

УДК 621.317.39.084.2

А. А. ДЖЕЖОРА, В. В. РУБАНИК

МОДЕЛЬ НАКЛАДНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КОНДЕНСАТОРА

Витебский государственный технологический университет,
 Институт технической акустики НАН Беларуси

(Поступила в редакцию 28.01.2010)

Электроемкостные датчики широко используются при неразрушающем контроле физико-механических свойств материалов, таких, как влагосодержание, пористость, вязкость, температура, твердость, степень вулканизации, а также в оценке геометрических размеров объектов. Спектроскопия импеданса, используя электроемкостные датчики, позволяет обнаружить присутствие примесей или их концентрацию в жидкой среде. На принципе изменения емкости основаны бесконтактные переключатели, датчики перемещений, датчики отпечатков пальцев, датчики контроля качества нефтепродуктов, уровня и т. д. В большинстве случаев их конструкции представляют собой накладные измерительные конденсаторы (НИК) с электродами ленточного типа [1], расчет которых обычно базируется на упрощенных конфигурациях и следующих предположениях [1]: линейные размеры преобразователей во много раз меньше длины волны электромагнитного поля; длина электродов намного больше их поперечных размеров; толщина электродов бесконечно мала; диэлектрик изотропен и однороден; граница раздела слоев совпадает с плоскостью электродов или с поверхностью силовых линий, или эквипотенциалей; число секций велико.

Практика выполнения датчиков показывает, что, несмотря на ряд математических моделей [1–3], существуют несоответствия между расчетными и измеренными значениями импедансов. Несоответствия между теоретическими моделями и реальными измерениями в основном определяются толщиной электродов, их длиной и количеством. Эти несоответствия усиливаются, если в основании подложек датчиков находится плоский заземленный электрод охраны, и толщина подложек имеет размеры, сравнимые с межэлектродными зазорами. Несоответствия между теоретическими и измеренными значениями импеданса затрудняют интерпретацию полученных результатов, снижают эффективность электроемкостного способа контроля.

Цель статьи состоит в повышении точности расчета параметров накладных измерительных конденсаторов

Рассмотрим секцию многосекционного ленточного накладного измерительного конденсатора (рис. 1), расположенную в двухслойной среде. Высокопотенциальные электроды 1, расположенные на подложке толщиной b , чередуются с низкопотенциальными электродами 2. В основании подложки находится плоский электрод охраны 3. Низкопотенциальные электроды и электрод охраны имеют практически одинаковый потенциал, равный потенциалу земли V_2 . Будем полагать, что материал подложки не диспергирующий, т. е. диэлектрическая проницаемость подложки не является функцией частоты электромагнитного поля. Это допущение оправдано, потому что для частот ниже 100 кГц, на которых в основном и происходят измерения, практически все диэлектрические материалы (например, пластмассы, керамика и т. д.) обладают незначительной дисперсией [4]. В качестве

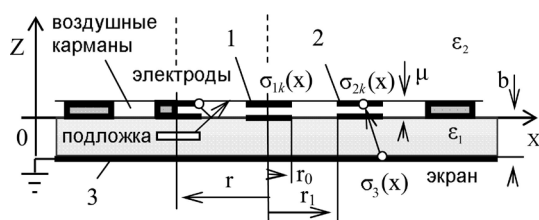


Рис. 1. Вид датчика НИК сбоку

электродов охраны имеют практически одинаковый потенциал, равный потенциалу земли V_2 . Будем полагать, что материал подложки не диспергирующий, т. е. диэлектрическая проницаемость подложки не является функцией частоты электромагнитного поля. Это допущение оправдано, потому что для частот ниже 100 кГц, на которых в основном и происходят измерения, практически все диэлектрические материалы (например, пластмассы, керамика и т. д.) обладают незначительной дисперсией [4]. В качестве

исходного выражения при составлении интегральных уравнений будем рассматривать выражение для логарифмического потенциала точки:

$$V = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_{MN}} \sigma,$$

где σ – заряд на отрезке l в сечении электрода, r_{MN} – расстояние между рассматриваемой точкой M и переменной точкой N .

Реакция поля чувствительных элементов датчика (электродов) на вносимые объекты зависит от их ближайшего окружения. Наибольшие изменения происходят под влиянием самого близкого слоя, расположенного у электродов. Так как электроды имеют конечную толщину, то распределение поверхностной плотности заряда для двух поверхностей одного и того же электрода различно. На поверхности электрода, обращенной к подложке, поверхностная плотность заряда выше, чем на поверхности электрода, обращенной к контролируемому материалу. Воспользуемся тем, что поверхности электродов эквипотенциальны, и поле внутри электродов отсутствует. Разделим электроды, представив каждый из них в виде двух зеркально-симметричных бесконечно тонких электродов, разнесенных в пространстве на расстояние, равное толщине реальных электродов μ . Такое разбиение электродов НИК приводит к системе зеркально-симметричного накладного измерительного конденсатора (ЗСНИК). Зеркальное совмещение электродов верхней и нижней пары ЗСНИК приводит к конструкции НИК. Так как толщина электродов μ всегда на порядок меньше ширины электродов, то поле внутри области, ограниченной поверхностями зеркально-симметричных одноименных электродов, также отсутствует. Поле выходит за пределы этой области и имитирует поле НИК, в том числе и в воздушных карманах, образованных реальными электродами. Положим, что (в соответствии с рис. 1) система зеркально-симметричных электродов находится в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 . Обозначим поверхностную плотность зарядов на высокопотенциальных электродах $\sigma_{1k}(x)$, на низкопотенциальных электродах $\sigma_{2k}(x)$ и на электроде охраны $\sigma_3(x)$. Индекс $k = 1$ соответствует поверхностной плотности заряда на стороне электрода, обращенной к контролируемому материалу (верхняя пара НИК), $k = 2$ – поверхностной плотности заряда на стороне электрода, обращенной к подложке. Очевидно, в силу симметрии имеет место и электрическая симметрия:

$$\sigma_{1k}(x) = \sigma_{1k}(-x); \sigma_{2k}(x) = \sigma_{2k}(-x); \sigma_3(x) = \sigma_3(-x), k = 1, 2.$$

Наведенные на границе раздела слоев связанные заряды учтем, используя метод зеркальных отображений [5]. Согласно этому методу, наведенные связанные заряды заменяются сосредоточенными зарядами, отраженными от границы раздела слоев. Эти заряды рассчитываются через коэффициенты пропускания γ_{12}, γ_{21} при переходе поля из первой среды во вторую и наоборот, коэффициенты отражения $\lambda_{12}, \lambda_{21}$ на границе раздела первой среды со второй и наоборот [5]:

$$\gamma_{12} = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}, \gamma_{21} = \frac{2\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2}, \lambda_{12} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}, \lambda_{21} = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2}.$$

Поле над подложкой создается не только зарядами нижней и верхней пары ЗСНИК, их отражениями, но и наведенными зарядами электрода охраны. С учетом суперпозиции полей от всех зарядов выражения для потенциалов точек примут вид:

для $0 \leq x \leq r_0, z = b + \mu, s = 1$, для $r_1 \leq x \leq r, z = b + \mu, s = 2$

$$\sum_{m=0}^N \left(\int_0^{r_0} \sigma_{11}(t) \ln \left| ((2rm \pm t)^2 - x^2) \right| dt + \int_0^{r_0} \sigma_{21}(t) \ln \left| ((2rm \pm t)^2 - x^2) \right| dt + \right. \\ \left. \frac{\lambda_{21}}{2} \int_0^{r_0} \sigma_{11}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (2\mu)^2) \right| dt + \frac{\lambda_{21}}{2} \int_{r_1}^r \sigma_{21}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (2\mu)^2) \right| dt + \right.$$

$$\begin{aligned} & \frac{1+\lambda_{21}}{2} \left(\int_0^{r_0} \sigma_{12}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (\mu)^2) \right| dt + \int_{r_1}^r \sigma_{22}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (\mu)^2) \right| dt \right) + \\ & \frac{\gamma_{12}}{2} \int_0^r \sigma_3(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (b + \mu)^2) \right| dt = -\varepsilon_1 \varepsilon_0 2\pi V_s; \end{aligned} \quad (1)$$

для $0 \leq x \leq r_0$, $z = b$, $s = 1$, для $r_1 \leq x \leq r$, $z = b$, $s = 2$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^N \left(\frac{1+\lambda_{21}}{2} \left(\int_0^{r_0} \sigma_{11}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (\mu)^2) \right| dt + \int_{r_1}^r \sigma_{21}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (\mu)^2) \right| dt \right) + \right. \\ & (1+\lambda_{21}) \left(\int_0^{r_0} \sigma_{12}(t) \ln \left| ((2rm \pm t)^2 \pm x^2) \right| dt + \int_{r_1}^r \sigma_{22}(t) \ln \left| ((2rm \pm t)^2 \pm x^2) \right| dt \right) + \\ & \left. \frac{\gamma_{12}}{2} \int_0^r \sigma_3(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (b)^2) \right| dt \right) = -\varepsilon_1 \varepsilon_0 2\pi V_s; \end{aligned}$$

для $0 \leq x \leq r$, $z = 0$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^N \left(\frac{\gamma_{21}}{2} \left(\int_0^{r_0} \sigma_{11}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (b + \mu)^2) \right| dt + \int_{r_1}^r \sigma_{21}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (b + \mu)^2) \right| dt \right) + \right. \\ & \frac{\gamma_{21}}{2} \left(\int_0^{r_0} \sigma_{12}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (b)^2) \right| dt + \int_{r_1}^r \sigma_{22}(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (b)^2) \right| dt \right) + \\ & \left. \int_0^r \sigma_3(t) \ln \left| ((2rm \pm t)^2 \pm x^2) \right| dt + \frac{\lambda_{12}}{2} \int_0^r \sigma_3(t) \ln \left| ((2rm \pm t \pm x^2) + (2b)^2) \right| dt \right) = -\varepsilon_1 \varepsilon_0 2\pi V_2; \\ & \int_0^{r_0} \sigma_{11}(t) dt + \int_{r_1}^r \sigma_{21}(t) dt + \int_0^{r_0} \sigma_{12}(t) dt + \int_{r_1}^r \sigma_{22}(t) dt + \int_0^r \sigma_3(t) dt = 0, \end{aligned}$$

где N – число секций.

Для численного решения системы интегральных уравнений (1) воспользуемся методом Крылова – Боголюбова [1]. Согласно названному методу, промежутки интегрирования разбиваются на участки, где искомые функции $\sigma_{1k}(x)$, $\sigma_{2k}(x)$, $\sigma_3(x)$ принимают постоянные значения и выносятся за знак интеграла. Таким образом, система интегральных уравнений преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений, решение которой дает дискретные значения искомых функций. Для улучшения сходимости решения шаг интегрирования выберем переменным и зададим с помощью геометрической прогрессии. Если координаты краев электрода r_0 , $r_1 = r - r_0$, то границы интегрирования запишутся

для верхней пары электродов ЗСНИК

$$\beta_i = r_0 \frac{1 - q_1^i}{1 - q_1^{n_1}}, \quad \alpha_i = r_0 \frac{1 - q_1^{i-1}}{1 - q_1^{n_1}}, \quad \beta_i = r - r_0 \frac{1 - q_2^{i-n_1-1}}{1 - q_2^{n_2}}, \quad \alpha_i = r - r_0 \frac{1 - q_2^{i-n_1}}{1 - q_2^{n_2}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_1 + n_2,$$

для нижней пары электродов ЗСНИК

$$\beta_i = r_0 \frac{1 - q_3^{i-n_1-n_2}}{1 - q_3^{n_3}}, \quad \alpha_i = r_0 \frac{1 - q_3^{i-n_1-n_2-1}}{1 - q_3^{n_3}}, \quad \beta_i = r - r_0 \frac{1 - q_4^{i-n_1-n_2-n_3-1}}{1 - q_4^{n_4}}, \quad \alpha_i = r - r_0 \frac{1 - q_4^{i-n_1-n_2-n_3}}{1 - q_4^{n_4}},$$

$$i = n_1 + n_2, \dots,$$

для электрода охраны

$$\beta_i = r \frac{1 - q_5^{i-n_1-n_2-n_3-n_4}}{1 - q_5^{n_5}}, \quad \alpha_i = r \frac{1 - q_5^{i-n_1-n_2-n_3-n_4-1}}{1 - q_5^{n_5}}, \quad i = n_1 + n_2 + n_3 + n_4; \dots, n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5,$$

где q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 – знаменатели геометрической прогрессии.

В системе интегральных уравнений (1) координаты точек на электродах определяются выражением $x_i = (\alpha_i + \beta_i)/2$.

Решение системы интегральных уравнений дает дискретные значения функций распределения поверхностных зарядов $\sigma_i(x)$. Для верхней пары электродов ЗСНИК емкость определяется выражением

$$C_{12} = NL \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \sigma_i l_i / (V_1 - V_2), \quad (2)$$

для нижней пары

$$C_{12} = NL \sum_{i=n_1+n_2+n_3+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4} \sigma_i l_i / (V_1 - V_2), \quad (3)$$

частичная емкость C_{13} между высокопотенциальным электродом 1 и электродом охраны 3 (рис. 1):

$$C_{13} = NL \sum_{i=n_1+n_2+n_3+n_4+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4+n_5} \sigma_i l_i / (V_1 - V_2), \quad (4)$$

где L – длина электродов; $l_i = \beta_i - \alpha_i$.

Точность расчетов можно повысить, если учесть краевые эффекты на торцах электродов и краях электродов крайних секций. Практически для устранения краевых эффектов крайних секций с обеих сторон датчика размещают дополнительные электроды охраны. Учет краевых эффектов на торцах электродов можно осуществить расчетным либо экспериментальным способом. Расчетный способ связан с решением краевой задачи на торцах электродов (например, [5]). Однако провести точные расчеты не всегда удастся. Геометрия областей на торцах электродов обычно отличается от идеализированной модели.

В [3] приведен экспериментальный способ определения эквивалентной емкости, создаваемой торцами электродов. Для этого к датчику прижимают плоский образец и измеряют емкость заполненного датчика. Геометрические размеры образца должны превышать глубину и ширину зоны контроля датчика. Затем к датчику в плоскости его электродов перемещают с заданным шагом тот же плоский образец. Плоскость торца должна перемещаться перпендикулярно ленточным электродам, чтобы граница раздела образец–воздух совпадала с плоскостью силовых линий ленточных электродов. Значение емкости начинает изменяться с перемещением образца вдоль электродов. Его рост становится линейным и постоянным, когда образец достигает линейной части электродов. Эквивалентная длина области торца находится с учетом емкости, внесенной торцами до линейного участка. Однако в такой методике есть свои недостатки. Во-первых, образец должен прижиматься всегда с одним усилием, во-вторых, плоскости датчика и основания образца должны совпадать. Более простой способ состоит в выполнении копий идентичных датчиков с длиной электродов L_1 и L_2 . Разность емкостей датчиков, измеренных для различных длин электродов, отражает погонную емкость на длину электродов $L_1 - L_2$ без учета краевых эффектов на торцах и позволяет проводить сравнения расчетных значений с практическими из-

Расчетные значения C_{12} на единицу длины (1 м) для НИК в воздухе

Размер секции	$2r = 1$ мм	$2r = 2,5$ мм	$2r = 5$ мм
Отношение металлизации	0,396	0,469	0,476
Толщина электродов, мкм	14	14	14
Экспериментальное значение C_{12} (пФ)	2,663	1,536	0,935
Расчетное значение FEM (Ansoft) [3] C_{12} (пФ)	2,769	1,591	0,895
Ошибка расчета (%)	3,8	3,5	4,3
Расчетное значение ЗСНИК C_{12} (пФ)	2,718	1,482	0,924
Ошибка расчета (%)	2,1	3,5	1,2

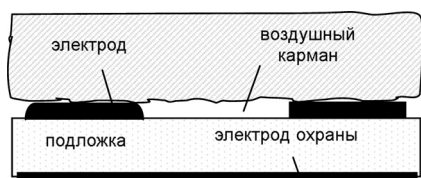


Рис. 2. Рельеф сечения электродов

мерениями, а также определять эквивалентную длину для извилин на торцах датчика.

Разработанная нами модель сравнивалась с моделью, предложенной для гибких датчиков в работе [3]. Результаты измерений и вычислений по двум моделям приведены в виде таблицы. В моделировании использовались реальные геометрические параметры трех датчиков с различной металлизацией поверхности (отношение площади электродов к полной площади датчика). Толщина тефлоновой подложки b и толщина электродов μ в трех случаях были одинаковыми и равны $b = 254$ мкм, $\mu = 14$ мкм. Диэлектрическая проницаемость тефлона $\epsilon_1 = 2,1$. Разность между теорией и измерениями не превышает 5%. Для предложенной модели эта разность снижается. Расхождение может быть связано с ошибкой измерения толщины электродов или нарушением профиля сечения электродов рис. 2. В реальных конструкциях профиль сечения электродов может отклоняться от прямоугольного и принимать форму, близкую к трапецевидной. Учет профиля электродов может быть осуществлен за счет вариации размеров электродов верхней и нижней пары ЗСНИК. Так, увеличение толщины электродов на 1 мкм приводит к дополнительной ошибке в среднем на 0,4%, на 2 мкм – к ошибке 0,9% (рис. 3). При этом влияние электродов верхней пары ЗСНИК, отражающих роль поверхности электрода, обращенной к контролируемому материалу, всегда более ощутимо, чем влияние нижней поверхности электродов. Это связано с ролью экрана в основании подложки. При больших межэлектродных зазорах по сравнению с толщиной подложки $r_1 - r_0 > b$ (случай $2r = 2,5$ мм, $2r = 5$ мм) доля потока электрического поля, замыкающегося в подложке на экран, почти 100%. В силу этого вклад в емкость нижней пары ЗСНИК ничтожно мал. Лишь верхняя пара ЗСНИК играет существенную роль, которая возрастает с ростом толщины электродов. Подтверждением этому служат две нижние кривые (рис. 3). Если отклонения в профиле сечения составляют для электродов верхней и нижней поверхностей 10% (рис. 2), то ошибка в расчете для рассматриваемых датчиков составляет приблизительно 11%. Таким образом, для учета погрешностей, обусловленных наличием «воздушных карманов», необходимо проводить измерения реальных геометрических профилей электродов.

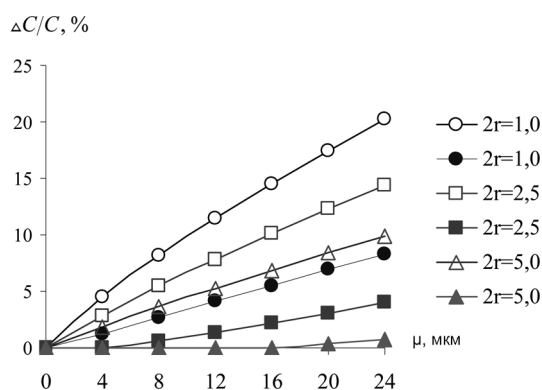


Рис. 3. Относительный вклад, вносимый в межэлектродную емкость каждой парой электродов в зависимости от их толщины. Темный фон маркера относится к нижней паре электродов, обращенных к подложке

Воздушные карманы или полости в межэлектродном пространстве могут заполняться жидким диэлектриком. При малых межэлектродных зазорах по сравнению с толщиной подложки $r_1 - r_0 \leq b$ эффект виртуального электрода в межэлектродном пространстве отсутствует, и поле в воздушном кармане вносит существенный вклад в межэлектродную емкость C_{12} [3]. Расхождение между расчетными и практическими измерениями, выполненными для случая погружения датчика в жидкий диэлектрик, уменьшается лишь для датчиков, у которых межэлектродные зазоры больше толщины подложки ($r_1 - r_0 > b$) [6]. Для устранения несоответствия между

расчетными и экспериментальными значениями емкости C_{12} в [3] была проведена оценка эквивалентного воздушного зазора, который давал бы аналогичные расхождения. Эквивалентный воздушный зазор приблизительно равен трем толщинам электродов $3\mu \approx 40$ мкм. В рассматриваемой модели такое большое расхождение практически отсутствует. Поле воздушной полости является составной частью двух полей ЗСНИК, и все изменения в полости автоматически приводят к изменению емкости датчика. Так, при заполнении датчика ($2r = 1$ мм) жидким маслом $\epsilon_2 \approx 3,015$ расчетное значение емкости $C_{12} = 8,345$ пФ, а экспериментальное значение $C_{12} = 8,290$ пФ. Ошибка составляет 0,5%.

Проверку адекватности предложенной модели проводили и на датчиках с металлизацией 0,50, 0,60 и 0,75. Емкость измерялась с помощью измерителя иммитанса E7-20 на частоте 1 кГц в экранированном ящике. Электроды вытравливали на двустороннем фольгированном стеклотекстолите марки СТФ различной толщины: 1, 0,3 и 0,2 мм. Толщина медного покрытия составляла от 5 до 20 мкм. Рисунок электродов выполнялся с помощью программы Control Panel-EAGLE 5.0.0 Professional. Ширина потенциальных электродов $2r_0 = r_4 - r_3 = 6$ мм и число секций $n = 7$ во всех случаях были одинаковыми. Чтобы учесть паразитные емкости на торцах электродов, выполнялись копии идентичных датчиков длиной электродов $L_1 = 249$ и $L_2 = 95$ мм. Разность емкостей датчиков, измеренных для различных длин электродов, отражает погонную емкость на длину электродов без учета краевых эффектов на торцах и позволяет проводить сравнения расчетных значений с практическими измерениями. Для относительного межэлектродного зазора $(r_3 - r_0)/b = 4$ измеренная емкость составила 4,37 пФ, расчетная – 4,34 пФ; для зазора $(r_3 - r_0)/b = 6$ измеренная емкость составила 2,54 пФ, расчетная – 2,64 пФ; для зазора $(r_3 - r_0)/b = 30$ измеренная емкость 1,83 пФ, расчетная 1,80 пФ.

Таким образом, представив электроды в виде двух зеркально-симметричных конструкций, разнесенных на толщину электродов реального датчика, удалось учесть не только толщину электродов, но и профиль их сечения и усовершенствовать математическую модель накладного измерительного конденсатора. Подтверждением этому служит хорошее совпадение экспериментальных данных с расчетными. Кроме того, для оценки вклада краевых эффектов на торцах электродов предложено использовать два идентичных датчика с различной длиной электродов L_1 и L_2 . Это позволит значительно упростить процедуру определения краевого эффекта и вычислить длины эквивалентных извилин для каждого датчика. Предложенная математическая модель накладного измерительного конденсатора и методика оценки вклада краевых эффектов на торцах электродов значительно улучшают соответствия теоретических и экспериментальных значений измеряемых параметров в датчиках накладного типа и позволяют рекомендовать разработанную методику для практического использования при проектировании и оптимизации накладного измерительного конденсатора.

Литература

1. М а т и с И. Г., О з о л с К. Л. // Изв. Акад. наук Латв ССР. Сер. физ.-техн. наук. 1971. № 5. С. 93–101.
2. Z a r e t s k y M. C., M o u a y a d L. and M e l c h e r J. R. // IEEE Transactions on Electr. Insul. December 1988. Vol. 23. P. 897–917.
3. M a m i s h e v A. V., L e s i e u t r e B. C., Z a h n M. // IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul. 1998. Vol. 5. P. 408–420.
4. S h e i r e t o v Y. and Z a h n M. // IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul. 2005. Vol. 12. P. 993–1004.
5. Н е т у ш и л А. В. Расчет потенциальных полей // Тр. МЭИ. 1951. Вып. 9. С. 3–25.
6. Д ж е ж о р а А. А., Р у б а н и к В. В., С а в ч у к В. К. // Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов: Матер. 3-й междунар. науч.-техн. конф. и выставки. Могилев, 2009. С. 110–112.

A. A. JEZHORA, V. V. RUBANIK

MODEL OF A SPATIALLY PERIODICAL DIELECTRIC SENSOR

Summary

A calculation of capacity of a spatially periodic dielectric sensor is resulted. The integrated equations for condenser electrodes are resulted. The algorithm of their numerical solution is given. Adequacy of model to real designs is checked up.