

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОМ, ТЕМПЕРАТУРНОМ И РАДИАЦИОННОМ НАГРУЖЕНИИ

Веремейчик А.И., Сазонов М.И., Хвисевич В.М.

Брестский государственный технический университет, г. Брест, Беларусь

E-mail: vai_mrtm@bstu.by

В данной работе рассматривается решение задачи по исследованию напряженно-деформированного состояния (НДС) при различных видах нагружения. В качестве модели рассматривается бесконечно длинный однородный цилиндр, который подвергается совместному воздействию радиационной, температурной нагрузки и внешнего давления. Конструктивно такой модели удовлетворяет тепловыделяющий элемент (ТВЭЛ) ядерного реактора. От надежной работы ТВЭЛов зависит работоспособность всего реактора, поэтому упругая задача с терморadiационным воздействием приобретает особое значение. Расчетная схема приведена на рисунке 1.

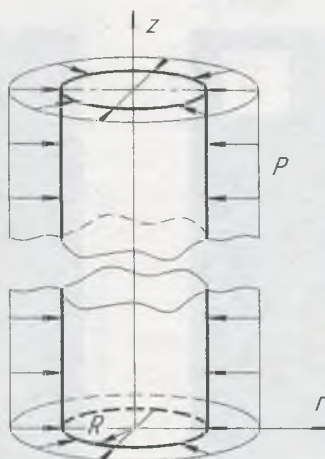


Рисунок 1 – Расчетная схема цилиндра

В связи со спецификой заданных нагрузок и с учетом физической и геометрической симметрии НДС цилиндра можно оценить, реализовав осесимметричную задачу теории упругости. Дифференциальное уравнение равновесия имеет вид:

$$\sigma_r - \sigma_\theta + r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0, \quad (1)$$

где σ_r , σ_θ - радиальное и касательное напряжение.

Граничные условия задачи: $u_r = 0$ при $r = 0$, $\sigma_r = -P$ при $r = R$, где P - внешнее давление, R - наружный радиус цилиндра.

Эмпирическая функция радиационного распухания, согласно [1], имеет вид:

$$S(T(r), t) = 4,9 \cdot 10^{-51} \cdot (\Phi \cdot t)^{1,71} \cdot 10^{\frac{15490}{T} - \frac{5,98 \cdot 10^6}{T^2}}, \quad (2)$$

где t - время, Φ - нейтронный поток, T - зависимость температуры от координаты:

$$T = T_s + \frac{q_v}{4\lambda} (R^2 - r^2), \quad (3)$$

T_s - температура на наружной поверхности, q_v - объемное тепловыделение, λ - коэффициент теплопроводности материала.

Уравнения обобщенного закона Гука при температурном и радиационном нагружении:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)) + \alpha \cdot T(r) + \frac{S(T(r), t)}{3}, \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)) + \alpha \cdot T(r) + \frac{S(T(r), t)}{3}, \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)) + \alpha \cdot T(r) + \frac{S(T(r), t)}{3},\end{aligned}\quad (4)$$

где α – коэффициент линейного расширения материала.

Геометрические соотношения Коши, связывающие перемещения и деформации:

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr}, \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \varepsilon_z = 0. \quad (5)$$

Выразим компоненты напряжений рассматриваемой задачи через перемещения:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \cdot \left((1-\nu) \cdot \frac{du_r}{dr} + \nu \cdot \frac{u_r}{r} - (1+\nu) \cdot \left(\alpha \cdot T + \frac{S}{3} \right) \right), \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \cdot \left((1-\nu) \cdot \frac{u_r}{r} + \nu \cdot \frac{du_r}{dr} - (1+\nu) \cdot \left(\alpha \cdot T + \frac{S}{3} \right) \right), \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1-2\nu)} \cdot \left(\frac{\nu}{1+\nu} \cdot \left(\frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} \right) - \left(\alpha \cdot T + \frac{S}{3} \right) \right).\end{aligned}\quad (6)$$

Решая совместно уравнения (1, 6), получим дифференциальное уравнение равновесия в перемещениях:

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \left(\alpha \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{1}{3} \frac{dS}{dr} \right), \quad (7)$$

где ν – коэффициент Пуансона.

Решение полученного неоднородного уравнения складывается из суммы общего решения \bar{u}_r , однородного уравнения $\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = 0$ и частного решения u_r^* неоднородного уравнения (7):

$$u_r = \bar{u}_r + u_r^*. \quad (8)$$

Общее решение, удовлетворяющее однородному уравнению, имеет вид:

$$\bar{u}_r = C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r}, \quad (9)$$

Для определения частного решения (6) применен принцип суперпозиции: $u_r^* = u_{r1}^* + u_{r2}^*$, где u_{r1}^*, u_{r2}^* – частные решения ДУ

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{dT}{dr}, \quad (10)$$

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{dS}{dr}. \quad (11)$$

Решение u_{r1}^* с учетом того, что $\frac{dT}{dr} = -2r \cdot \frac{q_v}{4\lambda}$ и

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = -2\alpha \cdot \frac{q_v}{4\lambda} \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot r, \quad (12)$$

определяем в виде: $u_{r1}^* = ar^3 + br^2 + cr + d$, где a, b, c, d – неизвестные постоянные. Окончательно получим:

$$u_{r1}^* = -\frac{1}{16} \cdot \frac{\alpha q_v}{\lambda} \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot r^3. \quad (13)$$

Ввиду сложности правой части подобрать частное решение (11) в аналитическом виде не удалось. Проведем аппроксимацию функции S полиномом 3-й степени $y = A + Br + Cr^2 + Dr^3$. Определение постоянных A, B, C, D ввиду громоздкости математических вычислений проводилось с учетом характеристик для материала ОХ16Н15МЗБ, где принято $\Phi = 2,81 \cdot 10^{19}$ нейтр./ $(\text{см}^2 \cdot \text{ч})$, $\alpha = 16 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$, $\nu = 0,3$, $E = 1,5 \cdot 10^{11}$ Па, $T_s = 700^\circ \text{C}$, $\lambda = 12$ Вт/ (м·град), $q_v = 2,234 \cdot 10^8$ Вт/м 3 , $t = 1000$ ч [1]. Окончательно получена следующая зависимость аппроксимирующей функции от радиуса: $y = 0,002267 + 0,005185r + 75,309r^2 + 7316r^3$.

Дифференциальное уравнение (11) с учетом аппроксимации принимает вид:

$$\frac{d^2 u_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = 0,005185 + 150,618r + 21948r^2. \quad (14)$$

Окончательно получена зависимость $u_r(r)$:

$$u_r = 0,02255126r + 0,00172833r^2 - 20,71654r^3 + 1463,2r^4. \quad (15)$$

Найдены значения компонент напряжения $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ и деформаций $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$ в зависимости от координаты. Исследована их зависимость от времени облучения и свойств материала. Анализ полученных зависимостей показывает, что с течением времени влияние радиационного воздействия на радиальные напряжения значительно возрастает. Кроме того, проведено исследование влияния температуры и радиационного распухания на напряжения в отдельности. Типичная зависимость радиальных напряжений от температуры и радиации в момент времени $t = 1000$ часов при заданных граничных условиях приведена на рисунке 2.

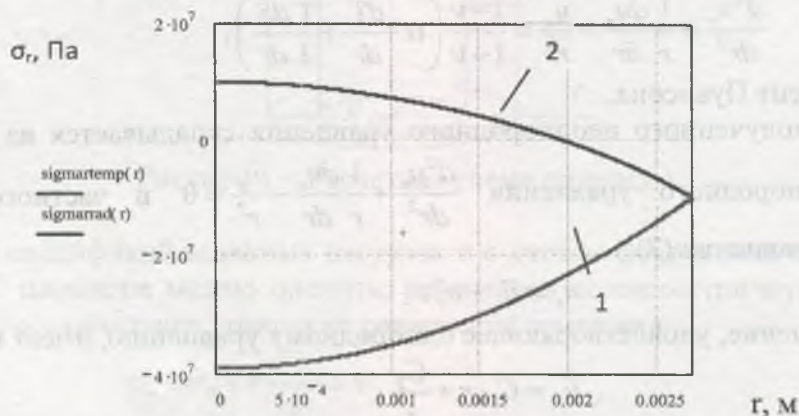


Рисунок 2 – Типичная зависимость радиальных напряжений от температуры (1) и радиации (2)

Полученное НДС твэла позволяет оптимизировать его геометрические и физические параметры.

Список литературы

1. Куликов И.С., Тверковкин Б.Е. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов. – Мн., 1984.
2. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М., 1979.