УДК 537.8; 517.951

И.Е. Андрушкевич, В.А. Жизневский

Взаимодействие электромагнитной волны со средой с особыми проводящими свойствами

В последнее время большой интерес проявляется к вопросам взаимодействия электромагнитных полей с неоднородными и нелинейными средами. Это природные и искусственные среды, параметры которых изменяются под влиянием различных факторов. Пространственно-временные изменения электромагнитных параметров среды или отражающего объекта вызывают существенные изменения спектра радиосигнала из-за флуктуаций ее параметров во времени и порождают дифракционные явления, обусловленные их пространственными изменениями. Все это способствует возникновению частотных и амплитудных искажений проходящих и отраженных сигналов, изменению их формы и сдвигу во времени. Волновые уравнения для неоднородных, нестационарных сред имеют вид дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с изменяющимися коэффициентами [1]. Во многих случаях не представлялось возможным получить решения этих задач строгими аналитическими методами. Это одна из причин, по которой лишь в последнее время появилось ограниченное число работ, посвященных этой теме [2, 3]. Разрабатываемый авторами обобщенный метод Фурье разделения переменных [4] представляет мощное средство для исследований в этой области. В данной работе возможности этого метода иллюстрируются на примере задачи взаимодействия электромагнитной волны со средой особых проводящих свойств. Исследования [2] проводились для сред без учета потерь, вызываемыми проводящими свойствами. Безусловно, в реальных средах задачи распространения волн высокочастотного диапазона должны решаться с учетом таких потерь. Поэтому представляет интерес рассмотрение сред неоднородных и нестационарных по проводимости.

Плоская монохроматическая волна, составляющие поля которой являются решениями уравнений Максвелла в пустом полупространстве $z < 0$ (рис.1), распространяется по направлению к плоской границе $z = 0$ среды с особыми свойствами.

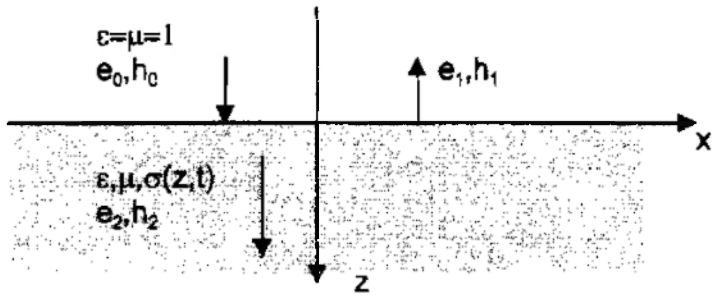


Рис. 1.

Особенность этой среды заключается в появлении проводящих свойств под воздействием падающей электромагнитной волны. Математическую модель среды с особыми свойствами можно построить, представляя удельную проводимость как импульс, распространяющийся с некоторой скоростью v вдоль оси z:

$$\sigma(z,t)=\sigma(z-Vt),$$

где V – скорость распространения импульса проводимости в долях скорости распространения электромагнитной волны в данной среде ($V = v/\sqrt{\varepsilon\mu} = 0{,}1$). Для упрощения расчетов в среде принимается $\varepsilon = \mu = 1$.

Для определения выражений, описывающих компоненты электродинамических векторов прошедшей волны (e_2, h_2), необходимо рассмотреть волновые уравнения, вытекающие из уравнений Максвелла для среды с $\sigma = \sigma(z,t)$. Очевидным является выбор прямоугольной системы координат. Причем, не нарушая общности рассмотрения, можно считать, что вектора поля в плоскости, параллельной границе раздела, имеют только одну компоненту. В этом случае волновые уравнения для электрической и магнитной составляющей поля в среде примут вид:

$$\frac{\partial^2 e_{2,x}(z,t)}{\partial z^2}-\frac{\partial^2 e_{2,x}(z,t)}{\partial t^2}-e_{2,x}(z,t)\frac{\partial\sigma(z,t)}{\partial t}-\sigma(z,t)\frac{\partial e_{2,x}(z,t)}{\partial t}=0,$$

$$\frac{\partial^2 h_{2,y}(z,t)}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 h_{2,y}(z,t)}{\partial z^2}-e_{2,x}(z,t)\frac{\partial\sigma(z,t)}{\partial z}-\sigma(z,t)\frac{\partial e_{2,x}(z,t)}{\partial z}=0.$$

Для решения этих уравнений методом разделения переменных проведем замену:

$$\xi_1=z+t,\quad \xi_2=z-Vt.$$

Получим волновые уравнения в новых координатах:

$$2\frac{\partial^2 e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)}{\partial\xi_1\partial\xi_2}+\frac{\partial^2 e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)}{\partial{\xi_2}^2}+2V\frac{\partial^2 e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)}{\partial\xi_1\partial\xi_2}-$$

$$-V^2\frac{\partial^2 e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)}{\partial{\xi_2}^2}+V\frac{\partial\sigma(\xi_2)}{\partial\xi_2}e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)-\sigma(\xi_2)\frac{\partial e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)}{\partial\xi_1}+$$

$$+V\sigma(\xi_2)\frac{\partial e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)}{\partial\xi_2}=0$$

$$-4\frac{\partial^2 h_{2,y}(\xi_1,\xi_2)}{\partial\xi_1\partial\xi_2}-\frac{\partial\sigma(\xi_2)}{\partial\xi_2}e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)-$$

$$-\sigma(\xi_2)\frac{\partial e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)}{\partial\xi_1}-\sigma(\xi_2)\frac{\partial e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)}{\partial\xi_2}=0.$$

Решение первого для компоненты электрической напряженности, полученное классическим методом Фурье, имеет вид:

$$e_{2,x}(\xi_1,\xi_2,V)=Ce^{c1\xi_1}F1(\xi_2,V),$$

где C – константа, определяющая амплитуду, c1 – постоянная разделения, которая в общем случае может быть комплексной. Функция $F1(\xi 2,V)$ является решением ОДУ вида:

$$2c1\frac{\partial F1(\xi_2,V)}{\partial \xi_2}+\frac{\partial^2 F1(\xi_2,V)}{\partial {\xi_2}^2}+2Vc1\frac{\partial^2 F1(\xi_2,V)}{\partial {\xi_2}^2}-V^2\frac{\partial^2 F1(\xi_2,V)}{\partial {\xi_2}^2}+$$

$$+V\frac{\partial \sigma(\xi_2)}{\partial \xi_2}F1(\xi_2,V)-c1\sigma(\xi_2)F1(\xi_2,V)+V\sigma(\xi_2)\frac{\partial F1(\xi_2,V)}{\partial \xi_2}=0.$$

Это уравнение имеет аналитическое решение для неизвестной функции $F1(\xi 2,V)$ при $V=1$(скорость распространения импульса проводимости равна скорости света в данной среде):

$$F1(\xi_2)=e^{-\int \frac{\frac{\partial \sigma(\xi_2)}{\partial \xi_2}-c1\sigma(\xi_2)}{4c1+\sigma(\xi_2)}d\xi_2}.$$

Решение для компоненты магнитной напряженности возможно только с применением обобщенного метода Фурье. Оно имеет вид:

$$h_{2,y}(\xi_1,\xi_2)=F2(\xi_1)+F3(\xi_2)-\frac{1}{4}\int\frac{\partial \sigma(\xi_2)}{\partial \xi_2}\int e_{2,x}(\xi_1,\xi_2)d\xi_1 d\xi_2-$$

$$-\frac{1}{4}\int\sigma(\xi_2)e_{2,x}(\xi_1,\xi_2)d\xi_2-\frac{1}{4}\int\sigma(\xi_2)\int e_{2,x}(\xi_1,\xi_2)d\xi_1 d\xi_2,$$

где функции $F2(\xi_1)$ и $F3(\xi_2)$ могут быть определены из граничных условий при конкретизации волнового сопротивления рассматриваемой среды.

Анализ полученного решения возможен при возврате к старым переменным. При этом для определения математической модели бегущего импульса проводимости можно использовать шаговую функцию Хевисайда, а амплитуду и длительность импульса приравниваем к единице. В этом случае выражение для проводимости примет вид:

$$\sigma(\xi_2)=Heaviside(\xi_2)-Heaviside(\xi_2-1).$$

Компонента напряженности электрического поля прошедшей волны в старых координатах будет определяться выражением:

$$e_{2,x}(z,t)=\frac{Ce^{c1(z+t)}e^{c1\left(\frac{Heaviside(z-t)(z-t)}{4c1+1}-\frac{Heaviside(z-t-1)(z-t)-Heaviside(z-t-1)}{4c1+1}\right)}}{4c1+Heaviside(z-t)-Heaviside(z-t-1)}.$$

Исходя из физической сущности задачи постоянная разделения c1 может принимать только отрицательные значения, так как именно в этом случае происходит затухание электромагнитной волны в рассматриваемой среде. С математической точки зрения особым является значение c1 = -0.25. Вблизи этого значения наиболее ярко проявляются физические особенности рассматриваемой среды. Наиболее наглядно эти особенности проявляются в волне, отраженной от границы среды.

Выражение, описывающее зависимость напряженности электрического поля отраженной волны от времени, может быть получено из граничных условий. Согласно этим условиям при z = 0 должно выполняться равенство тангенциальных компонент напряженностей электрического поля в граничащих средах:

$$e_{1,x}(0,t)=e_{2,x}(0,t)-e_{0,x}(0,t).$$

Представим для определенности напряженность электрического поля падающей волны в виде:

$$e_{0,x}(z,t)=\cos(\omega(t-z)),$$

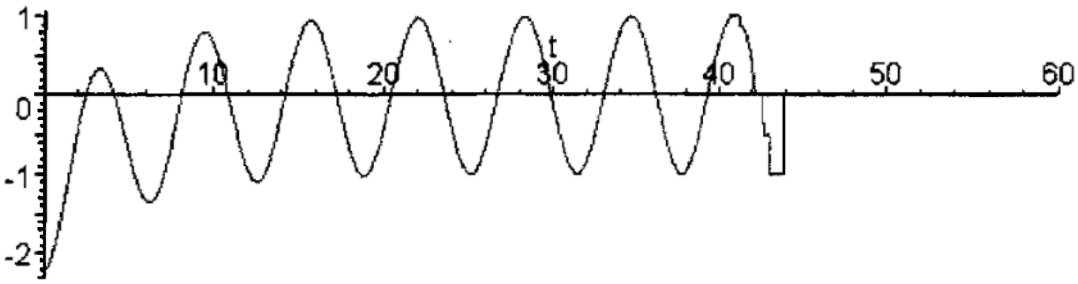
где ω – частотный параметр.

Тогда зависимость напряженности электрического поля отраженной волны от времени на границе примет вид:

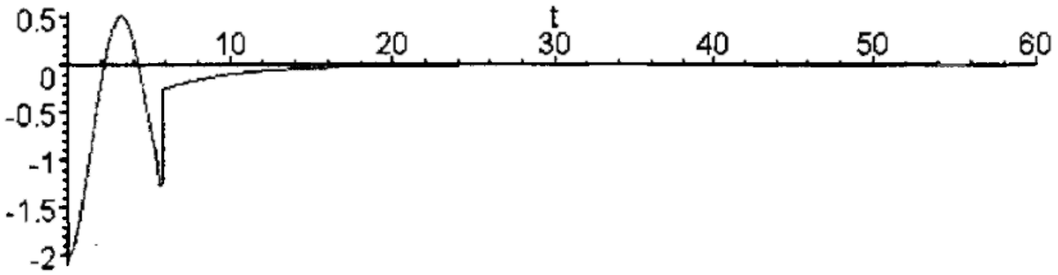
$$e_{1.x}(0,t)=(-4c1^2\cos(\omega t)-c1\cos(\omega t)+c1e^{\frac{c1^2 t}{c1+1}}-Heaviside(t)c1e^{4\frac{c1^2 t}{c1+1}}+$$

$$+Heaviside(t)c1e^{c1t}+\frac{1}{4}Heaviside(t)e^{c1t})\Big/((4c1+1)c1)$$

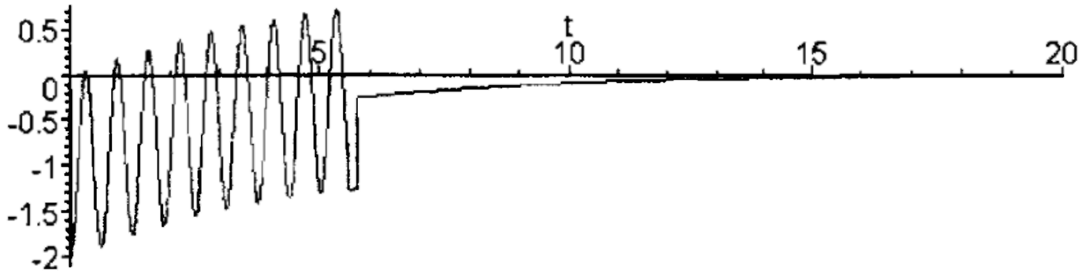
Графики этой зависимости для различных ω и c1 имеют следующий вид (рис. 2):



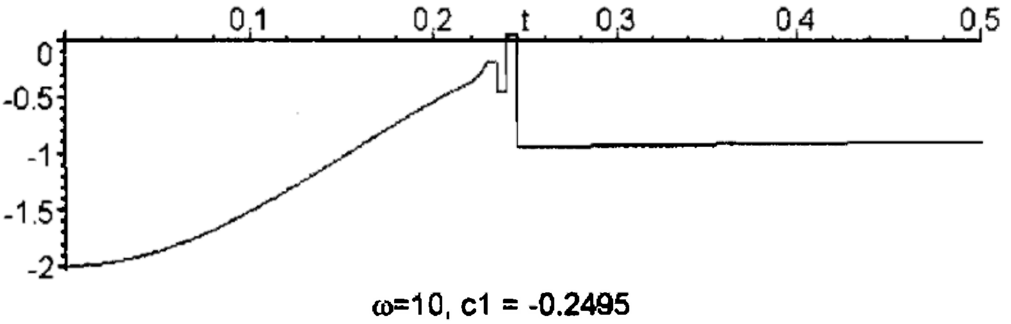
ω=1,c1 = -0.2



ω=1, c1 = -0.24



ω=10, c1 = -0.24



ω=10, c1 = -0.2495

Рис. 2

Очевидно исчезновение колебаний напряженности электрического поля в отраженной волне с течением времени. Величина этого временного промежутка зависит от значения постоянной разделения с1, которая определяет пространственно-временные характеристики распространения прошедшей волны. Частотные характеристики падающей волны не влияют на этот временной интервал.

Приведенные результаты представляют практический интерес с точки зрения создания поглощающих конструкционных материалов и покрытий. Вопрос практической реализации среды, соответствующей рассматриваемой модели, остается темой дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. ***Красюк Н.П., Дымович Н.Д.*** Электродинамика и распространение радиоволн. М., 1974.
2. ***Красюк В.Н.*** Электромагнитные волны в средах с пространственно-временными изменениями параметров. Л., 1984.
3. ***Шварцбург А.Б.*** Видеоимпульсы и непериодические волны в диспергирующих средах (точно решаемые модели). УФН. Т. 168, 1998, № 1. С. 160-178.
4. ***Андрушкевич И.Е.*** Об одном обобщении метода Фурье разделения переменных. ЭВ & ЭС, 1998, № 2. С. 25-35.

S U M M A R Y

The mathematical description of interaction of electromagnetic wave happens to In givenned article with nonlinear conducting ambience. It Is Shown possibility of using the generalised Fourier method division variable for reception of analytical decisions of problems an electromagnetism lumpy and nonlinear ambiences.

Поступила в редакцию 6.11.02