887–897.
15. Лыков, А.В. Тепло- и массообмен в процессах сушки / А.В. Лыков. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1956. – 464 с.
16. Лыков, А.В. Теоретические основы строительной теплофизики / А.В. Лыков. – Минск: АН БССР, 1961. – 520 с.
17. Ольшанский, А.И. Исследование процесса сушки плоских влажных материалов методов обобщенных переменных / А.И. Ольшанский // Инженер.-физ. журн. – 2013. – Т. 86, № 1. – С. 66–76.

References

1. Krasnikov V.V. *Conductive Drying*. Moscow, Energiya Publ., 1973. 288 p. (in Russian).
2. Luikov A.V. *Drying Theory*. Moscow, Energiya Publ., 1968. 472 p. (in Russian).
3. Akulich P.V. *Calculations Drying and Heat Exchange Systems*. Minsk, Belorusskaya nauka Publ., 2010. 444 p. (in Russian).
4. Filonenko G. K., Lebedev P.D. *Drying Systems*. Moscow; Leningrad, Gosenergoizdat Publ., 1952. 264 p. (in Russian).
5. Olshanskii A.I. Regular Heat Regime of Heating of Moist Capillary-Porous Materials in the Process of Their Drying. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2014, vol. 87, no. 6, pp. 1362–1373. <https://doi.org/10.1007/s10891-014-1139-5>
6. Luikov A. V., Mikhajlov Yu. A. *Theory of Heat- and Mass Transfer*. Moscow, Gosenergoizdat Publ., 1963. 536 p. (in Russian).
7. Kuts P. S., Olshanskii A.I. Some features of heat and moisture transfer and approximate methods of calculating the drying kinetics of moist materials. *Journal of Engineering Physics*, 1977, vol. 32, no. 6, pp. 650–656. <https://doi.org/10.1007/bf00862568>
8. Luikov A. V., Kuts P. S., Olshanskii A.I. Heat transfer kinetics in the process of wet materials drying. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal = Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 1972, vol. 23, no. 3, pp. 401–406 (in Russian).
9. Olshanskii A. I., Gusarov A. M. Experimental Study of the Kinetics of Drying of Thin Plane Moist Materials by the Regular-Regime Method Using Generalized Complex Variables. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2017, vol. 90, no. 3, pp. 665–678. <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1614-x>
10. Levina N. S. Investigation of kinetics of heating and drying of porous materials. *Polzunovskii vestnik = Polzunovsky Bulletin*, 2008, no. 1–2, pp. 49–53 (in Russian).
11. Shorin S.N. *Heat Transfer*. Moscow, Vyshaya shkola Publ., 1964. 490 p. (in Russian).
12. Natareev S. V., Venkin E. N., Natareev O.S. Mass transfer in the process of drying wet material with convective heat supply. *Izvestija vuzov. Himiya i himicheskaya tekhnologiya = News of Institutes of Higher Education. Chemistry and Chemical Technology*, 2012, vol. 55, no. 3, pp. 104–108 (in Russian).
13. Natareev O. S., Kokina N. R., Natareev S.V. Heat transfer in the process of convective drying of wet material. *Izvestija vuzov. Himiya i himicheskaya tekhnologiya = News of Institutes of Higher Education. Chemistry and Chemical Technology*, 2015, vol. 58, no. 2, pp. 67–72 (in Russian).
14. Olshanskii A.I. Study of the Heat Transfer in the Process of Drying of Moist Materials from Experimental Data on Moisture Transfer. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2014, vol. 87, no. 4, pp. 917–928. <https://doi.org/10.1007/s10891-014-1089-y>
15. Luikov A. V. *Heat and Mass Transfer in Drying Processes*. Moscow; Leningrad, Gosenergoizdat Publ., 1956. 464 p. (in Russian).
16. Luikov A.V. *Theoretical Fundamentals of Construction Thermophysics*. Minsk, Publishing House of Academy of Sciences of BSSR, 1961. 520 p. (in Russian).
17. Olshanskii A.I. Investigation of the process of drying of plane moist materials by the method of generalized variables. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2013, vol. 86, no. 1, pp. 69–79. <https://doi.org/10.1007/s10891-013-0806-2>

Информация об авторах

Ольшанский Анатолий Иосифович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Теплоэнергетика», Витебский государственный технологический университет (Московский пр., 72, 210035, Витебск, Республика Беларусь). E-mail: tiomp@vstu.by

Котов Алексей Анатольевич – ассистент кафедры «Теплоэнергетика», Витебский государственный технологический университет (Московский пр., 72, 210035, Витебск, Республика Беларусь). E-mail: tiomp@vstu.by

Кузьменков Сергей Михайлович – ассистент кафедры «Технология машиностроения», Витебский государственный технологический университет (Московский пр., 72, 210035, Витебск, Республика Беларусь). E-mail: tiomp@vstu.by

Information about the authors

Anatolii I. Ol'shanskii – Ph. D. (Engineering), Associate Professor at the Department of Heat Power Engineering, Vitebsk State Technological University (72, Moskovsky Ave., 210035, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: tiomp@vstu.by

Alexej A. Kotow – Assistant at the Department of Heat Power Engineering, Vitebsk State Technological University (72, Moskovsky Ave., 210035, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: tiomp@vstu.by

Sergey M. Kuzmenkov – Assistant at the Department of Mechanical Engineering, Vitebsk State Technological University (72, Moskovsky Ave., 210035, Vitebsk, Republic of Belarus). E-mail: tiomp@vstu.by