РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О ВОЗДЕЙСТВИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ В МАССИВАХ ГОРНЫХ ПОРОД С ПОДЗЕМНЫМИ ВЫРАБОТКАМИ

Журавков М.А., Плескачевский Ю.М., Круподеров А.В.
Белорусский государственный университет, kruроderov@tut.by

Введение

Исследования, связанные с изучением последствий воздействия динамических нагрузок различной природы на деформируемые среды приобретают все большую актуальность. Задачи такого типа встречаются во всех разделах и направлениях современной техники. Так, в авиации, машиностроении и строительстве обширный класс составляют задачи, связанные с воздействием нерегулярно-циклических нагрузок (ударные волны, ветровая нагрузка, вибрация) на машины, механизмы, конструкции и сооружения. В строительстве (гражданском, промышленном, гидротехническом, специальных подземных сооружений и др.), горном деле к катастрофическим последствиям может привести воздействие сейсмических, взрывных и циклических нагрузок на области породной толщи с подземными и наземными сооружениями.

Следует отметить тот факт, что количественные и качественные проявления деформационных процессов, являющиеся следствием воздействия динамических нагрузок, могут иметь совершенно различный характер. Так, проблема моделирования и изучения процессов распространения волн разрушения и инициированного ими движения больших объемов породных массивов, приводящего, в свою очередь, к возникновению динамических срывов различной интенсивности, представляет собой одно из наиболее актуальных и важных направлений построения общей теории катастрофических геомеханических явлений [1].

В данной работе приводится решение задач, связанных с изучением воздействия динамических нагрузок на области массивов горных пород с подземными сооружениями. Рассматривается решение модельных задач по определению возмущенного напряженно-деформированного состояния в массиве горных пород с выработанным пространством в случае действия в массиве динамической нагрузки, имеющей импульсный характер. Модели массива строятся на основе использования теории упругости и вязкоупругости.

Решение модельных задач

Задача 1. Рассмотрим задачу о распространении возмущений в упругом бесконечном пространстве со сферической полостью, к граничной поверхности которой приложено нормальное равномерно распределенное давление.

Данная задача является одной из задач о распространении сферических волн. В силу этого, все искомые компоненты НДС зависят только от радиальной координаты [2]. При решении задачи будем использовать следующие безразмерные параметры:

$$r' = \frac{r}{R}, u' = \frac{u}{R}, \tau = \frac{c_1 t}{L}, \sigma' = \frac{\sigma}{\lambda + 2\mu}, \gamma_i = \frac{c_1}{c_i}, \eta = \frac{c_1}{c_2}, \kappa = 1 - 2/\eta^2. \qquad (1)$$

Далее штрихи в обозначениях безразмерных координат опускаем. Математическая постановка задачи выглядит следующим образом:

$$\ddot{u}_r = u_{,rr} + \frac{2}{r} u_{,r} - \frac{2}{r^2} u$$

$$\left(\alpha u + \beta u_{,r}\right)_{r=1} = q(\tau),$$

$$u\,|_{\tau=0} = 0, \quad \dot{u}\,|_{\tau=0} = 0,$$

$$u_r \to 0 \text{ при } r \to \infty,$$

где $\alpha = 2\kappa, \beta = 1$, q – радиальное напряжение на сфере (q=p), r – безразмерный радиус, выражение для κ дается формулой (1).

Решение задачи в общем случае при любых значениях параметров α,β имеет следующий вид [2]

$$u(r,\tau)=G_u(r,\tau)*q(\tau),$$

$$\sigma(r,\tau)=G_\sigma(r,\tau)*q(\tau),$$

$$G_u(r,\tau)=-\frac{1}{r^2}R_u(r,\tau-\gamma(r-1))H(\tau-\gamma(r-1)),$$

$$G_\sigma(r,\tau)=\frac{1}{r^3}R_\sigma(r,\tau-\gamma(r-1))H(\tau-\gamma(r-1)),$$

$$R_u(r,\tau)=2\operatorname{Re}\frac{P_1(rz_1)}{P_2(z_1)}e^{z_1\tau}=2\operatorname{Re}\frac{rz_1+1}{2(z_1+1-\kappa)}e^{z_1\tau}=$$

$$=\exp(-a\tau)(r\cos(b\tau)+\frac{1-ra}{b}\sin(b\tau));$$

$$R_\sigma(r,\tau)=r^2\delta(\tau)+4(1-\kappa)(1-r)\operatorname{Re}\frac{P_\sigma(rz_1)}{P_2(z_1)}e^{z_1\tau}=r^2\delta(\tau)+2(1-\kappa)(1-r)\times$$

$$\times\operatorname{Re}\frac{rz_1+r+1}{(z_1+1-\kappa)}e^{z_1\tau}=r^2\delta(\tau)+\frac{2b(1-r)e^{-a\tau}}{(1+\kappa)}(rb\cos(b\tau)+(1+r\kappa)\sin(b\tau)).$$

Рассмотрим следующую задачу – на сферу воздействует импульсная нагрузка со случайным характером действия отдельных импульсов во времени. То есть формула для действующей нагрузки имеет вид: $p(\tau)=\sum_{k=0}^{N}\delta(\tau-\tau_k)$. На рис.1,а и б приведены графики изменения перемещения u от времени τ в пространстве на расстоянии r=2 от центра сферы в случае воздействия различного количества случайных импульсов:

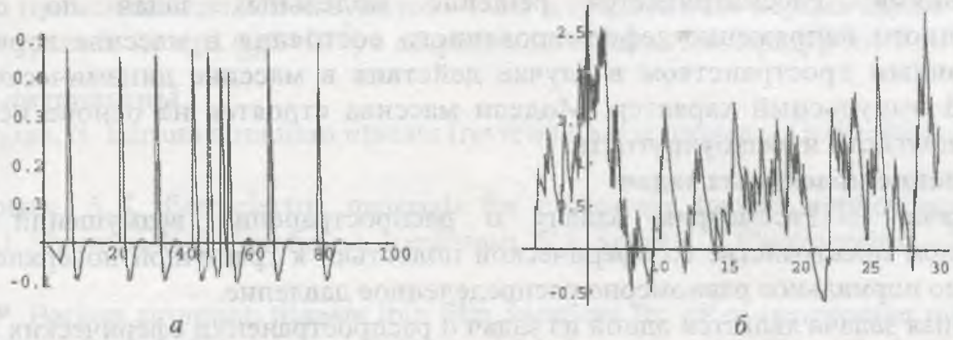

Рисунок 1 – Зависимость перемещений u от времени τ в пространстве со сферической полостью на расстоянии r=2 от центра при воздействии 10 и 100 случайных импульсов.

Рис. 1 весьма ярко показывает, что характер перемещений в пространстве со внутренней сферой, на поверхности которой действует импульсная нагрузка, может достаточно сильно изменяться в зависимости от внешнего нагружения.

Волна деформаций может иметь скачки амплитуды, которые в свою очередь могут превышать величину критических перемещений.

Задача 2. Рассмотрим задачу аналогичную предыдущей, усложненную учетом вязкости в упругой среде. Решение для вязко-упругого материала получается на основе использования принципа соответствия [3], т.е. заменой $\lambda+2\mu$ и 2μ соответствующими комплексными модулями девиатора Y_S и объемного расширения Y_v:

$$\mu\to\frac{1}{2}Y_S,\ \lambda\to\frac{1}{3}(Y_v-Y_S).$$

Конкретный вид комплексных модулей определяется выбором соответствующей вязкоупругой модели поведения материала. Выпишем здесь формулу для радиального напряжения:

$$\sigma = -\frac{1}{\pi}\frac{R^3}{r^3} I \,\mathrm{Re}\left\{\int_0^\infty e^{i\omega t}\frac{6Y_S(1+\omega r\sqrt{\rho J(i\omega)})+3\rho\omega r^2}{6Y_S(1+\omega R\sqrt{\rho J(i\omega)})+3\rho\omega R^2} e^{-\omega\sqrt{\rho J(i\omega)}(r-R)}d\omega\right\},$$

где $J(i\omega)$ обозначает комплексную податливость [4].

В качестве примера рассмотрим элемент Кельвина-Фойгта (комбинация упругого и вязкого элементов, соединенных параллельно). Комплексные модули в данном случае имеют вид:

$$Y_s = 2\mu + 2\eta s, Y_\nu = \frac{2\mu(1+\nu)}{(1-2\nu)},$$

где s – параметр преобразования Лапласа.

Воздействие нагрузки от времени задается в виде треугольного импульса
$I(t) = tH(t) - 2(t-1/2)H(t-1/2) + (t-1)H(t-1),$

где H – функция Хевисайда.

На рис. 2 приведены графики перемещений для упругой и вязкоупругой сред при следующих упругих характеристиках среды ($E = 10^{10}$ Па$, \nu = 0.3, \eta = 10^6$ Па $\cdot$ с). На рис. 2.а. приведены графики перемещений для момента времени *t=0.0017*с, а на рис. 2.б. для момента времени *t=0.005*с. Сплошная кривая – решение с учетом вязкости, пунктирная – без учета. Анализ рисунков позволяет сделать вывод о том, что вязкие свойства могут оказывать существенное влияние на НДС массива.

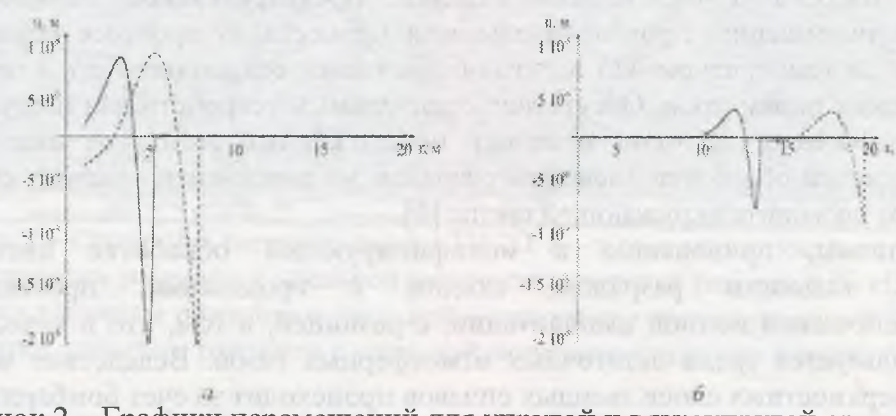

Рисунок 2 – Графики перемещений для упругой и вязкоупругой сред.

Список литературы

1. Журавков М.А., Стагурова О.В., Ковалева М.А. Геомеханический мониторинг горных массивов – Мн.: Юникап, 2002.
2. Горшков А.Г. и др. Волны в сплошных средах – Москва: Физматлит, 2004.
3. Мэйз, Дж. Теория и задачи механики сплошных сред – М.: URSS, 2007.
4. Bland D. R. The theory of linear viscoelasticity – PERGAMON PRESS, 1960.