

Напряженно-деформированное состояние круговой цилиндрической оболочки конечной длины, лежащей на упругом основании, под действием неоднородного давления

Т.В. Никонова

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»

Рассматривается задача о расчете напряженно-деформированного состояния тонкостенной цилиндрической оболочки кругового сечения конечной длины, лежащей на упругом основании и испытывающей неоднородное в окружном направлении давление. Используются уравнения равновесия безмоментной теории цилиндрических оболочек, в качестве граничных приняты условия, при которых реализуется безмоментное напряженно-деформированное состояние оболочки. Воздействие упругого основания принимается в качестве дополнительного давления в рамках модели Винклера. Для круговой цилиндрической оболочки конечной длины, лежащей на упругом основании, получены формулы, отражающие влияние переменного давления на значения усилий, возникающих в срединной поверхности оболочки. Приведены примеры расчетов с использованием предлагаемой математической модели, построены соответствующие графики.

Ключевые слова: тонкая цилиндрическая оболочка, упругое основание, безмоментное напряженно-деформированное состояние, переменное давление.

The strain-stress state of a round cylindrical medium length shell lying on an elastic foundation under the action of non-uniform pressure

Nikonova T.V.

Vitebsk State Technological University

The problem of calculation of the strain-stress state of a round thin cylindrical medium length shell lying on an elastic foundation under action of non-uniform pressure is considered. The semi-moment equations of the thin elastic shell theory are assumed as the governing ones. The influence of the elastic foundation is taken into account as the additional pressure within the framework of Winkler model. The influence of external non-uniform pressure on efforts has been analyzed. Examples of calculations of efforts arising in a median surface of a shell are presented, diagrams are constructed and the comparative analysis is made.

Key words: thin cylindrical shell, elastic foundation, membrane strain-stress state, non-uniform pressure.

При создании тонкостенных строительных конструкций необходимо проводить анализ напряженно-деформированного состояния (НДС), возникающего в оболочке при заданных внешних нагрузках и условиях закрепления краев. Существует множество публикаций по проблемам прочности и устойчивости тонких оболочек, однако, значительное их количество касается гладких цилиндрических оболочек, подверженных однородным статическим нагрузкам: давлению, изгибу, кручению, осевому сжатию [1, 2]. При этом мало изученными остаются цилиндрические оболочки на упругом основании, подверженные неоднородному нагружению.

Ранее в работе [3] авторами был выполнен расчет НДС тонкой цилиндрической трубы с упругим внешним наполнителем с учетом собственного веса. В этой статье приведен расчет НДС тонкостен-

ной цилиндрической оболочки кругового сечения конечной длины, лежащей на упругом основании и испытывающей неоднородное в окружном направлении давление. Используются уравнения равновесия безмоментной теории цилиндрических оболочек, в качестве граничных приняты условия, при которых реализуется безмоментное НДС оболочки. Приведены примеры использования предлагаемой математической модели для расчета НДС оболочки с упругим заполнителем, находящейся в жидкости, а также для расчета трубы, залегающей в грунте на глубинах соизмеримых с ее диаметром.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу о расчете НДС тонкостенной цилиндрической оболочки кругового сечения конечной длины L , лежащей на упругом основании и испытывающей неоднородное в окружном направлении давление (рисунок 1). Реакция упругого основания при деформации оболочки учитывается в рамках одномерной модели Винклера [2].

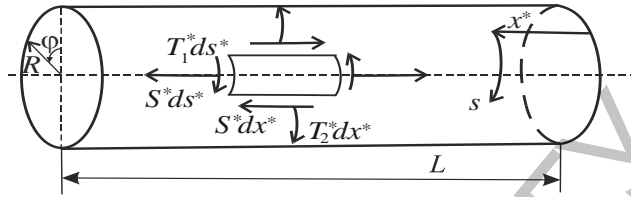


Рисунок 1 – Круговая цилиндрическая оболочка конечной длины

Уравнения равновесия безмоментной теории цилиндрических оболочек будут иметь вид [4]

$$\frac{\partial T_1^*}{\partial x^*} + \frac{\partial S^*}{\partial s} + q_1 = 0, \quad \frac{\partial S^*}{\partial x^*} + \frac{\partial T_2^*}{\partial s} + q_2 = 0, \quad T_2^* = (q_n - \alpha w^*)R, \quad (1)$$

где T_1^* , T_2^* , S^* – мембранные осевое, кольцевое и сдвигающее усилия, соответственно,

$0 \leq x^* \leq L$ – продольная координата,

s – длина дуги на поверхности оболочки, отсчитываемая в окружном направлении от ее верхней точки,

q_1, q_2, q_n – компоненты поверхностной нагрузки по направлениям x^* , s и нормали, соответственно,

w^* – нормальное перемещение точек срединной поверхности,

α – коэффициент постели упругого основания,

R – радиус оболочки.

Составляющие неоднородного давления, действующего на оболочку, представим в виде рядов

$$q_n(\varphi) = q_{n0}^c + \sum_{m=1}^{\infty} (q_{nm}^c \cos(m\varphi) + q_{nm}^s \sin(m\varphi)), \quad q_i(\varphi) = q_{i0}^c + \sum_{m=1}^{\infty} (q_{im}^c \cos(m\varphi) + q_{im}^s \sin(m\varphi)), \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

где $q_{n0}^c, q_{nm}^c, q_{nm}^s, q_{i0}^c, q_{im}^c, q_{im}^s$ – некоторые константы,

φ – угол, отсчитываемый от верхней точки оболочки в направлении, противоположном ходу часовой стрелки.

В качестве граничных рассмотрим условия, при которых реализуется безмоментное НДС оболочки

$$T_1^* = v^* = 0 \quad \text{при} \quad x^* = 0, L, \quad (3)$$

где v^* – касательное перемещение.

Связи деформаций с усилиями имеют вид [4]:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} = \frac{1}{Eh} (T_1^* - \nu T_2^*), \quad \frac{\partial v^*}{\partial s} + \frac{w^*}{R} = \frac{1}{Eh} (T_2^* - \nu T_1^*), \quad \frac{\partial u^*}{\partial s} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} = \frac{2(1+\nu)}{Eh} S^*, \quad (4)$$

где E, ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала оболочки, соответственно,
 h – толщина цилиндрической оболочки,
 u^* – осевое перемещение.

Задача состоит в определении усилий, возникающих в срединной поверхности цилиндрической оболочки конечной длины, лежащей на упругом основании.

Решение краевой задачи. Перейдем к безразмерным величинам, используя следующие соотношения:

$$x^* = Rx, \quad s = R\varphi, \quad (u^*, v^*, w^*) = R(u, v, w), \quad (T_1^*, T_2^*, S^*) = Eh(T_1, T_2, S), \quad L = Rl. \quad (5)$$

С учетом (2), (4), (5) система уравнений (1) в безразмерном виде сводится к уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi \partial x} + \nu \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \varphi} \right) + \tilde{q}_{10}^c + \sum_{m=1}^{\infty} (\tilde{q}_{1m}^c \cos(m\varphi) + \tilde{q}_{1m}^s \sin(m\varphi)) &= 0, \\ \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \tilde{q}_{20}^c + \sum_{m=1}^{\infty} (\tilde{q}_{2m}^c \cos(m\varphi) + \tilde{q}_{2m}^s \sin(m\varphi)) &= 0, \\ \nu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \varphi} + w &= \tilde{q}_{n0}^c + \sum_{m=1}^{\infty} (\tilde{q}_{nm}^c \cos(m\varphi) + \tilde{q}_{nm}^s \sin(m\varphi)) - \tilde{\alpha} w, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{q}_{nm}^c &= \frac{q_{nm}^c (1-\nu^2) R}{Eh}, \quad \tilde{q}_{im}^c = \frac{q_{im}^c (1-\nu^2) R}{Eh}, \quad m = \overline{0, \infty}, \quad \tilde{\alpha} = \frac{\alpha R^2 (1-\nu^2)}{Eh}, \\ \tilde{q}_{nm}^s &= \frac{q_{nm}^s (1-\nu^2) R}{Eh}, \quad \tilde{q}_{im}^s = \frac{q_{im}^s (1-\nu^2) R}{Eh}, \quad m = \overline{1, \infty}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (7)$$

Граничные условия (3) с учетом (5) будут иметь вид

$$T_1 = v = 0 \quad \text{при } x=0, l. \quad (8)$$

Решение системы (6) находится в явном виде:

$$\begin{aligned} w &= w_0^c + \sum_{m=1}^{\infty} (w_m^c \cos(m\varphi) + w_m^s \sin(m\varphi)), \quad v = v_0^c + \sum_{m=1}^{\infty} (v_m^c \cos(m\varphi) + v_m^s \sin(m\varphi)), \\ u &= u_0^c + \sum_{m=1}^{\infty} (u_m^c \cos(m\varphi) + u_m^s \sin(m\varphi)), \end{aligned} \quad (9)$$

где $w_0^c, w_m^c, w_m^s, v_0^c, v_m^c, v_m^s, u_0^c, u_m^c, u_m^s$ – некоторые функции, зависящие от x .

Подставляя выражения (9) в уравнения (6) и приравнявая соответствующие коэффициенты, получим систему неоднородных дифференциальных уравнений относительно $u_0^c, w_0^c, v_0^c, w_m^c, w_m^s, v_m^c, v_m^s, u_m^c, u_m^s$ для $m = \overline{1, \infty}$:

$$\begin{aligned}
u_0^{''c} + v w_0^{'c} + \tilde{q}_{10}^c &= 0, & w_0^c + v u_0^{'c} &= \tilde{q}_{n0}^c - \tilde{\alpha} w_0^c, & \frac{1-v}{2} v_0^{''c} + \tilde{q}_{20}^c &= 0, \\
u_m^{''c} + v m v_m^{'s} + v w_m^{'c} + \frac{1-v}{2} (-m^2 u_m^c + m v_m^{'s}) + \tilde{q}_{1m}^c &= 0, \\
\frac{1-v}{2} (-m u_m^{'c} + v_m^{''s}) - m^2 v_m^s - m w_m^c - m v u_m^{'c} + \tilde{q}_{2m}^s &= 0, \\
m v_m^s + w_m^c + v u_m^{'c} &= \tilde{q}_{nm}^c - \tilde{\alpha} w_m^c, & u_m^{''s} - v m v_m^{'c} + v w_m^{'s} + \frac{1-v}{2} (-m^2 u_m^s - m v_m^{'c}) + \tilde{q}_{1m}^s &= 0, \\
\frac{1-v}{2} (m u_m^{'s} + v_m^{''c}) - m^2 v_m^c + m w_m^s + m v u_m^{'s} + \tilde{q}_{2m}^c &= 0, & -m v_m^c + w_m^s + v u_m^{'s} &= \tilde{q}_{nm}^s - \tilde{\alpha} w_m^s.
\end{aligned} \tag{10}$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование по x .

Граничные условия (8) с учетом (9), (4) запишутся в виде

$$\begin{aligned}
u_0^{'c} + v w_0^c = 0, & \quad v_0^c = 0, & u_m^{'c} + v m v_m^s + v w_m^c = 0, \\
u_m^{'s} - v m v_m^c + v w_m^s = 0, & \quad v_m^s = 0, & v_m^c = 0,
\end{aligned} \quad \text{при } m = \overline{1, \infty}, \quad x = 0, l. \tag{11}$$

Из системы (10) с учетом (11) имеем

$$v_0^c = \frac{\tilde{q}_{20}^c x(l-x)}{1-v}, \quad w_0^c = \frac{\tilde{q}_{n0}^c}{1-v^2 + \tilde{\alpha}}, \quad u_0^c = -v \frac{\tilde{q}_{n0}^c}{1-v^2 + \tilde{\alpha}} x + c,$$

где c – некоторая константа.

При $m = \overline{1, \infty}$, применив для решения системы (10) метод исключений, получаем разрешающие уравнение относительно $v_m^s(x)$:

$$a_{4m} v_m^{sIV} + a_{2m} v_m^{sII} + a_{0m} v_m^s = f_{1m}, \tag{12}$$

где $a_{4m} = 1 - v^2 + \tilde{\alpha}$, $a_{2m} = -2m^2 \tilde{\alpha}$, $a_{0m} = m^4 \tilde{\alpha}$, $f_{1m} = m^2(1 + \tilde{\alpha}) \tilde{q}_{2m}^s - m^3 \tilde{q}_{nm}^c$.

Общее решение уравнения (12) имеет вид:

$$v_m^s(x) = c_{1m} e^{\alpha_{1m} x} \cos \beta_{1m} x + c_{2m} e^{\alpha_{1m} x} \sin \beta_{1m} x + c_{3m} e^{-\alpha_{1m} x} \cos \beta_{1m} x + c_{4m} e^{-\alpha_{1m} x} \sin \beta_{1m} x + f_{1m} / a_{0m}, \tag{13}$$

где $\alpha_{1m} = \sqrt{\frac{\sqrt{d_m^2 + c_m^2} + c_m}{2}}$, $\beta_{1m} = \sqrt{\frac{\sqrt{d_m^2 + c_m^2} - c_m}{2}}$, $c_m = \frac{-a_{2m}}{2a_{4m}}$, $d_m = \frac{\sqrt{4a_{4m}a_{0m} - a_{2m}^2}}{2a_{4m}}$, c_i — неизвестные константы ($i = \overline{1..4}$), $m = \overline{1, \infty}$.

Для определения неизвестных констант служат граничные условия (11). Аналогично находим $v_m^c(x)$ при $m = \overline{1, \infty}$ по формуле

$$v_m^c(x) = \tilde{c}_{1m} e^{\alpha_{1m} x} \cos \beta_{1m} x + \tilde{c}_{2m} e^{\alpha_{1m} x} \sin \beta_{1m} x + \tilde{c}_{3m} e^{-\alpha_{1m} x} \cos \beta_{1m} x + \tilde{c}_{4m} e^{-\alpha_{1m} x} \sin \beta_{1m} x + f_{2m} / a_{0m}, \tag{14}$$

где $f_{2m} = m^2(1 + \tilde{\alpha}) \tilde{q}_{2m}^c + m^3 \tilde{q}_{nm}^s$.

Далее находим $u_m^{'c}$, $u_m^{'s}$, w_m^c , w_m^s при $m = \overline{1, \infty}$ по формулам

$$\begin{aligned}
u_m^{t'c} &= \frac{(1-\nu)(1+\tilde{\alpha})}{m(1-\nu+\tilde{\alpha}(1+\nu))} v_m^{n's} - \frac{2m\tilde{\alpha}}{1-\nu+\tilde{\alpha}(1+\nu)} v_m^s - \frac{2m\tilde{q}_{nm}^c - 2\tilde{q}_{2m}^s(1+\tilde{\alpha})}{m(1-\nu+\tilde{\alpha}(1+\nu))}, \\
u_m^{t's} &= -\frac{(1-\nu)(1+\tilde{\alpha})}{m(1-\nu+\tilde{\alpha}(1+\nu))} v_m^{n'c} + \frac{2m\tilde{\alpha}}{1-\nu+\tilde{\alpha}(1+\nu)} v_m^c - \frac{2m\tilde{q}_{nm}^s + 2\tilde{q}_{2m}^c(1+\tilde{\alpha})}{m(1-\nu+\tilde{\alpha}(1+\nu))}, \\
w_m^c &= \frac{-m(1+\nu)u_m^{t'c} + (1-\nu)v_m^{n's} - 2m^2v_m^s + 2\tilde{q}_{2m}^s}{2m}, \quad w_m^s = \frac{-m(1+\nu)u_m^{t's} - (1-\nu)v_m^{n'c} + 2m^2v_m^c - 2\tilde{q}_{2m}^c}{2m}.
\end{aligned} \tag{15}$$

Используя формулы (4) и уравнения (10), получим формулы для вычисления усилий, возникающих в срединной поверхности оболочки:

$$\begin{aligned}
T_1^* &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \sum_{m=1}^{\infty} \left[[(1-\nu^2)u_m^{t'c} + \nu(\tilde{q}_{nm}^c - \tilde{\alpha}w_m^c)] \cos(m\varphi) + [(1-\nu^2)u_m^{t's} + \nu(\tilde{q}_{nm}^s - \tilde{\alpha}w_m^s)] \sin(m\varphi) \right], \\
T_2^* &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[(1-\nu^2) \frac{\tilde{q}_{n0}^c}{1-\nu^2 + \tilde{\alpha}} + \sum_{m=1}^{\infty} [(\tilde{q}_{nm}^c - \tilde{\alpha}w_m^c) \cos(m\varphi) + (\tilde{q}_{nm}^s - \tilde{\alpha}w_m^s) \sin(m\varphi)] \right], \\
S^* &= \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \left[\frac{1-\nu}{2} v_0^c + \sum_{m=1}^{\infty} \left(-\frac{u_m^{n'c} + \nu m v_m^{t's} + \nu w_m^{t'c} + \tilde{q}_{1m}^c}{m} \sin(m\varphi) + \frac{u_m^{n's} - \nu m v_m^{t'c} + \nu w_m^{t's} + \tilde{q}_{1m}^s}{m} \cos(m\varphi) \right) \right].
\end{aligned} \tag{16}$$

Далее рассмотрим два частных случая закона (2) распределения давления на поверхности оболочки.

Анализ результатов. Рассмотрим цилиндрическую оболочку конечной длины с упругим заполнителем под действием гидростатического давления [5]. В этом случае имеем

$$\begin{aligned}
\tilde{q}_{n0}^c &= -\frac{\gamma_{ж}(H_0 + R)R(1-\nu^2)}{Eh}, \quad \tilde{q}_{n1}^c = \frac{(\gamma_{ж}R - \gamma h)R(1-\nu^2)}{Eh}, \quad \tilde{q}_{20}^s = 0, \\
\tilde{q}_{21}^s &= \frac{\gamma R(1-\nu^2)}{E}, \quad \tilde{q}_{2m}^c = \tilde{q}_{1m}^c = 0 \text{ для } m = \overline{0, \infty}, \\
\tilde{q}_{nm}^s &= \tilde{q}_{1m}^s = 0 \text{ для } m = \overline{1, \infty}, \quad \tilde{q}_{nm}^c = \tilde{q}_{2m}^s = 0 \text{ для } m = \overline{2, \infty}, \quad \tilde{\alpha} = \frac{\alpha R^2(1-\nu^2)}{Eh},
\end{aligned} \tag{17}$$

где α – коэффициент постели упругого заполнителя оболочки.

Используя (16) получим формулы, позволяющие рассчитать усилия, возникающие в срединной поверхности оболочки.

$$\begin{aligned}
T_1^* &= \frac{Eh}{1-\nu^2} [(1-\nu^2)u_1^{t'c} + \nu(\tilde{q}_{n1}^c - \tilde{\alpha}w_1^c)] \cos \varphi, \\
T_2^* &= Eh \left[\frac{\tilde{q}_{n0}^c}{1-\nu^2 + \tilde{\alpha}} + \frac{\tilde{q}_{n1}^c - \tilde{\alpha}w_1^c}{1-\nu^2} \cos \varphi \right], \quad S^* = \frac{Eh}{\nu^2 - 1} [u_1^{n'c} + \nu v_1^{t's} + \nu w_1^{t'c}] \sin \varphi,
\end{aligned} \tag{18}$$

где неизвестную функцию v_1^s находят как решение уравнения (12) с граничными условиями (11), а $u_1^{t'c}$, w_1^c – по формулам (15) при $m=1$.

Пример 1. Рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку радиуса $R=1.5$ м, длиной $L=150$ м и толщиной $h=0.02$ м. Оболочка изготовлена из стали с модулем Юнга $E=2 \cdot 10^{11}$ Н/м², коэффициентом Пуассона $\nu=0.25$. Оболочка залегает в жидкости с удельным весом $\gamma_{ж}=10^4$ Н/м³ на глубине $H_0=4$ м и имеет упругий заполнитель с коэффициентом постели $\alpha=0.5 \cdot 10^7$ Н/м³.

На рисунке 2 приведены графики отражающие распределение усилий T_1^* , S^* , T_2^* по длине оболочки x^* при различных значениях угла φ .

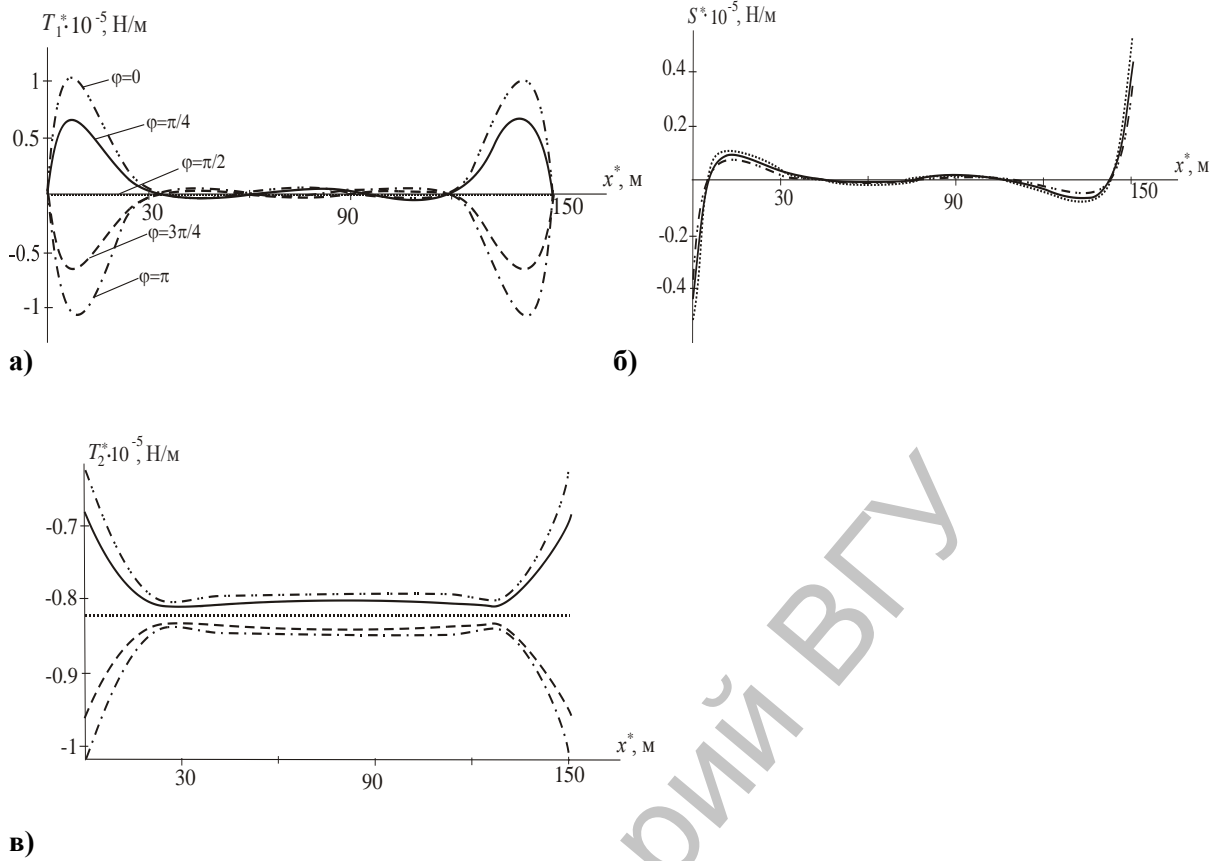


Рисунок 2 – Распределение усилий а) T_1^* , б) S^* , в) T_2^* по длине оболочки x^* при различных значениях угла φ

Как видно для принятых выше граничных условий, усилия T_1^* и S^* являются значительными лишь у краев оболочки. Наибольшее по величине сжимающее усилие T_2^* возникает у краев на нижней образующей оболочки (при $\varphi = \pi$). Вдали от краев T_2^* совпадает с усилием, полученным ранее для бесконечно длинной оболочки [3]. Зависимость мембранных усилий T_1^* , T_2^* , S^* на краях оболочки от угла φ является одинаковой для любой величины H_0 . Таким образом, при расчете напряженно-деформируемого состояния длинных оболочек, лежащих на упругом основании под действием внешнего давления мембранные усилия можно находить по теории бесконечно длинных оболочек.

При расчете НДС цилиндрической оболочки конечной длины, залегающей в грунте, могут быть также использованы результаты, описанные выше. Воспользуемся решением (16) при действующем давлении аналогичном, описанному в [6]. Тогда

$$\begin{aligned}
 \tilde{q}_{n0}^c &= \frac{-\gamma_{ep} H_0 R (1 + \zeta_a) (1 - \nu^2)}{2Eh}, \quad \tilde{q}_{n1}^c = \frac{-\gamma R (1 - \nu^2)}{E}, \\
 \tilde{q}_{n2}^c &= \frac{-\gamma_{ep} H_0 R (1 - \zeta_a) (1 - \nu^2)}{2Eh}, \quad \tilde{q}_{20}^s = 0, \quad \tilde{q}_{21}^s = \frac{\gamma R (1 - \nu^2)}{E}, \\
 \tilde{q}_{22}^s &= \frac{\gamma_{ep} H_0 R (1 - \zeta_a) (1 - \nu^2)}{2Eh}, \quad \tilde{\alpha} = \frac{\alpha_{ep} R^2 (1 - \nu^2)}{Eh}, \\
 \tilde{q}_{2m}^c &= \tilde{q}_{1m}^c = 0 \text{ для } m = \overline{0, \infty}, \quad \tilde{q}_{nm}^s = \tilde{q}_{1m}^s = 0 \text{ для } m = \overline{1, \infty}, \quad \tilde{q}_{nm}^c = \tilde{q}_{2m}^s = 0 \text{ для } m = \overline{3, \infty},
 \end{aligned} \tag{19}$$

где α_{ep} – коэффициент постели грунта.

Используя (16), получим формулы, позволяющие рассчитать усилия, возникающие в срединной поверхности оболочки, залегающей в грунте

$$\begin{aligned}
 T_1^* &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\left((1-\nu^2)u_1'^c + \nu(\tilde{q}_{n1}^c - \tilde{\alpha}w_1^c) \right) \cos\varphi + \left((1-\nu^2)u_2'^c + \nu(\tilde{q}_{n2}^c - \tilde{\alpha}w_2^c) \right) \cos 2\varphi \right], \\
 T_2^* &= Eh \left[\frac{\tilde{q}_{n0}^c}{1-\nu^2 + \tilde{\alpha}} + \frac{\tilde{q}_{n1}^c - \tilde{\alpha}w_1^c}{1-\nu^2} \cos\varphi + \frac{\tilde{q}_{n2}^c - \tilde{\alpha}w_2^c}{1-\nu^2} \cos 2\varphi \right], \\
 S^* &= \frac{Eh}{\nu^2 - 1} \left[(u_1''^c + \nu v_1'^s + \nu w_1''^c) \sin\varphi + \frac{u_2''^c + 2\nu v_2'^s + \nu w_2''^c}{2} \sin 2\varphi \right],
 \end{aligned} \tag{20}$$

где неизвестные функции v_1^s , v_2^s находят как решение уравнения (12) с граничными условиями (11), а $u_1'^c$, w_1^c , $u_2'^c$, w_2^c – по формулам (15) при $m=1, 2$.

Пример 2. Рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку радиуса $R=1.5$ м и толщиной $h=0.02$ м. Оболочка изготовлена из стали с модулем Юнга $E=2 \cdot 10^{11}$ Н/м², удельным весом $\gamma=7.8 \cdot 10^4$ Н/м³ и коэффициентом Пуассона $\nu=0.25$. Оболочка залегаєт в грунте с удельным весом $\gamma_{gp}=1.8 \cdot 10^4$ Н/м³, коэффициентом постели $\alpha_{gp}=0.98 \cdot 10^7$ Н/м³, углом внутреннего трения $\phi=\pi/6$ на глубине $H_0=4$ м.

На рисунке 3 приведен график отражающий распределение усилия T_2^* по длине оболочки x^* при различных значениях угла φ .

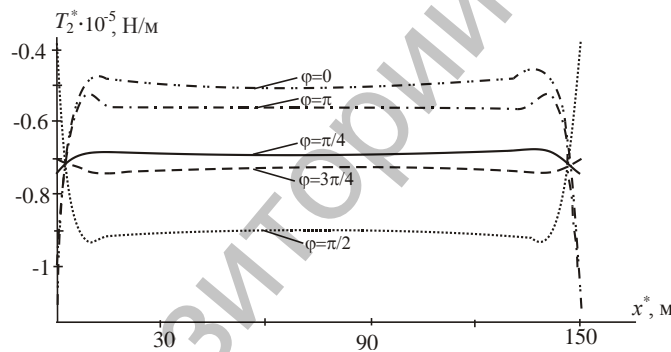


Рисунок 3 – Распределение усилия T_2^* по длине оболочки x^* при различных значениях угла φ

Как видно из рисунка 3 наибольшее по величине сжимающее усилие T_2^* возникает у краев образующей оболочки при $\varphi=0$. При этом значения усилий T_2^* на других образующих отличаются от значений усилий, полученных ранее для бесконечно длинной оболочки [3] не более чем на 0.8%. Таким образом, при оценке напряжений длинных оболочек, лежащих на упругом основании, под действием неоднородного давления мембранные усилия можно также находить по безмоментной теории, соответствующей бесконечно длинным оболочкам.

Заключение. При расчете НДС круговой цилиндрической оболочки конечной длины, лежащей на упругом основании, при принятых выше граничных условиях (3) реализуется чисто безмоментное напряженное состояние. И хотя другие варианты граничных условий, при которых возникает моментное напряженное состояние у краев оболочки (краевой эффект) в статье не рассматривались, очевидно, что в случае очень длинных оболочек влиянием краев можно пренебречь при расчете основного НДС оболочки, являющегося безмоментным [4]. Для круговой цилиндрической оболочки конечной длины, лежащей на упругом основании, получены формулы, отражающие влияние переменного давления на значения усилий, возникающих в срединной поверхности оболочки. Полученные результаты могут быть использованы при расчете на прочность и устойчивость тонких круговых крупногабаритных цилиндрических труб различной длины, лежащих на упругом основании и подверженных действию статических нагрузок. Такие исследования проводят на стадии проектирования и строительства транспортных развязок, водопропускных и других подземных сооружений.

Литература

1. Бородавкин, П.П. Прочность магистральных трубопроводов / П.П. Бородавкин, А.М. Синюков. – М.: Недра, 1984. – 245 с.
2. Макеев, Е.М. К расчету цилиндрической оболочки, лежащей на упругом основании / Е.М. Макеев // Прочность и надежность конструкций. – Киев, 1978. – С. 87-93.
3. Никонова, Т.В. Оценка усилий в тонкостенной трубе с упругим внешним наполнителем с учетом собственного веса / Т.В. Никонова, Г.И. Михасев // Весн. Віцебск. дзярж. ун-та. – 2003. – № 2. – С. 105-108.
4. Новожилов, В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов. – Л. : Судпромгиз, 1962. – 432 с.
5. Никонова, Т.В. Влияние внешнего упругого наполнителя на расчет деформаций и напряжений в цилиндрической оболочке. / Т.В. Никонова // Вестник УО «Вит. гос. техн. ун-т». – 2005. – Вып. 7. – С. 60–64.
6. Клейн, Г.К. Строительная механика сыпучих тел / Г.К. Клейн. – М. : Стройиздат, 1977. – 256 с.

Репозиторий ВГУ

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Ф.И.О. Никонова Татьяна Викторовна

Место работы УО «Витебский государственный технологический университет», кафедра теоретической и прикладной математики, ст. преподаватель

Ученая степень кандидат физ.-мат. наук

Ученое звание _____

Телефон (дом.) (8-0212) 22-21-54, (моб.) (+375-33) 645-10-75

Адрес для переписки 210032 г. Витебск, пр-т Победы д. 27 к. 2 кв. 32

e-mail st.rubon@mail.ru

Репозиторий ВГУ