

где  $\chi = \frac{\sqrt{k^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}}{\rho}$  - постоянная величина.

Вычисляя

$$\int_B^C \chi ds = \chi \int_B^C R d\varphi = \chi R (\varphi_C - \varphi_B)$$

и учитывая, что  $\rho=R$  и запишем условие равновесия нити на круговом конусе:

$$T_B \geq T_C \cdot e^{-\sqrt{k^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} (\varphi_C - \varphi_B)} \quad (4)$$

В работе составлена система уравнений равновесия и получено уравнение, описывающее изменение силы натяжения гибкой нити, лежащей на поверхности конической формы, в зависимости от дуговой координаты при действии на нее произвольной внешней нагрузки и поля сил трения. Получено аналитическое решение этого уравнения для случая взаимодействия невесомой гибкой нити с шероховатой конической круговой поверхностью при действии на нее внешней нагрузки.

Список использованных источников

1. Меркин, Д. Р. Введение в механику гибкой нити. – М. : Наука, 1980. – 240 с.
2. Ключкова, Г. М. Методическая разработка. Применение теории гибкой нити к решению инженерных задач. – М. : РИО МГТУ им. А.Н. Косыгина, 1993. – 75 с.

УДК 677.022:519.876.5

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ХАОТИЧЕСКОГО СМЕШИВАНИЯ

**Севостьянов П.А., д.т.н., проф., Самойлова Т.А., к.т.н., доц.**

*Российский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина,  
г. Москва, Российская Федерация*

Реферат. В статье рассмотрен процесс хаотического перемешивания компонентов в смесовой машине. Авторами была построена компьютерная имитационная модель данного процесса и проведены эксперименты с ней, что позволило оценить чувствительность результатов моделирования к распределению участвующих в модели случайных величин.

Ключевые слова: смешивание, моделирование, компьютерная модель, закон распределения.

Рассматривается хаотическое перемешивание компонентов в смесовой машине или другом технологическом оборудовании, для которого схема преобразования волокнистых потоков близка к изображенной на рисунке 1.

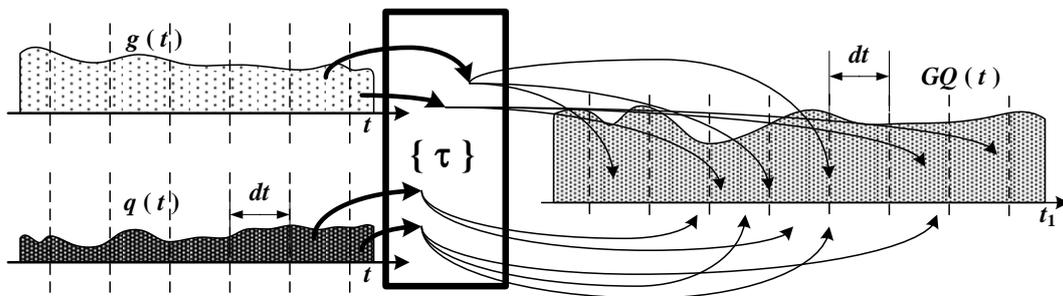


Рисунок 1 – Схема преобразования порций потока компонентов в поток смеси

На вход машины поступает одновременно несколько волокнистых потоков различных компонентов [1, 2, 3]. Далее для простоты ограничимся двумя компонентами. Потоки поступают непрерывно. Выходящий из машины поток также непрерывен во времени. Для моделирования системы на компьютере и оценки эффективности смешивания введем шаг  $dt$  по времени  $t$  и примем его за единицу:  $dt = 1$ . Мысленно разделим потоки на порции по дискретам времени. Отследим движения этих порций.

Порция компонента поступает в рабочий объем машины (камеру) в момент  $t$ . Под действием рабочих органов машины порция расщепляется на несколько частей. Количество частей  $n$  и массы  $g$  каждой части случайны. Каждая часть каждой порции каждого компонента находится в камере в течение некоторого случайного по величине интервала времени  $\tau$ . Затем она выходит из камеры и в момент  $t_1 = t + \tau$  включается в массу порции выходящего смешанного потока.

Это формализованное описание процесса позволяет построить алгоритм его статистического имитационного моделирования, реализованный в виде скрипта в MATLAB [4, 5, 6].

В модели масса порции волокнистого потока распределена по закону Эрланга с заданными средними и параметрами  $k$ . Для первого компонента это  $gsr$  и  $k_1$ , для второго компонента  $qsr$  и  $k_2$ .

Количество частей, на которые разделяется каждая порция 1-го компонента  $m$  и второго компонента  $n$ . Эти случайные числа  $m$  и  $n$  считаем распределенными по закону Пуассона с параметрами  $msr$  и  $nsr$ .

Масса каждой порции первого компонента разделяется на  $m$  частей случайным образом. Доли деления распределены равномерно от 0 до 1 и затем нормированы так, чтобы суммарная масса частей была равна массе разделившейся порции. Аналогично разделяются на части порции второго компонента.

Интервалы времени  $\tau$  пребывания части порции каждого компонента в камере распределены по экспоненциальному закону со средними  $\tau_{Sr1}$  и  $\tau_{Sr2}$ . Выбор указанных выше законов распределения оправдан их применением в качестве моделей распределения случайных величин во многих классических общих схемах и моделях теории вероятностей, которые аналогичны конкретным частным случаям рассматриваемой задачи.

Для включения каждой части порций компонентов в выходящий поток вычисляется момент времени выхода этой части из машины  $t_1 = t + \tau$  и производится добавление этой части в составляющую выходящего потока  $G$  или  $Q$  соответственно первого или второго компонента. Затем рассчитываются показатели равномерности по линейной плотности суммарного потока  $GQ = G + Q$  и доли в нем первого компонента  $P = G / GQ$ .

При обработке массива  $P$  исключены, если они есть, моменты времени с нулевыми значениями  $GQ$ , для которых значения  $P$  не определены. Продолжительность моделируемых потоков на входе задается величиной  $T$ . Продолжительность выходящего потока заранее не известна и уточняется в ходе моделирования величиной  $t_{max}$ .

Обычно компьютерные эксперименты такого рода полезны для решения вопроса о чувствительности результатов моделирования к распределению участвующих в модели случайных величин. Интересно отметить, что во многих случаях из таких экспериментов вытекает следующий результат: форма закона распределения весьма слабо отражается на результатах или вовсе не имеет значения [7, 8]. При этом сама случайная природа этих величин играет существенную роль. Замена случайных величин их усредненными значениями существенно меняет представления и оценки процессов, не говоря о том, что для многих эффектов, например, случайных вариаций показателей, такая замена просто исключает возможность получения решения.

Приведем некоторые результаты моделирования. При практически одинаковых средних, близких к заданному соотношению долей  $0,75 \times 0,25$ , коэффициент вариации доли компонентов уменьшился с 13 % до 9,6 %. Модель позволяет установить, как различные параметры отражаются на эффективности смешивания.

Например, установлено, что увеличение продолжительности пребывания порций в камере смешивания практически не отражается на показателях перемешивания, тогда как число частей, на которые делятся порции, напрямую отражается на гистограммах распределения доли компонента.

На рисунке 2 показаны гистограммы доли  $P(t)$  компонента в выходящем потоке для вариантов: 1)  $msr = 5$ ;  $nsr = 5$ ; 2)  $msr = 5$ ;  $nsr = 25$ .

Сравнение гистограмм подтверждает сделанный вывод. Число делений порций

компонентов на более мелкие части с последующим распределением их по длине потока на выходе играет существенную роль в перемешивании компонентов. Заметим, что из-за асимметрии распределений использование таких статистических показателей как взвешенное среднее и коэффициент вариации может привести к ложным выводам.

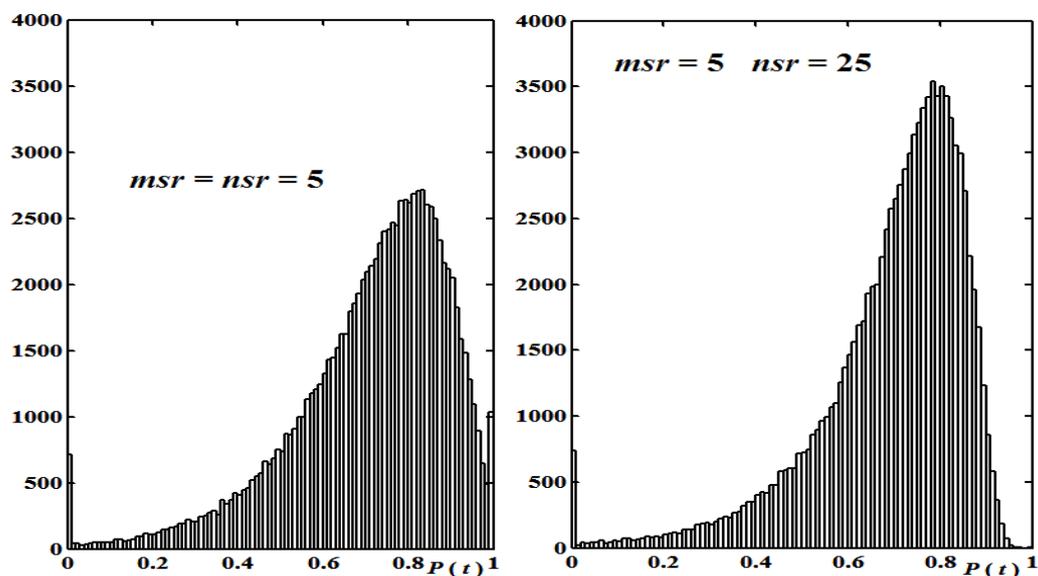


Рисунок 2 – Распределения доли 1-го компонента на выходе при разных соотношениях числа делений (измельчения) порций компонентов

#### Список использованных источников

1. Севостьянов, П. А. Компьютерное моделирование длины и тонины волокон шерсти в топсе и ленте на основе данных натуральных экспериментов / П. А. Севостьянов, К. В. Ордов, Е. И. Битус, Т. А. Самойлова, В. В. Монахов // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. С 2015 – №6, С. 185–189.
2. Громов, С. С., Севостьянов, П. А. Анализ динамики долевого состава двухкомпонентного волокнистого материала в процессе кардочесания // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 6 (321). – 2009. – 109–112.
3. Добринская, Т. А., Севостьянов, П. А. Сравнение эффективности смешивания смешивающими и дозирующими устройствами // Изв. вузов: Технология текстильной промышленности. – 2000. – № 3. – С.39–43.
4. Севостьянов, П. А. Рассортировка клочков волокнистого материала и ее влияние на эффективность смешивания в смесовых машинах. // Изв. вузов: Технология текстильной промышленности – 1985. – № 1.
5. Севостьянов, П. А. Исследование работы смесовой машины типа МСП-8Ш методом статистической имитации // Изв. вузов: Технология текстильной промышленности, 1983. – № 6. – С. 40–43.
6. Севостьянов, П. А. Исследование сложения волокнистых потоков методом статистического моделирования. Изв. ВУЗов: Технология текстильной промышленности. – 1979. – № 5. – С. 40–44.
7. Севостьянов, П. А., Самойлова, Т. А. Статистическая динамика смешивания волокнистой массы при кардочесании // Современные технологии хранения, обработки и анализа больших данных: сборник научных трудов кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления. – М.: РГУ им. А.Н. Косыгина, 2020. – 121 с. – С. 89-93.
8. Разумеев, К. Э., Севостьянов, П. А., Самойлова, Т. А., Байчоров, Т. М. Повышение эффективности выравнивания и смешивания на кардочесальных машинах с использованием вероятностных факторов // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. – 2019. – № 4 (382). – С. 80–83.