

К УЧЕТУ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ В МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЯХ РАВНОВЕСИЯ В ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ СТЕЛЕЧНОГО УЗЛА

Федосеев Г.Н., к.т.н., доц., Борисова Т.М., к.т.н., доц.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Реферат. В статье рассмотрена однопролетная модель стелечного узла, состоящая из упругого элемента – балки постоянной жесткости, несущего равномерно распределенную нагрузку, защемленного в двух бесконечно коротких жестких элементах, нагруженных сосредоточенными силами и моментами и получающих перемещения – прогибы и углы поворота. Задача определения реакций опорных закреплений узла и его прогибов – углов поворота поперечных сечений сведена к матричному уравнению равновесия в перемещениях. Рассмотрены тестирующие примеры статически определимой и статически неопределимой балки – модели стелечного узла.

Ключевые слова: матрица, транспонированная матрица, упругая кривая, вектор-столбец, матрица жесткости, матричное уравнение, опорные реакции, прогиб, угол поворота.

Известно, что геленочная часть обуви, особенно на высоком каблуке, должна обладать достаточной жесткостью, чтобы обеспечить надёжную опору наружному продольному своду стопы. Если в этой области обувь под действием нагрузки будет прогибаться, вызывая прогиб наружного свода, это приведет к дискомфорту, усталости и развитию патологий стопы. Поэтому так важно еще на этапе разработки предварительно оценивать жесткость геленочной части обуви, которая определяется в основном жесткостью геленочной части стелечного узла, что позволит выпускать обувь с заданным уровнем потребительских свойств.

Рассмотрим однопролетную модель-балку стелечного узла, нагруженную равномерно распределённой нагрузкой и сосредоточенными силами и моментами (рис. 1). Упругая балка постоянной жесткости защемлена в бесконечно коротких жестких элементах, нагруженных сосредоточенными силами и моментами, получающих поперечные перемещения-прогибы и углы поворота.

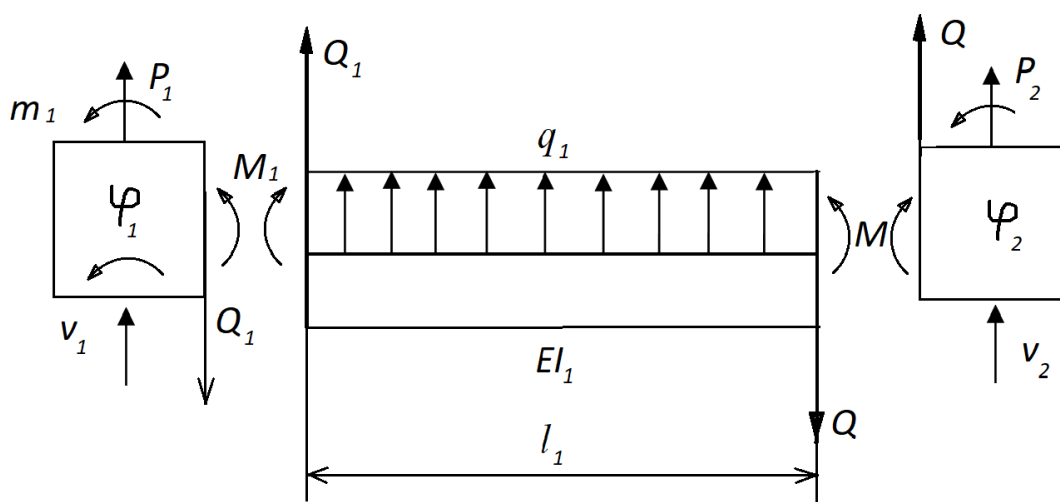


Рисунок 1 – Однопролетная модель стелечного узла постоянной жесткости

Поперечная сила и изгибающий момент в правом сечении упругого элемента

$$Q = Q_1 + q_1 l_1, \quad M = M_1 + Q_1 l_1 + \frac{q_1 l_1^2}{2}.$$

Матричные уравнения равновесия

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ m_1 \\ P_2 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ l_1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Q_1 \\ M_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -q_1 l_1 \\ +\frac{q_1 l_1^2}{2} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

или

$$\vec{P} = A \cdot \vec{M} + \vec{q},$$

где \vec{P} – вектор-столбец внешней нагрузки, A – матрица уравнений равновесия, \vec{M} – вектор-столбец внутренних усилий, \vec{q} – вектор-столбец вклада распределённой нагрузки.

Используя универсальные уравнения прогибов и углов поворота поперечных сечений упругой балки с постоянной жёсткостью [1, с. 284-285], введём деформации

$$\vec{\Delta v} = A^T \cdot \vec{v} \quad (2)$$

(A^T – транспонированная матрица (1) уравнений равновесия) и напомним матричное уравнение, связывающее вектор-столбец внутренних усилий \vec{M} с деформациями,

$$\vec{M} = C \vec{\Delta v} \cdot \vec{\Delta}, \quad (3)$$

где $\vec{\Delta v}$ – вектор-столбец вклада распределённой нагрузки, C – матрица жёсткости, построенная в работе [2, с. 85].

Используя теперь уравнения (3,2) в уравнении равновесия (1), получим его в перемещениях:

$$\vec{P} = C A A^T \vec{v} + A \cdot \vec{\Delta} + \vec{q} \quad (4)$$

Здесь \vec{v} – вектор-столбец перемещений и вектор-столбец вклада распределённой нагрузки

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \varphi_1 \\ v_2 \\ \varphi_2 \end{bmatrix}, \quad \vec{\Delta} = \begin{bmatrix} -12K_1 E I_1 / l_1^3 \\ 2K_1 E I_1 / l_1^2 \end{bmatrix}, \quad K_1 = \frac{q_1 l_1^4}{24 E I_1}.$$

Таким образом, получим матричное уравнение равновесия (4) в перемещениях стелечного узла в развернутом виде

$$\begin{aligned} P_1 &= 12i_{13}v_1 + 6i_{12}\varphi_1 - 12i_{13}v_2 + 6i_{12}\varphi_2 - 12K_1i_{13}, \\ m_1 &= 6i_{12}v_1 + 4i_{11}\varphi_1 - 6i_{12}v_2 + 2i_{11}\varphi_2 - 2K_1i_{12}, \\ P_2 &= -12i_{13}v_1 - 6i_{12}\varphi_1 + 12i_{13}v_2 - 6i_{12}\varphi_2 + 12K_1i_{13} - q_1l_1, \\ m_2 &= 6i_{12}v_1 + 2i_{11}\varphi_1 - 6i_{12}v_2 + 4i_{11}\varphi_2 - 12K_1i_{12} + 2K_1i_{12}. \end{aligned}$$

Здесь положено:

$$i_{11} = EI_1/l_1, i_{12} = EI_1/l_1^2, i_{13} = EI_1/l_1^3.$$

В первом из рассмотренных примеров (рис. 2 а) заданные перемещения $v_1 = 0, \varphi_1 = 0$, внешняя нагрузка $P_1 = 0, m_1 = 0$; во втором (рис. 2 б) – $K_1 = 0, \varphi_1 = 0, v_2 = 0, \varphi_2 = 0$.

$$v_2 = \frac{1}{8} \frac{q_1 l_1^4}{EI_1}, \varphi_2 = \frac{1}{6} \frac{q_1 l_1^3}{EI_1}$$

$$P_1 = P_2 = -\frac{1}{2} q_1 l_1, m_1 = -m_2 = -\frac{1}{12} q_1 l_1^2$$

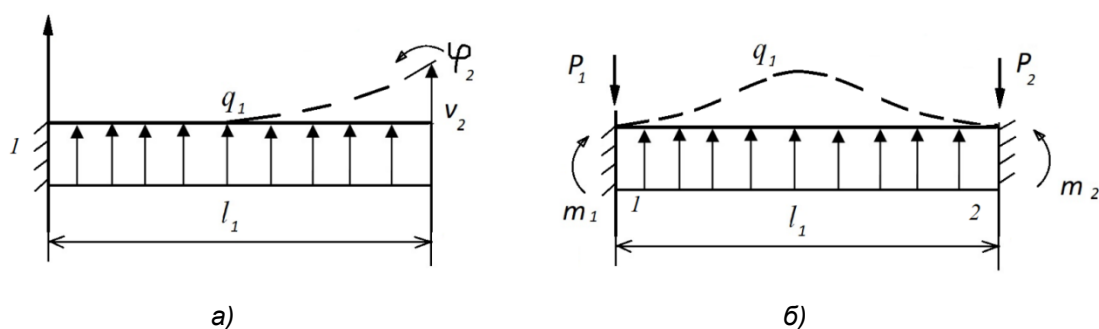


Рисунок 2 – Статически определимая и статически неопределимая балка

Полученные уравнения позволяют решить задачу определения реакций опорных закреплений стелечного узла и его прогибов.

Список использованных источников

1. Смирнов, А. Ф. Сопротивление материалов: учебник для студентов вузов / А. Ф. Смирнов [и др.]. – Москва : Высшая школа, 1968. – 600 с.
2. Федосеев, Г. Н. Внутренние усилия и перемещения стелечного узла обуви под воздействием нагрузки / Г. Н. Федосеев, Т. М. Борисова // Вестник Витебского государственного технологического университета, 2020. – № 2(39). – С. 80-87.

УДК: 687.252:687.241

ВОРОТНИК ВЕРХНЕЙ РУБАШКИ

Щепочкина Ю.А., д.т.н., проф.

*Ивановский государственный политехнический университет,
г. Иваново, Российская Федерация*

Реферат. Предложена конструкция пристегивающегося воротника верхней рубашки с люверсами на концах. Воротник может служить основой для расширения модельного ряда верхних рубашек, серийно выпускаемых промышленностью.

Ключевые слова: верхняя рубашка, стойка, воротник, люверсы.

Конструирование и пошив верхних рубашек – одно из востребованных направлений в швейной промышленности. Большинство верхних рубашек включает воротник со стойкой. Такая конструкция воротника на протяжении последнего столетия изменялась незначительно. Вместе с тем, потребительский спрос различных групп населения на конструкции модных и удобных в пользовании верхних рубашек не снижается, что обязывает проектировщиков швейной продукции к поиску новых решений. В общем виде процесс изготовления верхней рубашки включает следующие основные этапы: моделирование – разработка фасона изделия; конструирование – изготовление выкроек; пошив, включающий разнообразные приемы и способы обработки и соединения деталей в швейное изделие. Рубашки при современных методах обработки собирают из большого количества деталей, что вызвано необходимостью рационального использования ткани, обеспечением соответствия формы рубашки фигуре человека. К сожалению, в процессе изготовления верхних рубашек практически не учитывается срок службы составляющих их деталей и изделия в целом. Как показывает практика, основной деталью рубашек, наиболее подверженной изнашиванию, является именно воротник и в случае выполнения его пришитым, вместе с воротником приходит в непригодность все изделие. Как правило, подвергать верхнюю рубашку ремонту, а именно, заменять ее изношенный воротник новым экономически нецелесообразно. Кроме того, пришитый воротник рубашки не позволяет