УДК 621.83.06

РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЛАНЕТАРНОЙ ШАРИКОВОЙ ПЕРЕДАЧИ ДЛЯ РАСЧЕТА КПД С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ

Капитонов А.В., к.т.н., доц., Капитонов О.А, ст. преп., Якубовский Р.Г., студ.

Белорусско-Российский университет, г. Могилев, Республика Беларусь

Реферат. *В статье представлены динамическая модель и расчет КПД с учетом кинематической погрешности, связанной с неравномерностью вращения и моментом сил инерции передачи. Показано, что кинематическая погрешность передачи приводит к изменению значений КПД за полный цикл вращения.*

Ключевые слова: динамическая модель, расчет КПД, кинематическая погрешность

Планетарные шариковые передачи относятся к малогабаритным механизмам [1]. Их выполняют с передаточными отношениями в одной ступени от 5 до 30. Используя модульный принцип проектирования, можно построить многоступенчатые конструкции механизмов на основе этих передач с общими большими передаточным отношениями. Актуальной задачей совершенствования технического уровня планетарных шариковых передач является повышение КПД. Потери в передаче связаны с трением на поверхностях контакта шариков и поверхностей звеньев. Проведены исследования, связанные с уменьшением сил трения и скоростей скольжения [2], однако в этих исследованиях не учитывались погрешности изготовления, которые приводят к неравномерности вращения звеньев передачи. При этом возникает кинематическая погрешность, которая приводит к изменению значений КПД за полный цикл вращения, особенно при больших скоростях. Целью данного исследования является разработка динамической модели и расчет КПД с учетом кинематической погрешности, связанной с неравномерностью вращения и моментом сил инерции передачи.

Создадим динамическую модель передачи. Запишем дифференциальное уравнение вращения выходного звена вокруг оси Z, используя основной закон динамики:

$$J_z \frac{\mathrm{d}^2 \varphi}{\mathrm{d}t^2} = \sum_{k=1}^{n} M_z(F_k^e)\,, \tag{1}$$

где J_z – приведенный момент инерции механизма; M_z – момент k-й внешней e силы F_k^e относительно оси Z; φ – угол поворота выходного звена; t – время.

Угловое ускорение ведомого звена передачи

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}^2 \varphi}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\sum_{k=1}^{n} M_z(F_k^e)}{J_z}\,. \tag{2}$$

Зададим начальные условия движения: t = 0, φ = 0, $\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t = \omega_0$ – это номинальная угловая скорость. Проинтегрируем дифференциальное уравнение (2) и получим угловую скорость выходного вала

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{\sum_{k=1}^{n} M_z(F_k^e)}{J_z} \int \mathrm{d}t = \frac{\sum_{k=1}^{n} M_z(F_k^e)}{J_z} t + C_1\,. \tag{3}$$

Подставив начальные условия движения, получим

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \omega_0 + \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} M_z(F_k^e)}{J_z} t \,. \tag{4}$$

Решив дифференциальное уравнение (4) и подставив начальные условия, получим угловое перемещение выходного вала

$$\varphi = \omega_0 \int \mathrm{d}t + \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} M_z(F_k^e)}{J_z} \int t\,\mathrm{d}t = \omega_0 t + \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} M_z(F_k^e)}{2J_z} t^2 \,. \tag{5}$$

При решении прямой задачи определяем угол поворота выходного звена φ_i при известном суммарном моменте $\sum\limits_{k=1}^{n} M_z(F_k^e) \neq 0$. При решении обратной задачи определяем $\sum\limits_{k=1}^{n} M_z(F_k^e)$, когда известны значения φ_i и J_z. В прямой задаче можно задаться значениями момента внешних сил $\sum\limits_{k=1}^{n} M_z(F_k^e)$ в пределах его колебания или определить эту сумму моментов экспериментально либо 3D-моделированием. В обратной задаче можно задаться углом поворота φ_i, изменяющимся во времени, или экспериментально определить его значение, измерив и рассчитав кинематическую погрешность передачи. При решении обратной задачи из уравнения (5) находим

$$\sum M_z(t) = \frac{2J_z(\varphi(t) - \omega_0 t)}{t^2} \,. \tag{6}$$

Приведенный момент инерции звеньев передачи к ведущему звену определим из следующих математических зависимостей:

$$T = \sum_i \frac{J_i \omega_i^2}{2} \,,\; J_z = \frac{2T}{\omega_1^2} \,,\; J_z = \sum_i \frac{J_i \omega_i^2}{\omega_1^2} \,,\; J_z = \sum J_1 + \sum \frac{J_3 \omega_3^2}{\omega_1^2} \,. \tag{7}$$

где T – кинетическая энергия механизма при вращательном движении; J_i – это момент инерции i-го звена; J_1 – это момент инерции ведущего звена; J_3 это момент инерции ведомого звена; ω_1 это угловая скорость ведущего звена; ω_3 это угловая скорость ведомого звена.

Используя принцип Даламбера, запишем уравнения состояния равновесия звеньев передачи:

$$\sum M_z(t) = M_u(t) \,, \tag{8}$$

$$M_1(t) i - M_3(t) = M_u(t) \,. \tag{9}$$

где M_u – момент сил инерции передачи; M_1 – момент на ведущем звене; M_3 – момент на ведомом звене.

Подставим (6) и (10) в (9), получим

$$M_1(t) i - M_3(t) = \frac{2J_z(\varphi(t) - \omega_0 t)}{t^2} \,. \tag{10}$$

Правая часть формулы (10) есть момент сил инерции передачи $M_u(t)$, изменяющийся во времени из-за неравномерности вращения, связанной с изменением угла $\varphi(t) - \omega_0 t$, характеризующим кинематическую погрешность.

Согласно [2] КПД передачи определяется по формуле:

$$\eta = 1/\left(1+\frac{W'}{W_3}\right)100\% , \qquad (11)$$

где W_3 – мощность на ведомом звене; W' – потери мощности.

Мощность на ведомом звене [2]

$$W_3 = \frac{M_3\omega_3\rho}{R} , \qquad (12)$$

где R – средний радиус беговой дорожки передачи; ρ – радиус-вектор точки кривой, описывающей беговую дорожку.

Выразим момент $M_3(t)$ из формулы (9) и подставим его в формулу (12):

$$W_3 = \frac{M_1(t)i - M_u(t)}{R}\omega_3\rho . \qquad (13)$$

Потери мощности

$$W' = W_1' + W_2' + W_3' , \qquad (14)$$

где W'_1, W'_2, W'_3 – потери мощности на ведущем, неподвижном и ведомом звеньях передачи соответственно. Потери мощности через силы и скорости

$$W' = F_1 v_1 + F_2 v_2 + F_3 v_3 , \qquad (15)$$

где F_1, F_2, F_3 – силы трения на ведущем, неподвижном и ведомом звеньях передачи соответственно; v_1, v_2, v_3 – линейные скорости скольжения на ведущем, неподвижном и ведомом звеньях передачи соответственно.

Выразив силы трения F_i через момент на ведущем звене M_1 и линейные скорости скольжения v_i через угловые скорости ω_i, получим в соответствии с математическими зависимостями [2]

$$W' = \frac{M_1 f_1\rho(\omega_1-\omega_3)}{R\sin\alpha_1\cos\alpha_1} + \frac{M_1 f_2 ctg\alpha_1\rho\omega_3}{R\cos^2\alpha_2} + \frac{M_1 f_3\sin(\alpha_1+\alpha_2)tg\alpha_2\rho\omega_3}{R\sin\alpha_1\cos\alpha_2} , \qquad (16)$$

где f_1, f_2, f_3 – коэффициенты трения между сателлитами и ведущей дорожкой, неподвижной дорожкой, сепаратором соответственно; α_1, α_2 это углы подъема ведущей и неподвижной беговых дорожек передачи.

Найдем относительные потери мощности, сократив формулы (13) и (16), разделив их на $M_1\rho/R$, с учетом формулы (10):

$$\psi = \frac{W'}{W_3} = \frac{\dfrac{f_1(\omega_1-\omega_3)}{\sin\alpha_1\cos\alpha_1} + \dfrac{f_2\omega_3}{tg\alpha_1\cos^2\alpha_2} + \dfrac{f_3\sin(\alpha_1+\alpha_2)tg\alpha_2\omega_3}{\sin\alpha_1\cos\alpha_2}}{\omega_3 i - \dfrac{2J_z(\varphi(t)-\omega_0 t)\omega_3}{t^2 M_1}} . \qquad (17)$$

В результате получена динамическая модель, позволяющая рассчитать КПД планетарной шариковой передачи с учетом кинематической погрешности.

Список использованных источников

1. Сасковец, К. В. Новые конструкции и методы оценки точности планетарных радиально-плунжерных передач / К. В. Сасковец, А. В. Капитонов, М. В. Лебедев // Вестн. Гомельского гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2019. – № 1 (76). – С. 3–9.
2. Пашкевич, М. Ф. Планетарные шариковые и роликовые редукторы и их испытания / М. Ф. Пашкевич, В. В. Геращенко. – Минск : БелНИИНТИ, 1992. – 248 с.