

УДК 677.075

Прогнозирование эффективных механических характеристик трикотажа

Д.А. Черноус, С.В. Шилько, А.В. Чарковский¹

Институт механики металлополимерных систем им. В.А. Белого НАН Беларуси, Гомель, 246050, Беларусь

¹ Витебский государственный технологический университет, Витебск, 210035, Беларусь

Предложена мезомеханическая модель трикотажа, позволяющая установить зависимость удельных нагрузок от растяжения и прогнозировать прочность указанного структурно-неоднородного материала. Механические свойства нитей, образующих трикотаж, характеризуются модулем упругости и пределом прочности моноволокон на растяжение. Разработанная модель использована для интерпретации результатов испытаний кулирного трикотажа по ГОСТ 8847-85.

Ключевые слова: кулирный трикотаж, структурный элемент, крученая нить, кратность удлинения, удельная нагрузка, прочность

Prediction of effective mechanical characteristics of tricot

D.A. Chernous, S.V. Shilko, and A.V. Charkovskii¹

Belyi Metal-Polymer Research Institute of NASB, Gomel, 246050, Belarus

¹ Vitebsk State Technological University, Vitebsk, 210035, Belarus

A mesomechanical model of tricot for medical applications has been developed. It allows one to establish the dependence of specific loads on extension as well as to predict tricot strength parameters. An elastic modulus and tensile strength of single fibers are used to characterize the mechanical properties of tricot threads. The developed model has been used to describe the test results for slur tricot according to RF State Standard 8847-85.

Keywords: slur tricot, structural element, twisted thread, extension ratio, specific load, strength

1. Введение

В настоящее время наблюдается существенное расширение области применения трикотажных материалов. Так, разработаны трикотажные сетчатые полотна для использования в хирургии и ортопедии с целью восстановления сплошности и фиксации мягких биотканей, протезирования кровеносных сосудов, фильтрации крови при гемодиализе и др. [1, 2]. Использование трикотажа в медицинских приложениях подразумевает высокие требования к точности оценки и прогноза механических свойств получаемых изделий. К примеру, к числу требований, предъявляемых к эксплантатам, относится обеспечение их эластичности для выравнивания давления на биоткань, что достигается выбором материала и схемы плетения нитей. В частности, кулирный трикотаж позволяет реализовать более высокую эластичность в сравнении с основовязанным.

Для характеристики механических свойств текстильных материалов принято использовать разрывную нагрузку P_r , удлинение при разрыве ϵ_r , растяжимость и необратимую деформацию ϵ_0 [3, 4]. Однако эти параметры не позволяют в полной мере описать сложное напряженно-деформированное состояние трикотажного полотна. Существенно нелинейный характер деформирования трикотажа обусловлен сложностью и формированием его внутренней структуры. В связи с этим, для описания механического поведения трикотажных материалов предлагается использовать мезомеханический подход, изложенный, в частности, в работах [5, 6]. Это позволяет при анализе напряженно-деформированного состояния неоднородного материала учесть особенности внутренней структуры и ее эволюцию при деформировании.

При мезомеханическом анализе в исследуемом материале выделяется характерный повторяющийся эле-

мент, механическое поведение которого определяет напряженно-деформированное состояние всего представительного объема материала. Представительным будем называть объем, содержащий такое количество структурных элементов, которое позволяет рассматривать данную систему как материал, характеризующийся некоторыми эффективными механическими параметрами. При описании механического поведения кулирного трикотажа можно выделить прямоугольный структурный элемент, содержащий два скрученных отрезка нити (рис. 1). Разумеется, использование для трикотажа терминологии, принятой в механике композитных материалов (представительный объем, мезомеханическая модель, эффективные свойства и др.), весьма условно и требует дополнительных уточнений. Так, структурный элемент на рис. 1 будем считать мезоскопическим в том смысле, что он занимает промежуточное положение между элементарной составляющей трикотажа (моноволокном нити) и представительным объемом (фрагментом) полотна, поскольку диаметр моноволокна варьируется в пределах 5–100 мкм, а размеры (y_1 и y_2) структурного элемента составляют 1–10 мм. Анализ деформирования структурного элемента позволяет получить зависимость удельной нагрузки в трикотаже от кратности растяжения [6]. Однако приведенная в работе [6] расчетная методика имеет ряд ограничений.

1. В рамках методики [6] механическое поведение нити характеризуется зависимостями растягивающей силы F_f от кратности растяжения нити λ_f , изгибающего момента M от кривизны нити γ и силы F_c , действующей на контактирующие нити, от изменения диаметра нитей u_0 . Получение экспериментальных диаграмм $M(\gamma)$ и $F_c(u_0)$ является трудоемким. Кроме того, остается нерешенным вопрос о соответствии условий получения экспериментальных зависимостей для нити и процесса деформирования трикотажа. В связи с этим, для получения функций $M(\gamma)$, $F_c(u_0)$ предлагается использовать модель крученой нити, приведенную в работе [7]. Исходными параметрами, определяющими механическое поведение нити, являются механические свойства материала моноволокон — диаметр d , количество N

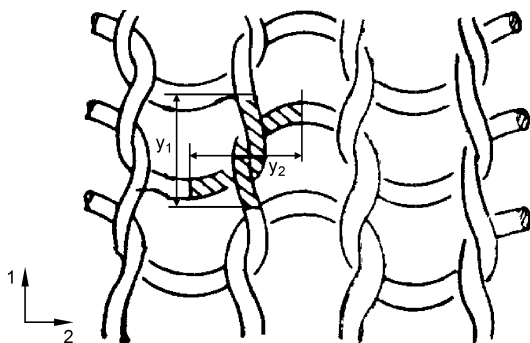


Рис. 1. Представительный фрагмент кулирного трикотажа. Штриховкой выделен структурный элемент

моноволокон и угол крутки нити θ . Если заданы структурные параметры нити d , N и θ , то по экспериментальной диаграмме $F_f(\lambda_f)$ могут быть найдены механические характеристики материала моноволокон. Тогда зависимости $M(\gamma)$, $F_c(u_0)$ определяются по расчетной методике, описанной в [7].

2. Ранее в работе [6] мезомеханический подход был использован для описания деформационного поведения текстильной ткани без учета разрушения нити и физической нелинейности материала моноволокон. Это затрудняет сопоставление расчетных значений с техническими характеристиками материала (P_f , ϵ_f) и снижает информативность результатов использования расчетной методики.

Целью настоящей работы является развитие мезомеханического описания напряженно-деформированного состояния вязаных материалов в целях установления зависимости деформационно-прочностных свойств трикотажа от механических характеристик материала моноволокон и структурных параметров нитей.

2. Модель крученой нити

В соответствии с моделью, представленной в работе [7], крученая нить образована множеством несвязанных моноволокон в виде спиралей различного радиуса и равного шага. При описании механического поведения нити вводится эффективный радиус R_0 , который определяется диаметром d и количеством N моноволокон [3, 6, 7]:

$$R_0 = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{N}{\phi}}$$

Здесь ϕ — коэффициент укладки волокон в нити. При максимально плотной упаковке моноволокон параметр ϕ составляет 0.92. Растягивающая сила F_f , действующая на нить, связана с кратностью удлинения нити λ_f следующим образом [7]:

$$F_f(\lambda_f) = \begin{cases} \frac{E\pi R_0^2}{3\text{tg}^2\theta} (\lambda_f - 1)^2 (\lambda_f + 2), & \lambda_f < \lambda_p, \\ E\pi R_0^2 \left[\lambda_f - 1 - (\lambda_p - 1) \frac{2\lambda_p + 1}{3(\lambda_p + 1)} \right], & \lambda_p \leq \lambda_f. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь θ — угол крутки нити; $\lambda_p = 1/\cos\theta$ — кратность удлинения нити, при которой происходит выпрямление всех моноволокон; E — продольный модуль упругости материала моноволокна. При отсутствии крутки ($\theta = 0$) зависимость продольной силы от кратности удлинения выражается формулой

$$F_f(\lambda_f) = E\pi R_0^2 (\lambda_f - 1).$$

Соотношение (1) справедливо до момента разрыва центрального, наиболее напряженного при растяжении, моноволокна нити. Будем считать, что моноволокно раз-

рушается при достижении осевым напряжением критического значения σ_{cr} . Следовательно, зависимость (1) справедлива для кратностей удлинения, не превышающих критического значения λ_{cr} :

$$\lambda_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{E} + 1. \quad (2)$$

Анализ предложенной в [7] модели позволяет не только описать процесс растяжения нити, но и установить зависимость изгибающего момента M , действующего на нить, от кривизны нити γ . Так, при линейно-упругом поведении материала моноволокон в работе [7] получено выражение для изгибной жесткости нити:

$$B = \frac{M}{\gamma} = ER_0^4 \frac{\pi \cos \theta (1 - 3 \cos^2 \theta + 2 \cos^3 \theta)}{3 \sin^4 \theta}. \quad (3)$$

Величина B является аналогом произведения продольного модуля изгибаемого стержня на момент инерции его поперечного сечения EJ и при $\theta \rightarrow 0$ вычисляется по формуле

$$B = E \pi R_0^4 / 4.$$

Изгибная жесткость нити определяет начальную стадию деформирования вязаного материала [6], когда происходит выпрямление криволинейных участков нитей. Для описания данного этапа решается задача о больших прогибах стержня, имеющего в недеформированном состоянии форму дуги окружности длины l_0 , под действием силы F_u , направленной по хорде окружности (рис. 2).

При начальной длине хорды b_0 угол наклона касательной θ_0 в граничных точках дуги определяется из уравнения

$$l_0 \sin \theta_0 = b_0 \theta_0$$

и не изменяется при деформировании. Используя для решения поставленной задачи теорию гибких стержней [8], можно установить соотношение между силой F_u и текущей длиной хорды b .

Удобно записать это соотношение в виде зависимости безразмерной величины $F_u l_0^2 / B$ от безразмерного параметра $x_u = (b - b_0) / (l_0 - b_0)$ (x_u изменяется от 0 до 1):

$$F_u \frac{l_0^2}{B} = f_u \left(\frac{b - b_0}{l_0 - b_0} \right) = f_u(x_u).$$

В результате проведенных расчетов установлено, что вид функции $f_u(x_u)$ практически не зависит от значе-

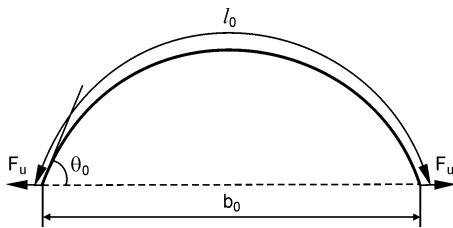


Рис. 2. Изгиб криволинейного участка нити

ния величин b_0 , l_0 , B . Данная функция может быть описана полиномами

$$f_u(x_u) = F_u(x_u) \frac{l_0^2}{B} = \begin{cases} x_u(49.193 - 83.311x_u + 267.361x_u^2), & x_u \leq 0.5, \\ x_u 10^4(0.285 + 1.448x_u - 2.414x_u^2 + 1.375x_u^3), & 0.5 < x_u < 1. \end{cases} \quad (4)$$

При деформировании трикотажа возникает контактное взаимодействие между скрученными нитями. В результате уменьшается эффективный диаметр нити, что сказывается на деформационных свойствах трикотажа в целом. В работе [7] для описания контакта нитей была решена задача о действии на скрученную нить жесткого цилиндрического штампа. При этом радиус штампа выбирался равным начальному радиусу нити R_0 , а образующие нити и штампа были взаимно перпендикулярны.

На основе модели скрученной нити [7] была получена зависимость силы прижатия штампа к нити F_c от внедрения штампа u_0 , которое совпадает с уменьшением эффективного диаметра нити при контактом взаимодействии. В работе [7] зависимость $F_c(u_0)$ получена для прямолинейной нити. В трикотаже участки нитей, находящиеся в контакте, имеют форму дуг окружностей радиуса R_0 с образующим углом 90° . Используя методику работы [7] с учетом начальной кривизны нити, в которую внедряется жесткий штамп, и пренебрегая деформацией нити вне области контакта, получим следующее выражение для силы F_c :

$$F_c(u_0) = \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\sqrt{2 - \left(\frac{u_x}{R_0} \right)^2} + \frac{u_x}{R_0} \right] \times \\ \times r \sigma_f \left(\frac{4}{\pi} \arcsin \left(\frac{u_x}{\sqrt{2} R_0} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{R_0} \operatorname{tg} \theta \right)^2} + 1 \right) d\varphi dr. \quad (5)$$

Здесь для краткости записи введены функции

$$u_x(r, \varphi) = \begin{cases} u_0 - R_0 + r \sin \varphi, & u_0 \geq R_0 - r \sin \varphi, \\ 0, & u_0 < R_0 - r \sin \varphi, \end{cases}$$

$$\sigma_f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ Ex, & x > 0. \end{cases}$$

Соотношения (1)–(5) полностью характеризуют механическое поведение нити в трикотаже при линейно-упругом деформировании материала моноволокон. Исходными параметрами для описания нити являются число моноволокон N , диаметр моноволокна d , угол крутки θ , продольный модуль упругости материала моноволокна E , предел прочности материала моноволокна при продольном растяжении σ_{cr} .

3. Мезомеханическое описание деформирования кулирного трикотажа

Структурный элемент для описания деформирования кулирного трикотажа представлен на рис. 3. Геометрические параметры данного элемента определяются стандартными характеристиками трикотажа.

Основными техническими характеристиками трикотажа являются число петель на 10 см длины в направлении колонки петель n_k , число петель на 10 см в направлении ряда петель n_p , поверхностная плотность трикотажа ρ_s (г/м²) [3]. Используя эти характеристики, можно определить размеры структурного элемента в недеформированном состоянии y_{01} , y_{02} и общую длину L нитей в элементе:

$$y_{01} = \frac{1}{10n_p}, \quad y_{02} = \frac{1}{20n_k}, \quad L = \frac{5\rho_s}{n_p n_k \rho_1}. \quad (6)$$

Здесь ρ_1 — линейная плотность нити (текс, 1 текс = 10^{-6} кг/м).

Деформированное состояние представительного фрагмента трикотажа (см. рис. 1) задается значениями кратностей растяжения λ_1 и λ_2 вдоль осей 1 (ряд петель) и 2 (колонка петель) соответственно. При расчете используем допущение об однородности деформированного состояния, т.е. состояние каждого структурного элемента характеризуется макроскопическими кратностями λ_1 и λ_2 . Тогда размеры элемента в деформированном состоянии определяются значениями кратностей растяжения $y_1 = \lambda_1 y_{01}$, $y_2 = \lambda_2 y_{02}$. Будем рассматривать только такие условия деформирования трикотажа, при которых коэффициент растяжения $k = (\lambda_1 - 1)/(\lambda_2 - 1)$ не изменяется в процессе деформирования. Тогда независимой переменной является кратность растяжения λ_2 , а вторая связана с ней соотношением $\lambda_1 = 1 + k(\lambda_2 - 1)$. В случае $\lambda_2 = 0$ независимой кратностью является λ_1 .

Нагружение элемента будем задавать силами F_1 и F_2 , направленными вдоль соответствующих осей

(рис. 3). Они определяются силами, действующими на участках нитей, и зависят от кратностей λ_1 , λ_2 . Для анализа напряженного состояния рассматриваемого фрагмента введем удельные нагрузки $F_{1уд} = F_1/y_2$, $F_{2уд} = F_2/y_1$. Таким образом, задача описания напряженно-деформированного состояния представительного фрагмента трикотажа сводится к определению сил F_1 и F_2 , действующих на структурный элемент, при заданных кратностях растяжения элемента λ_1 , λ_2 .

При деформировании трикотажа процессы выпрямления и растяжения нитей происходят совместно. Однако для описания механического поведения исследуемых материалов удобно выделить два этапа деформирования. На первом этапе (изгиба) осуществляется выпрямление криволинейных участков нитей без изменения длины. При достижении кратностями растяжения предельных значений λ_{1k} , λ_{2k} происходит полное выпрямление отрезка DE (рис. 3, б) и завершается этап изгиба. При дальнейшем увеличении кратностей λ_1 , λ_2 деформирование структурного элемента приводит к удлинению нитей в элементе и перемещению отрезков нити как целого. Этот этап в дальнейшем будем называть этапом растяжения.

Методика описания деформирования структурного элемента, выделяемого в уточно-вязаном материале (рис. 3), подробно описана в работе [6]. В соответствии с ней условие перехода от этапа изгиба к этапу удлинения задается уравнением

$$L = \sqrt{\left(\lambda_{1k} y_{01} - \frac{\pi D_c}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\pi D_c}{2\sqrt{2}}\right)^2} + \lambda_{2k} y_{02} + \frac{3\pi D_c}{2\sqrt{2}}. \quad (7)$$

Здесь $D_c = d\sqrt{N/0.92}$ — диаметр нити при максимально плотной упаковке моноволокон.

На этапе изгиба осуществляется выпрямление дуги CEH . В пределах структурного элемента находится по-

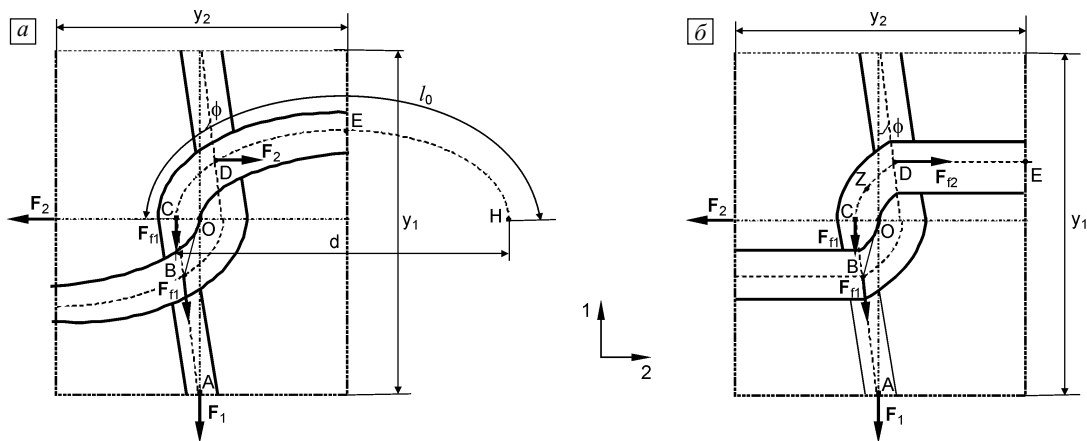


Рис. 3. Структурный элемент для описания изгиба (а) и удлинения (б) кулирного трикотажа

ловина этой дуги. В силу неизменности общей длины нити в структурном элементе на этапе изгиба длина l_0 дуги CEH уменьшается с увеличением кратности удлинения λ_1 :

$$l_0(\lambda_1) = \lambda_{2k}^0 y_{02} + D_c - (\lambda_1 - 1)y_{01}.$$

Здесь λ_{2k}^0 — критическая кратность, соответствующая режиму деформирования трикотажа, при котором $\lambda_1 = 1$. Значение кратности λ_{2k}^0 определяется из уравнения (7) при $k = 0$ ($\lambda_{1k} = 1, \lambda_{2k} = \lambda_{2k}^0$). Длина d хорды, соответствующей дуге CEH , также уменьшается с увеличением λ_1 :

$$d(\lambda_1) = \frac{1}{K_0} \sin[K_0 l_0(\lambda_1)].$$

Здесь K_0 — величина, характеризующая начальную кривизну дуги и определяемая из уравнения

$$(y_{02} + D_0)K_0 = \sin[(y_{02}\lambda_{2k}^0 + D_c)K_0].$$

Величины l_0 и d определяют аргумент функции $f_u(x_u)$ (4), которая описывает процесс выпрямления дуги. Силы F_1, F_2 , действующие на структурный элемент, определяются следующим образом:

$$F_2 = \frac{B}{l_0^2(\lambda_1)} f_u \left(\frac{\lambda_2 y_{02} + D - d(\lambda_1)}{l_0(\lambda_1) - d(\lambda_1)} \right),$$

$$F_1 = F_2 \exp \left(\pm f \frac{\pi}{2} \right) \cos \phi. \quad (8)$$

Здесь $\phi = \arctg(\pi D / (2\sqrt{2}\lambda_1 y_{01} - \pi D))$ — угол, который составляет прямолинейный участок AB с осью l (рис. 3); D — текущий диаметр нити; f — коэффициент трения скольжения между контактирующими нитями. Знак при коэффициенте трения положителен при $\lambda_1 > \lambda_2$ и отрицателен при $\lambda_2 > \lambda_1$. Текущий диаметр D в (8) определяется из уравнения

$$\frac{F_c(D_0 - D)l_0^2(\lambda_1)}{B\sqrt{1 + \exp(\pm f\pi)}} =$$

$$= \cos \left[\frac{\pi}{4} - \arctg \left(\exp \left(\pm f \frac{\pi}{2} \right) \right) \right] \times$$

$$\times f_u \left(\frac{\lambda_2 y_{02} + D - d(\lambda_1)}{l_0(\lambda_1) - d(\lambda_1)} \right). \quad (9)$$

Взаимосвязь между силами F_1 и F_2 (второе уравнение в системе (8)) получена из условия равновесия участка CD нити.

На этапе растяжения (рис. 3, б) текущий эффективный диаметр нити определяется в результате решения системы уравнений

$$L = \frac{1}{\lambda_{f1}} \left[\sqrt{\left(\lambda_1 y_{01} - \frac{\pi D}{2\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{\pi D}{2\sqrt{2}} \right)^2} + \frac{\pi D}{\sqrt{2}} \right] +$$

$$+ \frac{1}{\lambda_{f2}} \left[\lambda_2 y_{02} + \frac{\pi D}{2\sqrt{2}} \right], \quad (10)$$

$$F_f(\lambda_{f1}) = F_f(\lambda_{f2}) \exp \left(\pm f \frac{\pi}{2} \right),$$

$$\frac{F_c(D_0 - D)}{F_f(\lambda_{f2})\sqrt{1 + \exp(\pm f\pi)}} =$$

$$= \cos \left[\frac{\pi}{4} - \arctg \left(\exp \left(\pm f \frac{\pi}{2} \right) \right) \right].$$

Здесь λ_{f1} и λ_{f2} — кратности удлинения отрезков AZ и ZE соответственно (точка Z на рис. 3, б делит дугу CD пополам); функция $F_f(\lambda_f)$ задается уравнением (1). Определив величины $\lambda_{f1}, \lambda_{f2}$ и диаметр D из системы (10), можно вычислить силы F_1 и F_2 :

$$F_1 = F_f(\lambda_{f1}) \cos \phi, \quad F_2 = F_f(\lambda_{f2}). \quad (11)$$

Таким образом, используя формулы (8) и (9), определим функции $F_1(\lambda_1, \lambda_2)$ и $F_2(\lambda_1, \lambda_2)$ на этапе изгиба, а используя формулы (10), (11), — на этапе растяжения. При деформировании трикотажа стадии изгиба и растяжения не разделены и осуществляются одновременно. Следовательно, при описании реального процесса растяжения полученные зависимости сил от кратностей надо усреднить так, чтобы итоговая податливость трикотажа являлась суммой податливостей, соответствующих выделенным этапам деформирования. Тогда для кратностей растяжения трикотажа λ_i ($i = 1, 2$), обусловленных процессами изгиба и растяжения нитей, можно записать:

$$\lambda_i = \lambda_i^u + \lambda_i^p - \lambda_{ik}. \quad (12)$$

Здесь λ_i^u, λ_i^p — кратности растяжения трикотажа, соответствующие стадиям изгиба и растяжения соответственно. Силы F_1, F_2 вызывают как изгиб нитей, так и их удлинение. Следовательно,

$$F_i(\lambda_1, \lambda_2) = F_i^u(\lambda_1^u, \lambda_2^u) = F_i^p(\lambda_1^p, \lambda_2^p). \quad (13)$$

Здесь F_i^u, F_i^p — силы, определенные для этапа изгиба и растяжения соответственно. Зная функции

$$F_i^u(\lambda_1, \lambda_2), F_i^p(\lambda_1, \lambda_2),$$

решим систему уравнений (12), (13) и определим кратности λ_i^u, λ_i^p , соответствующие отдельным этапам деформирования. Используя (13), определим силы F_i .

Описанная методика определения сил F_i при заданных кратностях растяжения λ_i сходна с описанной в работе [6]. Однако в рамках изложенной математической модели (7)–(13) деформирование нитей описывается аналитическими зависимостями (1), (5) и выражением (3) для изгибной жесткости, в то время как методика работы [6] подразумевает описание деформирования нити экспериментальными диаграммами $F_f(\lambda_f), M(\gamma), F_c(u_0)$.

Разработанная методика достаточно трудоемка и подразумевает решение нескольких систем нелинейных уравнений. Полученные зависимости удельной нагрузки от кратностей растяжения удобно аппроксимировать степенными функциями

$$F_{1уд} = C_{11}\varepsilon_1^{n_{11}} + C_{12}\varepsilon_2^{n_{12}},$$

$$F_{2уд} = C_{21}\varepsilon_1^{n_{21}} + C_{22}\varepsilon_2^{n_{22}}. \quad (14)$$

Здесь $\varepsilon_i = \lambda_i - 1$ — относительное удлинение вдоль оси i . Коэффициенты C_{ij} , n_{ij} определяются путем сопоставления результатов использования расчетной методики (7)–(13) с результатами использования аппроксимации (14). Использование уравнений (14) позволяет существенно упростить анализ напряженно-деформированного состояния исследуемого материала при различных режимах нагружения.

В рамках изложенной методики при заданных кратностях λ_i определяются не только удельные нагрузки $F_{iуд}$, но и кратности удлинения отдельных участков нити λ_{fi} (система (10)). Сопоставив значения величин λ_{fi} с критическим значением λ_{cr} , определяемым равенством (2), можно найти кратности растяжения λ_i , при которых начинается разрушение материала. Разрыв отдельных моноволокон происходит не только при растяжении нити. Однако при изгибе и контактном взаимодействии нитей не разрушается центральное моноволокно и не происходит разрыва нити. Следовательно, процессы изгиба и контактного взаимодействия нитей не определяют прочность трикотажа. Таким образом, в качестве критерия разрушения трикотажа можно брать

$$\lambda_{f1} = \lambda_{cr}, \quad \lambda_{f2} = \lambda_{cr}. \quad (15)$$

Изложенная методика справедлива только для таких режимов нагружения, при которых $\varepsilon_1 \geq 0$ и $\varepsilon_2 \geq 0$. Если одна из деформаций ε_i отрицательна, соответствующая ей удельная нагрузка $F_{iуд}$ равна нулю. При этом соотношение между силами F_1 и F_2 , использованное в уравнениях (8)–(10), не выполняется, а условие равновесия участка CD имеет более сложный вид. Анализ режимов нагружения, при которых одна из удельных нагрузок равна нулю, может послужить предметом дальнейшего развития мезомеханической модели трикотажа.

4. Пример использования методики

Используем разработанную методику для прогнозирования деформационно-прочностных характеристик медицинского кулирного трикотажа, полученного в Витебском технологическом университете. Рассматриваемые образцы образованы полиэфирными нитями при отсутствии крутки ($\theta = 0$). Диаметр моноволокон нитей составлял $d = 50$ мкм, а коэффициент укладки $\varphi = 0.875$. Остальные параметры нитей и образцов трикотажа приведены в табл. 1.

Для идентификации модуля упругости E и предела прочности σ_{cr} материала моноволокон были проведены испытания нитей на разрыв. Растяжение образцов выполнялось на машине Instron 5567 в Институте ме-

Таблица 1

№ образца	Нить		Трикотаж		
	N	ρ_1 , текс	n_k	n_p	ρ_s , г/м ²
1	78	38	95	75	161.9
2	48	25	98	72	108.5
3	30	12	125	95	80.4

ханики металлополимерных систем им. В.А. Белого со скоростью 200 мм/мин. Длина рабочей части образцов составляла 200 мм. Для каждого типа нитей было проведено 5 испытаний. На рис. 4 приведены характерные экспериментальные зависимости продольной силы от кратности удлинения.

Экспериментальную диаграмму $F_f(\lambda_f)$ для исследуемых нитей в диапазоне кратности удлинения $1 < \lambda_f < \lambda_{cr}$ можно аппроксимировать прямой. По углу наклона этой прямой определяется модуль упругости материала моноволокон:

$$E = \frac{4f\Delta F_f}{\pi d^2 N \Delta \lambda_f}.$$

Здесь $\Delta \lambda_f$ — приращение кратности удлинения нити; ΔF_f — приращение продольной силы, соответствующее заданному $\Delta \lambda_f$. В результате усреднения значений модуля E , полученных для всех 15 испытаний, было установлено, что $E = 315 \pm 33$ МПа. Измеренное по экспериментальной диаграмме растяжения значение критической кратности λ_{cr} , при котором происходит разрыв нити, позволяет определить предел прочности σ_{cr} материала моноволокон:

$$\sigma_{cr} = E(\lambda_{cr} - 1).$$

Для критической кратности получено $\lambda_{cr} = 1.211 \pm \pm 0.023$. Тогда, для предела прочности $\sigma_{cr} = 66 \pm \pm 7.2$ МПа.

Экспериментальное определение коэффициента трения между нитями представляется достаточно трудоемким. В дальнейшем использовали характерное для

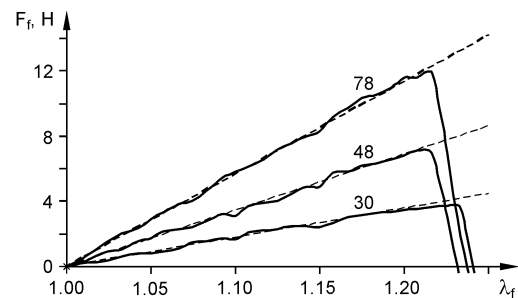


Рис. 4. Диаграмма растяжения полиэфирных нитей. Цифры у кривых соответствуют числу моноволокон в нити

полиэфирных нитей значение $f = 0.285$, приведенное в работе [9].

Таким образом, определяются все параметры в выражениях (7)–(15). При использовании модели для исследуемых образцов трикотажа найдены коэффициенты в уравнении (14), значения которых приведены в табл. 2. Можно отметить, что для каждого образца выполняется условие: $n_{11} = n_{21} = n_{12} = n_{22} = n$. Для коэффициентов C_{ij} не выполняется условие симметрии ($C_{12} \neq C_{21}$). Погрешность при использовании аппроксимации (14) для изучаемых образцов трикотажа в диапазоне относительных удлинений $\varepsilon_i < 0.3$ не превышает 3 % от точного решения уравнений (7)–(13). Таким образом, максимальная погрешность изложенной расчетной методики при описании упругого деформирования рассматриваемого трикотажа составляет $\varepsilon_{el} = 13.5\%$. Величина ε_{el} учитывает статистическую погрешность при определении модуля упругости материала моноволокон ($\varepsilon_E = 10.5\%$) и погрешность, обусловленную аппроксимацией (14) ($\varepsilon_{appr} = 3\%$). Так как при вычислении кратностей удлинения участков нитей аппроксимация (14) не используется, то максимальная погрешность прогнозирования прочностных параметров трикотажа совпадает со статистической погрешностью определения критического относительного удлинения нити ($\lambda_{cr} - 1$) и составляет $\varepsilon_{pr} = 10.9\%$.

При испытаниях образца трикотажа на разрыв реализуется одноосное напряженное состояние. В этом случае одна из удельных нагрузок $F_{iуд}$ равна нулю. Как отмечено выше, разработанная методика не предназначена для описания такого режима нагружения. В связи с этим, для апробации разработанной расчетной методики будем рассматривать испытание образца трикотажа методом «продавливания шариком» [4]. В этом случае образец трикотажа крепится в кольцевой зажим диаметром 25 мм и в его центр внедряется сферический индентор диаметром 20 мм. В соответствии с ГОСТ 8847-85 по результатам испытания методом «продавливания шариком» определяются разрывная нагрузка P_r и относительное разрывное удлинение ε_r . Величина P_r совпадает с силой, действующей на индентор в момент разрыва образца. Относительное разрывное удлинение определяется по прогибу образца в момент разрыва u_r .

Метод «продавливания шариком» по ГОСТ 8847-85 был реализован на испытательной машине РТ-250 в Витебском государственном технологическом уни-

верситете. Для каждого образца проведено по 4 испытания. Скорость индентирования выбиралась равной 100 мм/мин. Измеренные в ходе испытаний значения прогиба при разрыве u_r и соответствующей силы P_r представлены в табл. 3.

Для получения расчетных оценок прочностных параметров P_r и u_r можно пренебречь изгибной жесткостью трикотажа по сравнению с жесткостью на растяжение. Тогда индентирование приводит к возникновению только радиальной компоненты деформации образца ε_{pp} . Зависимость этой деформации от прогиба описывается функцией

$$\varepsilon_{pp} = 10^3 u(-0.01 + 7.75u - 151.8u^2 + 829.6u^3). \quad (16)$$

Функция (16) является аппроксимацией табличных значений, приведенных в используемом стандарте испытаний. При радиальной деформации ε_{pp} относительные удлинения ε_i определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \lambda_1 - 1 = \varepsilon_{pp} \cos^2 \beta, \\ \varepsilon_2 &= \lambda_2 - 1 = \varepsilon_{pp} \sin^2 \beta. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь β — одна из полярных координат (ρ, β). Таким образом, эмпирическое соотношение (16) и выражение (17) позволяют установить зависимость относительных удлинений ε_i от прогиба u и угла β . Используя затем разработанную методику расчета удельных нагрузок $F_{iуд}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ (14) и вычисленные на основе данной методики константы C_{ij} (табл. 2), определим теоретическую зависимость нагрузок $F_{iуд}$ от u и β . Зная $F_{iуд}(u, \beta)$, можно вычислить силу P , действующую на индентор со стороны образца, по формуле

$$P = r \int_0^{2\pi} \frac{u}{\sqrt{r^2 + u^2}} (F_{1уд} \cos^2 \beta + F_{2уд} \sin^2 \beta) d\beta. \quad (18)$$

При расчете прочностных параметров трикотажа необходимо определить кратности удлинения участков нитей λ_{f1} и λ_{f2} . Величины λ_{f1} и λ_{f2} определяются из системы уравнений (10) как функции кратностей удлинения трикотажа на этапе растяжения λ_1^p, λ_2^p . Кратности λ_1^p, λ_2^p связаны с эффективными кратностями удлинения λ_1 и λ_2 . Для установления этой связи необходимо решить систему уравнений (12), (13). С использованием программного продукта MathCad 2001 установили зависимости кратностей λ_{f1} и λ_{f2} от λ_1 и λ_2 . Для рассматриваемого процесса «продавливания шариком» кратности λ_1 и λ_2 , в соответствии с выражениями

Таблица 2
Механические характеристики трикотажа

№ образца	C_{11} , Н/см	C_{12} , Н/см	C_{21} , Н/см	C_{22} , Н/см	n
1	340.0	26.4	61.5	25.1	2.39
2	265.1	24.1	44.4	20.4	2.34
3	235.3	22.1	40.7	19.3	2.26

Таблица 3
Сопоставление расчетных и экспериментальных значений

№ образца	u_r , мм		P_r , Н	
	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет
1	24.3 ± 3.2	24.2 ± 2.6	600 ± 5.61	606 ± 139
2	24.25 ± 2.95	23.9 ± 2.6	438.75 ± 24.14	418 ± 96
3	31.75 ± 7.31	32.9 ± 3.6	236.25 ± 32.25	254 ± 58

(16) и (17), связаны с прогибом u и углом β . Таким образом, система уравнений (10), (12), (13) и выражения (16), (17) позволяют установить расчетные зависимости λ_{fi} от u и β . Данные зависимости не могут быть представлены в аналитической форме, так как решение системы нелинейных уравнений (10) с учетом (12) и (13) может быть получено только численно. Анализ полученных для рассматриваемых образцов функций $\lambda_{fi}(u, \beta)$ свидетельствует о том, что при любом угле β выполняется условие $\lambda_{f1} > \lambda_{f2}$. При заданном прогибе u максимум кратности λ_{f1} соответствует углу $\beta = 0$ (или π). Тогда принятый критерий прочности (15) для образца трикотажа, испытываемого по ГОСТ 8847-85, примет вид:

$$\lambda_{f1}(u_r)|_{\beta=0} = \lambda_{cr}. \quad (19)$$

Здесь u_r — прогиб, при котором начинается процесс разрушения образца. Расчетные значения прогиба u_r , полученные из уравнения (19), и соответствующие ему значения критической силы P_r , вычисленные по формуле (18), представлены в табл. 3. Относительная погрешность расчетных значений критического прогиба обусловлена погрешностью определения критической кратности λ_{cr} и составляет $\epsilon_{пр} = 10.9\%$. Относительная погрешность определения расчетного значения критической силы включает погрешности $\epsilon_{пр}$ и ϵ_{el} ($\epsilon_p = 24.4\%$). Можно отметить (табл. 3), что диапазоны варьирования экспериментальных и расчетных значений u_r и P_r перекрываются.

Таким образом, сопоставление расчетных и экспериментальных зависимостей подтверждает правомерность использования разработанного метода расчета для описания деформационно-прочностных свойств трикотажа на основе испытаний по ГОСТ 8847-85.

5. Заключение

В результате использования разработанной математической модели установлено, что для адекватного описания механического поведения нитей в трикотаже достаточно знать число и диаметр моноволокон, модуль упругости и предел прочности материала моноволокон, коэффициент укладки волокон, угол крутки и линейную плотность нити. Применение этих характеристик нити в рамках мезомеханической модели позволяет достаточно точно прогнозировать деформационно-прочностные характеристики кулирного трикотажа для оптимального использования в медицинских приложениях.

Литература

1. Гензер М.С. Трикотаж для хирургии. — М.: Легкая и пищевая промышленность, 1981. — 144 с.
2. Гензер М.С. Лечебный трикотаж. — М.: Легкая индустрия, 1975. — 144 с.
3. Кирюхин С.М., Соловьев А.Н. Контроль и управление качеством текстильных материалов. — М.: Легкая индустрия, 1977. — 312 с.
4. ГОСТ 8847-85. Полотна трикотажные. Методы определения разрывных характеристик и растяжимости при нагрузках меньше разрывных.
5. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов / Под ред. В.Е. Панина. — Новосибирск: Наука, 1995. — Т. 1. — 298 с., Т. 2. — 320 с.
6. Тканые конструкционные композиты / Под ред. Т.-В. Чу, Ф. Ко. — М.: Мир, 1991. — 432 с.
7. Черноус Д.А., Шилько С.В. Анализ вязкоупругого деформирования крученых нитей // Пластические массы. — 2007. — № 11. — С. 37–40.
8. Попов Е.П. Теория и расчет гибких упругих стержней. — М.: Наука, 1986. — 296 с.
9. Yanagawa Y., Kawabata S., Kawai H. Experimental study on the tensile properties of two bar warp-knit fabrics // J. Textile Mach. Soc. of Japan (Eng. Ed.). — 1973. — V. 19. — No. 1. — P. 7–14.

Поступила в редакцию 19.12.2007 г.,
после переработки 29.05.2008 г.

Сведения об авторах

Черноус Дмитрий Анатольевич, к.т.н., старший научный сотрудник Института механики металлополимерных систем им. В.А. Белого НАНБ

Шилько Сергей Викторович, к.т.н., зав. отделом Института механики металлополимерных систем им. В.А. Белого НАНБ, shilko_mpr@mail.ru

Чарковский Александр Владимирович, к.т.н., зав. кафедрой Витебского государственного технологического университета, vstu@vstu.vitebsk.by