ЛИТЕРАТУРА

1. Скиба, А. Н. Кратно $\mathfrak{L}$-композиционные формации конечных групп / А. Н. Скиба, Л. А. Шеметков. – Украинский математический журнал. – 2000. – Т. 52, № 6. – С. 783-797.
2. Скиба, А. Н. Алгебра формаций / А. Н. Скиба. – Мн.: Беларуская навука, 1997.
3. Шеметков, Л. А. Формации алгебраических систем / Л. А. Шеметков, А. Н. Скиба. – М.: Наука, 1989.

Загурский В. Н.[1], Хаук П.[2]

[1]УО «Витебский государственный технологический университет»
(г. Витебск, Беларусь)
[2]Тюбингенский университет
(г. Тюбинген, Германия)
E-mail: [1]zagurski@yandex.ru

ДОМИНАНТНЫЕ ЛОКАЛЬНЫЕ КЛАССЫ ФИТТИНГА

Рассматриваются только конечные разрешимые группы. В определениях и обозначениях мы следуем [1]. Напомним, что если $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга, то через $G_{\mathfrak{F}}$ обозначают $\mathfrak{F}$-радикал группы G – наибольшую $\mathfrak{F}$-нормальную подгруппу группы G. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют доминантным, если для любых групп G и H таких, что $G_{\mathfrak{F}} \leq H \leq G$ и $H \in \mathfrak{F}$, следует $H \leq V$, где V – некоторый $\mathfrak{F}$-инъектор группы G.

Локальный метод изучения конечных разрешимых групп с помощью радикалов и классов Фиттинга был предложен Хартли [2]. Всякое отображение f: **P** → {классы Фиттинга} называется H-функцией [3]. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют локальным [3], если $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_{\pi} \cap (\cap_{p \in \pi} f(p)\mathfrak{N}_p\mathfrak{S}_{p'})$, где f – некоторая H-функция и $\pi = Char(\mathfrak{F})$. Любой локальный класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ определяется полной приведенной H-функцией F такой, что $F(p)\mathfrak{N}_p = F(p) \subseteq \mathfrak{F}$ и $F(p)$ – класс Локетта для всех простых p.

В 1971 году Локетт [4] доказал, что если $\mathfrak{F}$ является разрешимым доминантным классом Фиттинга, то либо $\mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{F}$ либо $\mathfrak{F}$ является локальным классом Фиттинга $\mathfrak{S}_{\pi}$ разрешимых π-групп для некоторого $\pi \subseteq P$. Также являются локальными многие известные доминантные классы Фиттинга $\mathfrak{F}$ содержащие $\mathfrak{N}$. Примерами таких классов Фиттинга являются класс $\mathfrak{N}$ нильпотентных групп [5], $\mathfrak{X}\mathfrak{N}$ для любого непустого класса Фиттинга $\mathfrak{X}$ [2], класс $\mathfrak{S}_{\pi'}\mathfrak{N}_{\pi}$ π-нильпотентных групп и класс $\mathfrak{S}_{\pi}\mathfrak{S}_{\pi'}$ π-замкнутых групп для всех $\pi \subseteq P$, класс Хартли [6]. Однако существование локальных классов

Фиттинга $\mathfrak{F}$ содержащих $\mathfrak{N}$, которые не являются доминантными, доказано в [1, пример IX.4.4]. В связи с этим в теории классов Фиттинга актуальна проблема нахождения доминантных классов среди локальных классов Фиттинга полной характеристики.

В настоящем сообщении мы описываем критерий доминантности локальных классов Фиттинга полной характеристики.

Теорема 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ – локальный класс Фиттинга полной характеристики с полной приведенной H-функцией F и $F(p)$ – класс Локетта для всех простых p. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ является доминантным тогда и только тогда, когда для любых различных простых чисел p, q справедливо $(F(p) \cap F(q))S_{\{p,q\}} = F(p) \cap F(q)$ или $F(p) \cap F(q) = \cap_{r \in P} F(r)$.*

Следствие 2 (следствие 1.8 [6]). *Каждый класс Хартли является доминантным.*

Следствие 3 (следствия 1.9, 2.11 [6]). *Классы Фиттинга $\mathfrak{S}_{\pi'}\mathfrak{N}_{\pi}$ π-нильпотентных групп и $\mathfrak{S}_{\pi}\mathfrak{S}_{\pi'}$ π-замкнутых групп для всех $\pi \subseteq P$ являются доминантными.*

Следствие 4 (следствие 3.5 [2]). *Класс Фиттинга $\mathfrak{X}\mathfrak{N}$ для любого непустого класса Фиттинга $\mathfrak{X}$ является доминантным.*

Пример локального класса Фиттинга, содержащего $\mathfrak{N}$, который не является доминантным, дает следующее

Следствие 5 (пример 1.11 [6]). *Класс Фиттинга $\mathfrak{N}_{\pi}\mathfrak{S}_{\pi'}$ π-специальных групп для всех $\pi \subseteq P$ не является доминантным.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.
2. Hartley, B. On Fisher's dualization of formation theory / B.Hartley // Proc. London Math. Soc., 1969. – P. 193-207.
3. Воробьев, Н. Т. О предположении Хоукса для радикальных классов / Н. Т. Воробьев // Сиб. матем. ж-л, 1996. – Т. 37, № 6. – С. 1296–1302.
4. Lockett, F.P. On the theory of Fitting classes of finite soluble groups / F. P. Lockett // Ph. D. thesis, University of Warwick. – 1971.
5. Fischer, B. Klassen konjugierter Untergruppen in endlichen auflosbaren Gruppen. Habilitationsschrift, Universität Frankfurt (M), 1966.
6. Воробьев, Н. Т. Метод Хартли для инъекторов / Н. Т. Воробьев, И. В. Дудкин // Ученые записки. – Витебск: Витеб. гос. ун-т им. П. М. Машерова, 2002. – Т. 1. – С. 179–193.