УДК 517.956

К ВЫВОДУ УРАВНЕНИЯ ДАРБУ

Федосеев Г.Н., к.т.н., доц., Гулевич Н.С., студ.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Реферат. *В статье рассмотрены углы поворота элемента растяжимой нити. Получены их приращения в переносном вращении воображаемой нерастяжимой трубки, облекающей нить, и локальном изменении кручения – кривизны (вектора Дарбу) трубки. Использованы Эйлеровы координаты.*

Ключевые слова: Эйлерова координата, Лагранжева координата, натуральный трёхгранник, вектор Дарбу, переносная угловая скорость, локальная производная, уравнение Дарбу, относительная угловая скорость, абсолютная угловая скорость, продольная скорость нити.

На рисунке 1 показана произвольная пространственная кривая и её натуральный трёхгранник в воображаемом скольжении вдоль кривой из точки *M* в точку M_1. Трёхгранник поворачивается вокруг «движущейся» *M* до совпадения с трёхгранником в точке M_1. Вектор Дарбу

$$\vec{\Omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{ds} = \frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial s}. \tag{1}$$

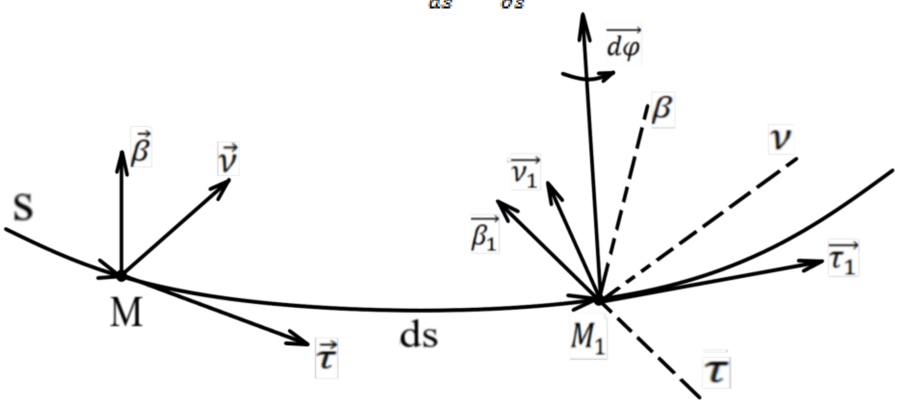

Рисунок 1 – Натуральный трёхгранник произвольной пространственной кривой

Определённый формулой (1) вектор Дарбу относится к воображаемой нерастяжимой трубке, облекающей растяжимую нить, *s* – Эйлерова координата. Вектор Дарбу растяжимой нити

$$\frac{\partial\overrightarrow{\varphi_L}}{\partial s_0} = f\,\frac{\partial\varphi}{\partial s},\ \overrightarrow{\Omega_o} = f\vec{\Omega},$$

используются Лагранжева и Эйлерова координаты.

В воображаемом скольжении трёхгранника (рис. 1) он поворачивается вокруг касательной к кривой (ввиду её кручения) и вокруг бинормали (ввиду кривизны).

Вектор Дарбу

$$\vec{\Omega} = \Omega_1\vec{\tau} + \Omega_3\vec{\beta},$$

где Ω_1 – кручение, Ω_3 – кривизна, нормальная составляющая $\Omega_2 = 0$.

Рассматривая вращение элемента нити как сложное, найдём абсолютную угловую скорость $\vec{\omega}$ растяжимой нити – равную геометрической сумме переносной угловой скорости $\vec{\omega}_e$ (нерастяжимой трубки) и относительной угловой скорости нити, движущейся в закрученной и искривлённой трубке с продольной скоростью λ,

$$\vec{\omega}_r = \frac{\partial\overrightarrow{\varphi_r}}{\partial t} = \frac{\partial\overrightarrow{\varphi_r}}{\partial s} x \frac{\partial s}{\partial t} = \vec{\Omega}\lambda,$$

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_e + \lambda\vec{\Omega}. \tag{2}$$

Различные угловые скорости в точках *M* и M_1 трубки (рис. 2), ограничивающих её, изменяют по истечении времени *dt* форму элемента, то есть, кручение и кривизну его – внутреннюю геометрию.

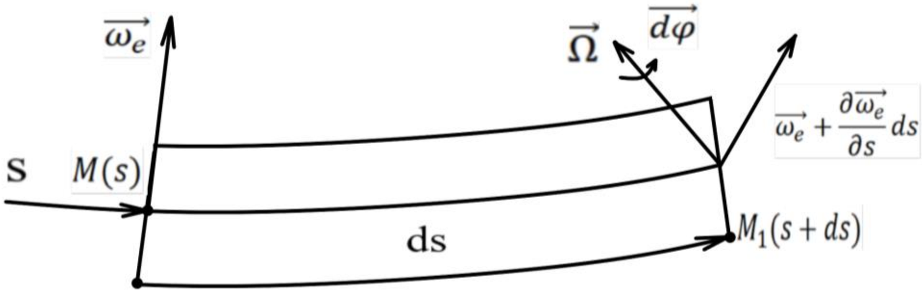

Рисунок 2 – Элемент трубки в момент времени *t*

Угол поворота трёхгранника получает приращение

$$(d\vec{\varphi}) = \left(\frac{\partial \overrightarrow{\omega_e}}{\partial s} ds\right) dt,$$

$$\Delta(d\vec{\varphi}) = \left(\frac{\tilde{\partial} \vec{\Omega}}{\partial t} dt\right) ds. \qquad (3)$$

Равенство (3) приводит к уравнению Дарбу

$$\frac{\partial \vec{\omega}_e}{\partial s} = \frac{\tilde{\partial} \vec{\Omega}}{\partial t}. \qquad (4)$$

Нетрудно перейти в уравнении (4) к абсолютной угловой скорости (растяжимой нити) и абсолютной производной вектора Дарбу: используя сумму (2), получим уравнение Дарбу в виде [1]:

$$\overrightarrow{\omega_e} = \vec{\omega} - \lambda \vec{\Omega},\ \frac{\tilde{\partial} \vec{\Omega}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} - \vec{\omega}_e \ x\ \vec{\Omega},$$

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial s} - \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial t} = \vec{\Omega}\ x\ \overrightarrow{\omega}.$$

Список использованных источников

1. Якубовский, Ю. В. Основы механики нити / Ю. В. Якубовский [и др.]. – Москва: Легкая индустрия, 1973. – 271 с.

УДК 778.64

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ В АДДИТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ

Костюков О.А., студ., Москалев Г.И., к.т.н., доц., Буткевич В.Г., к.т.н., доц.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Реферат. *В статье рассмотрены основные вопросы, касающиеся использования аддитивных технологий в современном машиностроении. Актуальным является предварительная топологическая оптимизация геометрии деталей машин, позволяющая снизить материалоемкость изделий. Применение композиционных материалов на основе комплексных стеклянных нитей позволяет значительно повысить физико-механические характеристики механических конструкций.*

Ключевые слова: топологическая оптимизация, целевая функция, метод конечных элементов, композиционный материал.

Основная задача, стоящая перед конструкторами всего мира – снижение массы и увеличение удельной прочности конструкций, используемых в машиностроении.

Для решения задач подобного класса используются методы, в том числе и топологической оптимизации.