

Ясинская Н.Н., Ольшанский В.И., Коган А.Г.

**НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ
ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Витебский государственный технологический университет

ВИТЕБСК

2003

УДК 677.017.56
ББК 37.23
Я 81

Авторы:

Н.Н.Ясинская – канд. техн. наук, доцент кафедры химии УО «Витебский государственный технологический университет»;

В.И.Ольшанский – канд. техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Технология и оборудование машиностроительного производства» УО «Витебский государственный технологический университет»;

А.Г.Коган – доктор техн. наук, профессор, зав кафедрой «Прядение натуральных и химических волокон» УО «Витебский государственный технологический университет».

Рецензенты:

В.В.Клубович - доктор техн. наук, академик НАН РБ

Л.Н.Шеверина - канд. техн. наук, директор ОАО «Витебский комбинат шелковых тканей».

Рекомендована:

кафедрой «Химия» УО «Витебский государственный технологический университет»;

советом учреждения образования «Витебский государственный технологический университет».

Я 81

Нестационарная теплопроводность текстильных материалов. Сост. Н.Н.Ясинская, В.И.Ольшанский, А.Г.Коган. Витебск: УО «ВГТУ»; 2003. – 171с.

Изложены основы решения задач нестационарной теплопроводности комбинированных нитей. Подробно рассмотрены вопросы теоретического анализа процесса терморелаксации однородных и комбинированных высокоусадочных нитей и расчета изменения температуры по толщине. Приведены результаты экспериментальных исследований, хорошо согласующиеся с теоретическими. Определены оптимальные режимы влажно-тепловой обработки различных нитей. Даются рекомендации по интенсификации процессов влажно-тепловой обработки.

УДК 677.017.56
ББК 37.23

ISBN 985-6655-78-1

© Авт. Ясинская Н.Н., Ольшанский В.И.,
Коган А.Г., 2003

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	7
1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ВЛАЖНО-ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКЕ ТЕКСТИЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ.....	9
2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ.....	21
2.1. Дифференциальное уравнение теплопроводности.....	21
2.2. Краевые условия.....	25
2.3. Критерии и числа подобия.....	35
2.4. Методы решения краевых задач.....	42
3. ПРОЦЕССЫ, ПРОТЕКАЮЩИЕ ПРИ ТЕРМООБРАБОТКЕ ТЕКСТИЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ.....	53
3.1. Усадка материалов.....	53
3.2. Исследование усадки текстильных материалов.....	59
3.3. Анализ процесса усадки комбинированных высокоусадочных нитей.....	66
4. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КОМБИНИРОВАННЫХ НИТЕЙ.....	73
4.1. Общее решение задачи для неограниченного цилиндра.....	73
4.2. Теоретический анализ процесса терморелаксации однородной по теплофизическим свойствам нити.....	93
4.3. Расчет изменения температуры внутри комбинированной высокоусадочной нити линейной плотности 30 текс.....	103
4.4. Теоретический анализ процесса терморелаксации неоднородной нити.....	107
4.5. Расчет изменения температуры внутри неоднородной высокоусадочной нити.....	112
5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕРМООБРАБОТКИ КОМБИНИРОВАННЫХ ВЫСОКОУСАДОЧНЫХ НИТЕЙ.....	117

5.1. Исследование процесса термообработки комбинированных пневмотекстурированных высокоусадочных нитей в сухом горячем воздухе.....	117
5.2. Определение оптимальных параметров процесса термообработки комбинированных пневмотекстурированных высокоусадочных нитей для достижения равновесного значения усадки.....	121
5.3. Сравнительный анализ полученных теоретических и экспериментальных зависимостей процесса термообработки комбинированных пневмотекстурированных высокоусадочных нитей.....	125
5.4. Экспериментальное исследование процесса термообработки комбинированной высокоусадочной нити классического способа формирования.....	130
5.5. Сравнительный анализ теоретических и экспериментальных зависимостей процесса термообработки комбинированных высокоусадочных нитей классического способа формирования.....	133
6. ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССА ТЕРМООБРАБОТКИ ХИМИЧЕСКИХ НИТЕЙ.....	137
6.1. Основные направления в интенсификации процесса термообработки влажных материалов.....	137
6.2. Термообработка комбинированных высокоусадочных нитей в условиях вынужденного конвективного теплообмена.....	143
6.3. Термообработка комбинированных высокоусадочных нитей влажным паром.....	150
6.4. Исследование усадки комбинированной высокоусадочной нити в условиях интенсификации процесса термообработки.....	156
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	163
ЛИТЕРАТУРА.....	164
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	167

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Q – количество тепла, переносимого в единицу времени от поверхности тела к воздуху (или от воздуха к поверхности тела) Вт;

q_n – количество тепла, передаваемого в единицу времени с единицы площади поверхности тела в окружающую среду, Вт/м²;

α – коэффициент теплоотдачи, Вт/м² град;

T_n – температура поверхности материала, град;

T_c – температура среды, град;

T_o – исходная температура материала, град;

F – площадь поверхности теплообмена, м²;

β – коэффициент объемного расширения среды, 1/град;

λ – коэффициент теплопроводности, Вт/мград;

c – коэффициент удельной теплоемкости, Дж/кг град;

ν – коэффициент кинематической вязкости воздуха, м²/с;

a – коэффициент температуропроводности, м²/с;

g – ускорение силы тяжести, м/с²;

Γ – символическое обозначение совокупности параметров, характеризующих строение поверхности, ее форму и размеры;

n_o – единичный вектор, нормальный к изотермической поверхности и направленный в сторону возрастания температуры;

∇ – оператор Лапласа;

γ – плотность материала (кг/м³);

σ^* – приведенный коэффициент лучеиспускания;

Bi – критерий Био;

Ki – критерий Кирпичева;

Po – критерий Померанцева;

Re – критерий Рейнольдса;

Gr – критерий Грасгофа;

Pr – критерий Прандтля;

Nu – критерий Нуссельта;

Fo – критерий Фурье;

$f(\tau)$ – оригинал функции;

$L[f(\tau)]$ – изображение функции;

l_0 - линейный размер абсолютно сухого материала, м;

Y – усадка материала, %;

β_1 - коэффициент линейной усадки;

ΔF_a – изменение свободной энергии (свободная энергия активации);

ΔE_a и ΔS_a – составляющие энергии активации, имеющие энергетическую и энтропийную природу; кДж/моль;

σ – механическое напряжение, сН/текс;

τ_p – время релаксации, с;

τ_0 – временная константа релаксации, с;

τ - продолжительность нагревания, с;

θ - относительная температура;

μ_n – характеристические числа;

r – текущий радиус, м;

R - радиус нити, м;

K_a – критерий, характеризующий теплоинерционные свойства волокон покрытия относительно стержневой нити;

K_Σ - критерий, характеризующий тепловую активность стержневой нити по отношению к волокнистой оболочке покрытия;

K_λ - критерий, характеризующий относительную теплопроводность комбинированной нити;

j_n - интенсивность сушки;

∇u - градиент влагосодержания;

V_b – скорость теплового потока, м/с;

W_0 – начальное влагосодержание, %;

$W_{кр.п.}$ – приведенное критическое влагосодержание;

W_p – равновесное влагосодержание, %;

W_k – кондиционная влажность, %;

j – плотность потока массы;

ρ_n - плотность пара, кг/м³;

t_m - температура мокрого термометра, °С.

ВВЕДЕНИЕ

На предприятиях текстильной промышленности широко применяются процессы тепловой обработки изделий, осуществляемые на современном автоматизированном оборудовании. Тепловой обработке подвергают пряжу, нити, тканые и трикотажные изделия. Существенное значение имеют процессы теплообмена, а также физико-химические процессы, протекающие при термообработке текстильных изделий из натуральных и синтетических волокон.

При решении различных технических проблем широко применяется математическая теория теплопроводности, тепло- и массообмена. В этом направлении известны труды ученых научной школы А.В.Лыкова. В текстильной промышленности разработаны новые конструкции промышленных установок, машин и агрегатов, предназначенных для ведения технологических процессов в сочетании с тепловой обработкой. Важное значение для термообработки имеет возможность интенсификации процесса. Для правильной тепловой обработки изделий на повышенных тепловых режимах необходимо точное поддержание заданного температурного режима, что в свою очередь выдвигает высокие требования к научному уровню разработки технологических режимов процесса, проектирования и эксплуатации нового оборудования и систем автоматизации, предназначенных для ведения высокоинтенсивных тепловых процессов.

В то время как вопросам теории теплопроводности и сушки в легкой промышленности посвящены фундаментальные труды (А.В. Лыкова, С.М.Смирнова, Л.И.Пятова, В.Н.Наумова), вопросы теории процессов теплопроводности, играющие важную роль в тепловых процессах при формовании и влажно-тепловой обработке текстильных изделий (пряжи, нитей, тканых и трикотажных изделий), получили гораздо меньшее развитие. Особое значение имеет рассмотрение вопросов, связанных с процессами, протекающими при термообработке текстильных изделий и выбором допустимых условий и параметров. Отставание в области теоретических

разработок отрицательно сказывается на темпах создания и внедрении нового прогрессивного оборудования.

В связи с этим в данной монографии рассмотрены вопросы, связанные с расчетом технологических режимов процесса тепловой обработки текстильных изделий. Основное внимание обращено на математическую постановку и решение современными методами задач теплопроводности, возникающих при расчете параметров процесса тепловой обработки.

Учитывая, что круг читателей, знакомых с методами математической физики, применяемыми при решении задач теплопроводности, крайне ограничен, авторы сочли целесообразным кратко изложить основы теплопередачи и описать некоторые методы постановки и решения задач теплопроводности.

Кроме того, в монографии изложены результаты исследований, проведенных самими авторами, направленных на изучение процесса термообработки комбинированных высокоусадочных нитей, рассмотрены физико-химические процессы, протекающие при тепловой обработке высокоусадочных нитей.

Рассмотрены вопросы интенсификации процесса термообработки потоками циркулирующего воздуха и паром.

Настоящая монография предназначена для инженерно-технических работников, научно-исследовательских организаций, а также студентов, аспирантов и преподавателей.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ВЛАЖНО-ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКЕ ТЕКСТИЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Влажно-тепловая обработка представляет совокупность физико-механических воздействий на пряжу, нити, тканые или трикотажные изделия.

При этом определяющими являются процессы теплообмена: теплопроводность, конвекция и тепловое излучение.

Теплопроводность называют такой процесс переноса тепловой энергии в неравномерно нагретом веществе, который протекает при отсутствии заметных изменений в относительном расположении частиц тела и без превращения тепла в другие виды энергии.

Такие процессы «чистой» теплопроводности протекают в непрозрачных твердых телах с малыми значениями коэффициентов термического расширения [1]. В жидкостях и твердых телах, диэлектриках перенос тепловой энергии осуществляется в виде передачи энергии упругих волн, в газах – путем соударения и диффузии атомов и молекул, в металлах – путем диффузии свободных электронов и при тепловых колебаниях кристаллической решетки. Способность тела пропускать тепловую энергию зависит от природы вещества и его физического состояния. При исследовании и описании процессов теплопроводности в теплофизике вещество рассматривается как сплошная непрерывная среда (континуум) и его микроструктура с микроскопическим механизмом переноса тепловой энергии выпадают из рассмотрения.

Процессы теплопроводности принято описывать при помощи скалярной функции температурного поля:

$$T=T(x,y,z,\tau). \quad (1.1)$$

Количество тепловой энергии dQ , проходящее путем теплопроводности за время dt через элементарную площадку df на изотермической поверхности,

согласно закону Фурье прямо пропорционально градиенту температуры $\frac{\partial T}{\partial h}$ по нормали к рассматриваемой площадке, и направление потока тепловой энергии совпадает с направлением убывания температуры. Закон Фурье выражается формулой

$$dQ = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} df d\tau. \quad (1.2)$$

Коэффициент пропорциональности λ называют коэффициентом теплопроводности. Знак минус в правой части уравнения (1.2) стоит потому, что тепло распространяется в направлении убывания температуры, следовательно, градиент температуры в направлении теплового потока отрицателен. Уравнение (1.2) называют основным уравнением теплопроводности. Совокупность значений температуры во всех точках изучаемой области для каждого момента времени называют температурным полем. Температурное поле может быть задано посредством уравнения (1), таблицами или графиками, показывающими изменение во времени температур характерных точек области. Совокупность точек в температурном поле, имеющих одинаковую температуру, называют изотермической поверхностью. Совокупность всех изотермических поверхностей для каждого момента времени определяет собой температурное поле. Изотермические поверхности не могут пересекаться одна с другой и либо замыкаются внутри рассматриваемой области, либо обрываются на границе области, либо совпадают с границей.

Температурное поле, не изменяющееся во времени, называется стационарным. В зависимости от числа координат поле температур может быть трех-, двух- и одномерным. Опыт показывает, что распределение температуры обладает свойствами непрерывного скалярного поля. Для характеристики неравномерности температурного поля, вызывающей процесс теплопроводности, вводят понятие о градиенте температуры.

Градиентом температуры, или температурным градиентом, называется вектор, определяемый выражением

$$\text{grad}T = n_0 \frac{\partial T}{\partial n}, \quad (1.3)$$

где n_0 – единичный вектор, нормальный к изотермической поверхности и направленный в сторону возрастания температуры.

Вектором теплового потока называют вектор

$$q = -\lambda \text{grad}T. \quad (1.4)$$

Скалярную величину вектора q называют тепловым потоком.

Если элементарная площадка df_1 образует угол φ с изотермической поверхностью, то количество тепла, проходящее путем теплопроводности за время $d\tau$ через площадку df_1 определяют по формуле

$$dQ = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} (df_1 \cos \varphi) d\tau. \quad (1.5)$$

Линии, перпендикулярные к изотермическим поверхностям, называют линиями теплового потока. Количество тепла, проходящее в единицу времени через площадку df и отнесенное к единице площади изотермической поверхности, называют плотностью теплового потока.

Чтобы определить количество тепла, проходящего за конечный отрезок времени τ через заданную поверхность F конечных размеров, необходимо проинтегрировать уравнение (1.2), в результате чего получим:

$$Q = -\lambda \int_0^\tau \int_F \frac{\partial T}{\partial n} dF d\tau. \quad (1.6)$$

При интегрировании уравнения (1.2) было принято, что коэффициент теплопроводности не зависит от температуры, что справедливо лишь при небольших разностях температур в исследуемом температурном поле. При стационарном тепловом режиме $\frac{\partial T}{\partial n}$ не зависит от времени и уравнение (1.6)

принимает вид

$$Q = -\lambda \tau \int_F \frac{\partial T}{\partial n} dF. \quad (1.7)$$

Рассматривая однородное тело, ограниченное плоскими параллельными поверхностями при постоянной разности температур между горячей и холодной поверхностями $T_1 - T_2$ и расстоянии между поверхностями δ , перепишем уравнение (1.7) в форме

$$Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{\delta} F \tau, \quad (1.8)$$

Откуда можно определить значение коэффициента теплопроводности:

$$\lambda = \frac{Q \delta}{F(T_1 - T_2) \tau}. \quad (1.9)$$

Коэффициент теплопроводности имеет размерность Вт/м град.

Конвекцией называют процесс переноса тепловой энергии в движущейся сплошной среде (например, в газе), когда значительные по сравнению с молекулярными размерами объемы среды перемещаются один относительно другого. При этом в среде происходит также процесс теплопроводности, являющийся неотъемлемой частью конвекции. Свободное движение воздуха, окружающего нагретое тело, обусловлено разностью плотностей нагретых и холодных объемов. Перемещение воздуха приводит к теплообмену, как в самом воздухе, так и между теплоотдающим телом и

воздухом. Интенсивность конвективного теплообмена зависит от режима движения среды.

Количество тепла, переданное поверхностью теплообмена тела окружающему его воздуху при свободном движении воздуха, определяется законом Ньютона:

$$Q = \alpha_k (T - T_B) F, \quad (1.10)$$

где Q – количество тепла, переносимого в единицу времени от поверхности тела к воздуху (или от воздуха к поверхности тела), Вт; α_k – коэффициент теплоотдачи конвекцией, Вт/м²град; T – температура поверхности, град; T_B – температура воздуха, град; F – площадь поверхности теплообмена, м².

Коэффициент теплоотдачи конвекцией численно характеризует мощность, рассеиваемую (или воспринимаемую) единицей поверхности теплообмена в результате конвекции при разности температур между поверхностью и воздухом в 1 град. Коэффициент теплоотдачи конвекцией является сложной функцией большого числа переменных, влияющих на теплообмен:

$$\alpha_k = \alpha(T, T_{\text{среды}}, \beta, \lambda, a, \nu, c, g, \Gamma), \quad (1.11)$$

где β – коэффициент объемного расширения среды (жидкости или газа, далее везде воздуха), 1/град;

λ – коэффициент теплопроводности жидкости или газа, Вт/мград;

c – коэффициент удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении, Дж/кг град;

ν – коэффициент кинематической вязкости воздуха, м²/с;

a – коэффициент температуропроводности воздуха, м²/с;

g – ускорение силы тяжести, м/с²;

Γ – символическое обозначение совокупности параметров, характеризующих строение поверхности, ее форму и размеры.

Процессы теплообмена обычно исследуют методами теории подобия, согласно которой протекание сложных процессов определяется безразмерными комплексами или критериями, составленными из физических и геометрических параметров. Так, процесс теплообмена в условиях естественной конвекции характеризуется тремя критериями: критерием Нуссельта (Nu), критерием Грасгофа (Gr), критерием Прандтля (Pr).

Зависимость между многочисленными параметрами, согласно теории подобия, можно представить в виде критериального уравнения

$$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr}), \quad (1.12)$$

позволяющего обрабатывать результаты экспериментальных исследований в более компактной форме.

Тепловым излучением называют процесс переноса тепловой энергии при превращении ее в лучистую энергию и распространении в таком виде в пространстве. Излучение частично поглощается телами, на которые оно падает, частично отражается от их поверхности и частично проходит через тело. При теплоотдаче с поверхности в газовую среду значительное количество энергии рассеивается путем излучения. Для расчета мощности, передаваемой излучением от поверхности площадью F_1 , можно пользоваться формулой закона Ньютона:

$$Q_{\text{изл}} = \alpha_{12}(T_1 - T_2)F_1, \quad (1.13)$$

где α_{12} – коэффициент теплоотдачи излучением от одной поверхности к другой;

T_1 и T_2 – температуры поверхностей. При излучении в неограниченную среду значение T_2 принимают равным температуре среды.

Для определения коэффициента теплоотдачи излучением необходимо знать коэффициент черноты поверхности излучающего тела. Под коэффициентом черноты понимают отношение энергии излучения данного

тела к энергии излучения абсолютно черного тела при той же температуре, т.е.

$$\varepsilon = \frac{Q}{Q_0}, \quad (1.14)$$

где Q – энергия излучения данного тела;

Q_0 – энергия излучения абсолютно черного тела.

Значения коэффициентов черноты поверхностей различных тел зависят от материала и состояния поверхности и заключены в интервале $0 \leq \varepsilon \leq 1$.

Значения коэффициентов теплоотдачи излучением связаны со значениями коэффициентов черноты поверхностей тел, участвующих в теплообмене, и геометрическими параметрами тел зависимостью:

$$\alpha_{12} = \varepsilon_{\text{пр}12} \varphi_{12} f(T_1, T_2), \quad (1.15)$$

где $\varepsilon_{\text{пр}12}$ – приведенный коэффициент черноты;

φ_{12} – коэффициент облученности;

$$f(T_1, T_2) = 5.67 \frac{\left(\frac{T_1 + 273}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2 + 273}{100}\right)^4}{T_1 - T_2} \quad (\text{Вт/м}^2 \text{ град}). \quad (1.16)$$

Расчет лучистого теплообмена сводится, таким образом, к отысканию значений φ_{12} $\varepsilon_{\text{пр}12}$, зависящих от формы, размеров, взаимного расположения тел и состояния поверхностей.

При изготовлении пряжи, нитей, тканых и трикотажных материалов используются искусственные и синтетические волокна, характерной особенностью которых является аморфное состояние.

В зависимости от температуры аморфные полимеры могут находиться в трех физических состояниях: стеклообразном, высокоэластическом и вязкотекучем.

Стеклообразное состояние полимера характеризуется обратимыми малыми линейными деформациями при незначительных напряжениях, где напряжение – это интенсивность внутренних сил, равное:

$$\sigma = \frac{N}{A}, \text{ МПа,} \quad (1.17)$$

где N – продольная внутренняя сила;

A – площадь поперечного сечения.

Высокоэластическому состоянию соответствует и высокоэластическая деформация, которая в отличие от упругой имеет значительно большую величину и исчезает через некоторый промежуток времени. Релаксация звеньев полимера в высокоэластическом состоянии протекает за время $10^{-4} \dots 10^{-6}$ с. Возможности высокоэластической деформации используют при влажно-тепловой обработке текстильных изделий.

В вязкотекучем состоянии в полимере под действием внешних сил развивается необратимая остаточная деформация, обусловленная течением материала.

Закономерности вязкого течения полимера уже широко используются в ряде технологических процессов и представляют интерес для влажно-тепловой обработки текстильных материалов.

Переход аморфного полимера из одного физического состояния в другое происходит в определенных интервалах температур, средние значения которых называются соответственно, температурой стеклования T_c и температурой текучести T_T .

На рис.1.1 представлена термомеханическая кривая монолитного полимера, которая позволяет судить о термомеханических свойствах аморфных полимерных материалов. По характеру термомеханические кривые

аморфных полимеров, из которых получают разнообразные волокна, применяемые в текстильной промышленности, идентичны.

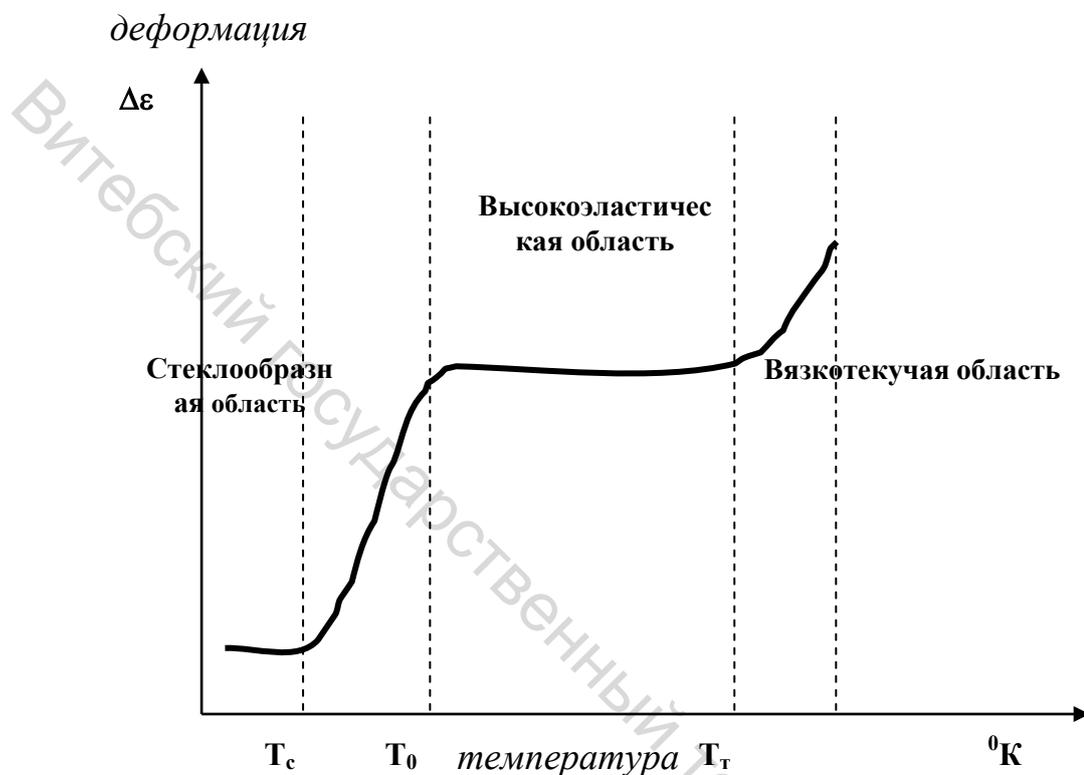


Рис.1.1. Термомеханическая кривая монолитного аморфного полимера

На представленной кривой T_c – это температура стеклования, которая является границей между стеклообразной и высокоэластической областью, T_g – температура текучести, разграничивающая область высокоэластическую с областью вязкого течения. Реальные полимеры не имеют конкретных температур T_c и T_g , и поэтому высокоэластическая деформация может частично возникнуть в стеклообразной зоне, а вязкотекучая деформация, соответственно, в высокоэластической области. Однако термомеханические кривые текстильных материалов в первом приближении указывают на интервал максимальных рабочих температур, которые могут возникать внутри обрабатываемого материала в процессе влажно-тепловой обработки.

Температура стеклования волокон из искусственных полимерных материалов – $45...100^{\circ}\text{C}$, а размягчения – $140...240^{\circ}\text{C}$. Натуральные волокна

теряют прочность или размягчаются при температуре 120...130⁰С. При этом важным фактором является длительность теплового воздействия.

Применительно в влажно-тепловой обработке текстильных материалов следует различить понятия теплостойкость полимера и теплостойкость материала из полимера. Под теплостойкостью материала следует понимать ту температуру, до которой можно нагревать материал при определенной его влажности, механическом воздействии и времени нагрева, получая при этом обратимые изменения форм и размеров. Теплостойкость материала – величина непостоянная. Чем меньше нагрузка и время теплового воздействия, тем выше теплостойкость материала. Максимальная температура, до которой можно нагревать полимерный материал, не нарушая его физико-механических свойств, называется термостойкостью. При влажно-тепловой обработке текстильных материалов необходимо знать температуру их размягчения или температуру разложения.

В связи с этим в табл.1.1 Приведены температурные характеристики волокон, применяемых в текстильном производстве.

Для определения условий влажно-тепловой обработки необходимо также знать температуру теплостойкости красителей, которые были применены при производстве обрабатываемого текстильного изделия. При этом должно соблюдаться условие:

$$T_{\text{тепл.}}, T_{\text{терм.}}, T_{\text{р.к.}} > T_{\text{тк}} > T_{\text{адс.}},$$

где $T_{\text{тепл.}}$, $T_{\text{терм.}}$, $T_{\text{р.к.}}$ - соответственно, температура теплостойкости, термофиксации волокон, разложения красителей, ⁰С;

$T_{\text{тк}}$ – температура тканей, ⁰С;

$T_{\text{адс.}}$ – температура разрушения адсорбированной влаги с материалом, ⁰С

Так, используемые для окраски ряда тканей дисперсные красители устойчивы к воздействию температуры, не превышающей 130⁰С.

Применение теплостойких красителей позволяет повысить температуру нагрева текстильных изделий, содержащих искусственные и синтетические

волокна, до 180...200⁰С, т.е. на 30...50⁰Сниже температуры их размягчения, что способствует интенсификации процесса влажно-тепловой обработки.

Таким образом, разработку технологических режимов влажно-тепловой обработки текстильных материалов необходимо проводить с учетом процессов теплообмена, устойчивости материалов к действию тепла, температур их размягчения, теплоемкости и стойкости красителей.

Витебский государственный технологический университет

Таблица 1.1

Температурные характеристики текстильных волокон

Вид волокон Свойства волокон	Натуральные волокна				Искусственные волокна				Синтетические волокна			
	Хлопок	Лен	Шерсть	Шелк	Вискозное	Медноаммиачное	Ацетатное	Триацетатное	Капрон	Анид	Лавсан	Нитрон
Удельный вес, г/см	1,5-1,52	1,43-1,50	1,32	1,32	1,50-1,53	1,50-1,53	1,30-1,35	1,30-1,35	1,14	1,14	1,38	1,17
Равновесная влажность при 65% при 95%	8 -	13	13-15 21	11 15-20	12,5-13,4 27-33	12,3-13,5 27-30	5,7-6,8 10-14,2	3,5-4,1 5,6-8,5	3,5-4,5 7,0-8,5	3,5-4,5 5,8-6,1	0,4-0,5 0,5-0,7	3,2-4,0 25-30
Устойчивость к действию температур, °С	120°С – желтеет, 150°С – при продолжительном воздействии становится коричневым	как у хлопка	100°С – становится ломким, 130°С – разлагается. 250-300°С – обугливается	несколько ниже, чем у шерсти	при нагреве до 150°С не теряет прочности, разлагается при 175-200°С	как у вискозного	-	-	-	-	-	-
Температура размягчения, °С	-	-	-	-	--	-	-	250	160-195	230-240	230-240	220-230
Температура плавления, °С	-	-	-	-	-	-	215	290	196-216	249-253	255-260	не плавится
Теплоемкость, кал/грамм°С	-	-	-	-	0,32-0,33	-	-	-	0,353	0,353	0,320	0,402

2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

2.1. Дифференциальное уравнение теплопроводности

Для решения задач, связанных с нахождением температурного поля, необходимо иметь дифференциальное уравнение теплопроводности. Под дифференциальным уравнением понимают математическую запись, выражаемую дифференциальным уравнением, между физическими величинами, характеризующими изучаемое явление, причем эти физические величины являются функциями пространства и времени. Такое уравнение характеризует протекание физического явления в любой точке тела в любой момент времени.

Дифференциальное уравнение теплопроводности дает зависимость между температурой, временем и координатами элементарного объема. Для одномерного потока тепла:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

Если тепло распространяется по нормали к изотермическим поверхностям, то количество тепла аккумуляированного элементарным объемом будет равно сумме:

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx dy dz . \quad (2.2)$$

Тогда дифференциальное уравнение примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = a \nabla^2 T . \quad (2.3)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа

Иногда внутри тела имеются источники тепла. Источники тепла могут быть положительными и отрицательными. В качестве примера отрицательного источника тепла можно считать испарение влаги внутри материала при нагревании. Пусть удельная мощность (количество поглощаемого или выделяемого тепла в единицу времени в единице объема тела) этих источников будет равна w (Вт/м³). Тогда количество тепла, выделяемого в элементарном объеме в единицу времени, будет равно $w dx dy dz$. Дифференциальное уравнение теплопроводности с источниками тепла будет иметь вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \frac{w}{c\gamma}. \quad (2.4)$$

Если коэффициент теплопроводности не зависит от температуры, то

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T \quad (2.5)$$

Для одномерного симметричного температурного поля $\nabla^2 T$ является функцией одной координаты. Например, для бесконечного круглого цилиндра, если ось такого цилиндра совпадает с координатой z , то температура в любой точке цилиндра будет зависеть только от координат x и y . При равномерном охлаждении или нагревании цилиндра в любой точке, отстоящей на расстоянии r от оси цилиндра, температура в данный момент времени будет одна и та же. Следовательно, изотермические поверхности будут представлять собой цилиндрические поверхности, коаксиально расположенные к поверхности цилиндра. Между радиальной координатой r (радиус-вектор) и координатами x и y существует связь

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (2.6)$$

Тогда дифференциальное уравнение теплопроводности для бесконечного цилиндра

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial r} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\partial T}{\partial r} \frac{x}{r}, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial r} \frac{y}{r}.$$

После соответствующих преобразований для уравнения теплопроводности получим следующее выражение

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.8)$$

В общем случае, когда температура зависит от всех трех координат (x, y, z), дифференциальное уравнение теплопроводности конечного цилиндра имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2.9)$$

где θ - полярный угол (угол между радиусом вектором r и осью x).

Остановимся на физическом смысле коэффициента температуропроводности.

При постоянном объеме ($v = \text{const}$) тела коэффициент температуропроводности a_v определяется соотношением

$$a_v = \frac{\lambda}{C_v} = \frac{\lambda}{c_v \gamma} \quad (2.10)$$

где γ - плотность тела (кг/м^3), λ - коэффициент теплопроводности (Вт/м град), c_v и C_v – соответственно удельная и объемная изохорные теплоемкости тела (дж/кг град , $\text{дж/м}^3\text{град}$).

Коэффициент температуропроводности равен количеству тепла, протекающего в единицу времени через единицу поверхности, при перепаде объемной концентрации внутренней энергии в 1 дж/м^3 на единицу длины нормали. Следовательно, коэффициент температуропроводности имеет размерность

$$[a_v] = \frac{\text{дж} * \text{м}^4}{\text{м}^2 * \text{сек} * \text{дж}} = \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}$$

и по своему физическому смыслу характеризует молекулярный перенос внутренней энергии тела.

При постоянном давлении ($p=\text{const}$) коэффициент температуропроводности a_p определяется соотношением

$$a_p = \frac{\lambda}{C_p} = \frac{\lambda}{c_p \gamma} \quad (2.11)$$

где c_p и C_p – соответственно удельная и объемная изобарные теплоемкости тела.

По своему физическому смыслу коэффициент температуропроводности a_p характеризует перенос энтальпии тела путем молекулярного движения.

Однако коэффициенту a можно придать и другой физический смысл. Для изотермической поверхности $T(x,y,z)=\text{const}$ имеет место соотношение

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + w_T \nabla T = 0 \quad (2.12)$$

Тогда из дифференциального уравнения теплопроводности (2.5) будем иметь

$$a = -w_T \frac{\nabla T}{\nabla^2 T} \quad (2.13)$$

Величина $\nabla T / \nabla^2 T$ есть отношение первого дифференциального параметра ко второму; эти параметры инвариантны относительно линейной группы преобразования. Следовательно, их отношение будет любой величиной, имеющей размерность $[m^{-1}]$. Обозначив эту величину через $A = \nabla T / \nabla^2 T$, будем иметь

$$a = Aw_T \quad (2.14)$$

Следовательно, коэффициент температуропроводности пропорционален скорости распространения изотермической поверхности. Величина, обратная коэффициенту температуропроводности, $1/a$ характеризует инерционные свойства тела в отношении распространения температурного поля. Коэффициент температуропроводности зависит от температуры, а для пористых тел – от плотности и влажности тела. Поэтому только в качестве приближения теплофизические характеристики (коэффициенты теплопроводности, температуропроводности и теплоемкости) можно считать постоянными.

2.2. Краевые условия

Дифференциальное уравнение теплопроводности устанавливает связь между временными и пространственными изменениями температуры тела. Оно математически описывает перенос тепла внутри тела. Для того чтобы найти температурное поле внутри тела в любой момент времени, т.е. чтобы решить дифференциальное уравнение, надо знать распределение температуры внутри тела в начальный момент времени (начальное условие),

геометрическую форму тела и закон взаимодействия между окружающей средой и поверхностью тела (граничное условие).

Совокупность начального и граничного условий называется краевыми условиями; начальное условие называется временным краевым условием, а граничное условие – пространственным краевым условием.

Начальное условие определяется заданием закона распределения температуры внутри тела в начальный момент времени:

$$T(x,y,z,0)=f(x,y,z) \quad (2.15)$$

где $f(x,y,z)$ – известная функция

Во многих задачах принимают равномерное распределение температуры в начальный момент времени; тогда

$$T(x,y,z,0)=T_0 = \text{const.} \quad (2.16)$$

Граничное условие может быть задано различными способами.

1. Граничное условие первого рода состоит в задании распределения температуры по поверхности тела в любой момент времени, т.е.

$$T_n(\tau)=f(\tau), \quad (2.17)$$

где $T_n(\tau)$ – температура на поверхности тела.

В частном случае $T_n(\tau)=T_c = \text{const}$, т.е. температура на поверхности постоянна на протяжении всего процесса теплообмена (искусственное поддержание постоянной температуры или при особых условиях теплообмена между окружающей средой и поверхностью тела)

2. Граничное условие второго рода состоит в задании плотности теплового потока для каждой точки поверхности тела как функции времени, т.е.

$$q_n(\tau)=f(\tau). \quad (2.18)$$

Простейший случай граничного условия второго рода состоит в постоянстве плотности теплового потока (температура тела значительно меньше температуры излучающих поверхностей):

$$q_n(\tau)=q_c = \text{const}. \quad (2.19)$$

Такой случай теплообмена имеет место при нагревании тел в высокотемпературных печах, где передача тепла в основном происходит при помощи излучения по закону Стефана – Больцмана, когда температура тела значительно меньше температуры излучающих поверхностей.

3. Граничное условие третьего рода характеризует закон конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой при постоянном потоке тепла (стационарное температурное поле).

В этом случае количество тепла, передаваемого в единицу времени с единицы площади поверхности тела в окружающую среду с температурой T_c в процессе охлаждения ($T_n > T_c$), прямо пропорционально разности температур между поверхностью тела и окружающей средой, т.е.

$$q_n = \alpha(T_n - T_c), \quad (2.20)$$

где α - коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплообмена ($\text{Вт}/\text{м}^2 \text{ град}$). Для процесса нагревания тела можно записать аналогичное соотношение, поменяв местами T_n и T_c . Коэффициент теплообмена численно равен количеству тепла, отдаваемого (или получаемого) единицей площади поверхности тела в единицу времени при разности температур между поверхностью и окружающей средой в 1° . Соотношение (2.20) можно получить из закона теплопроводности Фурье, полагая, что при обтекании поверхности тела жидкостью или газом передача тепла от жидкости к телу вблизи его поверхности происходит по закону Фурье:

$$q_{\Pi} = -\lambda_{ж} \left(\frac{\partial T_{ж}}{\partial n} \right)_{\Pi} = \frac{\lambda_{ж}(T_{\Pi} - T_{C})}{\delta} = \alpha(T_{\Pi} - T_{C}), \quad (2.21)$$

где $\lambda_{ж}$ – коэффициент теплопроводности жидкости, δ - условная толщина пограничного слоя, $\alpha = \lambda_{ж} / \delta$.

Следовательно, вектор теплового потока q_{Π} направлен по нормали n к изотермической поверхности, его скалярная величина равна q_{Π} .

Условная толщина пограничного слоя δ зависит от скорости движения жидкости и ее физических свойств. Поэтому коэффициент теплообмена зависит от скорости движения жидкости, ее температуры и изменяется вдоль поверхности тела в направлении движения. В качестве приближения можно считать коэффициент теплообмена постоянным, не зависящим от температуры, и одинаковым для всей поверхности тела.

В нестационарных процессах теплообмена между поверхностью тела и потоком жидкости условная толщина пограничного слоя будет зависеть не только от скорости жидкости и ее физических свойств, но и от теплофизических свойств тела, а также будет непрерывно изменяться с течением времени $[\delta = f(\tau)]$. Поэтому при нестационарном конвективном теплообмене соотношение (2.20), строго говоря, не имеет места. Однако для некоторых частных задач нестационарного теплообмена соотношение (2.20) можно применять в качестве граничного условия как расчетную схему первого приближения.

Однако граничные условия третьего рода могут быть использованы при рассмотрении нагревания или охлаждения тел лучеиспусканием.

Граничные условия третьего рода могут быть использованы при рассмотрении нагревания или охлаждения тел лучеиспусканием. По закону Стефана-Больцмана лучистый поток тепла между двумя поверхностями равен

$$q_n(\tau) = \sigma^* [T_n^4(\tau) - T_a^4], \quad (2.22)$$

где σ^* – приведенный коэффициент лучеиспускания, T_a – абсолютная температура поверхности тепловоспринимающего тела. При малой разности температур ($T_n - T_a$) соотношение можно приближенно написать так:

$$q_n(\tau) = \sigma^* \{ [T_n^2(\tau) + T_a^2] [T_n(\tau) + T_a] \} [T_n(\tau) - T_a] = \alpha(T) [T_n(\tau) - T_a], \quad (2.23)$$

где $\alpha(T)$ – коэффициент лучистого теплообмена, имеющий ту же размерность, что и коэффициент конвективного теплообмена, и равный

$$\alpha(T) = [T_n(\tau) + T_a] [T_n^2(\tau) + T_a^2] \sigma^* = \sigma^* b(T) \quad (2.24)$$

Значения коэффициента $b(T)$ приведены в таблице 2.1.

Соотношение (2.23) является выражением закона Ньютона охлаждения или нагревания тела, при этом T_a обозначает температуру поверхности тела, воспринимающего тепло. Соотношение (2.23) аналогично выражению (2.20) для закона конвективного теплообмена при постоянном потоке тепла, но его физический смысл совсем иной. Коэффициент лучистого теплообмена $\alpha(T)$ зависит от температуры, а также от свойств поверхности тел, участвующих в лучистом теплообмене. Если температура $T_n(\tau)$ изменяется незначительно, то коэффициент $\alpha(T)$ приближенно можно принять постоянным.

Если температура окружающей среды (воздуха) T_c и температура тепловоспринимающего тела T_a одинаковы, а коэффициент лучепоглощения среды очень мал, то в соотношении (2.24) вместо T_a можно написать T_c . При этом небольшая доля потока тепла, отдаваемого телом путем конвекции, может быть положена равной $\alpha_k \Delta T$, где α_k – коэффициент конвективного теплообмена. В этом случае в соотношении

$$q_n(\tau) = \alpha [T_n(\tau) - T_c] \quad (2.25)$$

коэффициент α будет суммарным коэффициентом теплообмена:

Таблица 2.1

Зависимость коэффициента $b(T)$ от T_n и T_a

Температура среды T_c в $^{\circ}\text{C}$	Температура поверхности тела T_n в $^{\circ}\text{C}$														T_c в $^{\circ}\text{K}$
	-273	-200	-100	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	
-273	0														0
-200	0,0039	0,0156													73
-100	0,0518	0,0867	0,2070												173
0	0,2034	0,2764	0,465	0,814											273
100	0,519	0,644	0,923	1,380	2,076										373
200	1,058	1,251	1,630	2,225	3,070	4,233									473
300	1,882	2,155	2,673	3,408	4,422	5,77	7,53								573
400	3,050	3,418	4,08	4,99	6,019	7,75	9,73	12,19							673
500	4,62	5,10	5,94	7,03	8,44	10,23	12,46	15,19	18,48						773
600	6,66	7,24	8,28	9,59	11,30	13,27	15,77	18,70	22,38	26,61					873
700	9,21	9,96	11,19	12,72	14,62	16,92	19,71	23,04	26,96	31,55	36,84				973
800	12,35	13,26	14,72	16,50	18,66	21,26	24,36	28,01	32,29	37,29	42,93	49,5			1073
900	16,14	17,21	18,92	20,97	23,42	26,33	29,76	33,76	38,41	43,75	49,85	56,8	64,6		1173
1000	20,45	21,88	23,87	26,21	28,96	32,20	35,98	40,35	45,38	51,1	57,6	65,0	73,3	82,6	1273
	0	73	173	273	373	473	573	673	773	873	973	1073	1173	1273	
Температура поверхности тела T_n в $^{\circ}\text{K}$															

$$\alpha = \alpha_k + \alpha(T). \quad (2.26)$$

При нестационарном теплообмене формула (2.24) отображает закон лучистого теплообмена в первом приближении, доля конвективного теплообмена должна быть достаточно мала, чтобы можно было пренебречь изменением коэффициента α_k от времени и его зависимостью от теплофизических свойств тела.

В дальнейшем нестационарный теплообмен тела, механизм которого описывается соотношением (2.25), будем называть теплообменом по закону Ньютона.

По закону сохранения энергии количество тепла $q_n(\tau)$, отданного поверхностью тела, равно количеству тепла, которое подводится изнутри к поверхности тела в единицу времени к единице площади поверхности путем теплопроводности, т.е.

$$q_n(\tau) = \alpha [T_n(\tau) - T_c(\tau)] = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_n, \quad (2.27)$$

где для общности постановки задачи температура T_c считается переменной, а коэффициент теплообмена $\alpha(T)$ приближенно принят постоянным [$\alpha(T) = \alpha = \text{const}$].

Обычно граничное условие пишут так:

$$\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_n + \alpha [T_n(\tau) - T_c(\tau)] = 0 \quad (2.28)$$

4. Граничное условие четвертого рода соответствует теплообмену поверхности тела с окружающей средой (конвективный теплообмен тела с жидкостью) или теплообмену соприкасающихся твердых тел, когда температура соприкасающихся поверхностей одинакова. При обтекании твердого тела потоком жидкости (газа) к поверхности тела в

непосредственной близости к поверхности тела (ламинарный пограничный слой или ламинарный подслой) происходит по закону теплопроводности (молекулярный перенос тепла), т.е. имеет место теплообмен, соответствующий граничному условию четвертого рода

$$T_n(\tau)=[T_c(\tau)]_n. \quad (2.29)$$

Помимо равенства температур, имеет место также равенство потоков тепла

$$-\lambda_c \left(\frac{\partial T_c}{\partial n} \right)_n = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_n \quad (2.30)$$

При конвективном теплообмене твердого тела с жидкостью в случае стационарного температурного поля ($\partial T / \partial \tau = 0$) пользуются граничными условиями третьего рода, а в случае нестационарного температурного поля ($\partial T / \partial \tau \neq 0$) необходимо при точной формулировке задачи применять граничные условия четвертого рода. В случае нестационарного лучистого теплообмена необходимо применять граничные условия второго рода. При малых разнице температур, когда $[T_n(\tau) - T_c(\tau)] \rightarrow 0$ можно использовать закон Ньютона, т.е. граничные условия третьего рода. При этом величина α будет обозначать коэффициент лучистого теплообмена [$\alpha = \alpha(T) \equiv \text{const}$].

Дадим графическую интерпретацию четырех видов граничных условий (рис.2.1).

Скалярная величина вектора теплового потока пропорциональна абсолютной величине градиента температуры, который численно равен тангенсу угла наклона касательной к кривой распределения температуры вдоль нормали к изотермической поверхности, т.е.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_n = \text{tg} \psi_n.$$

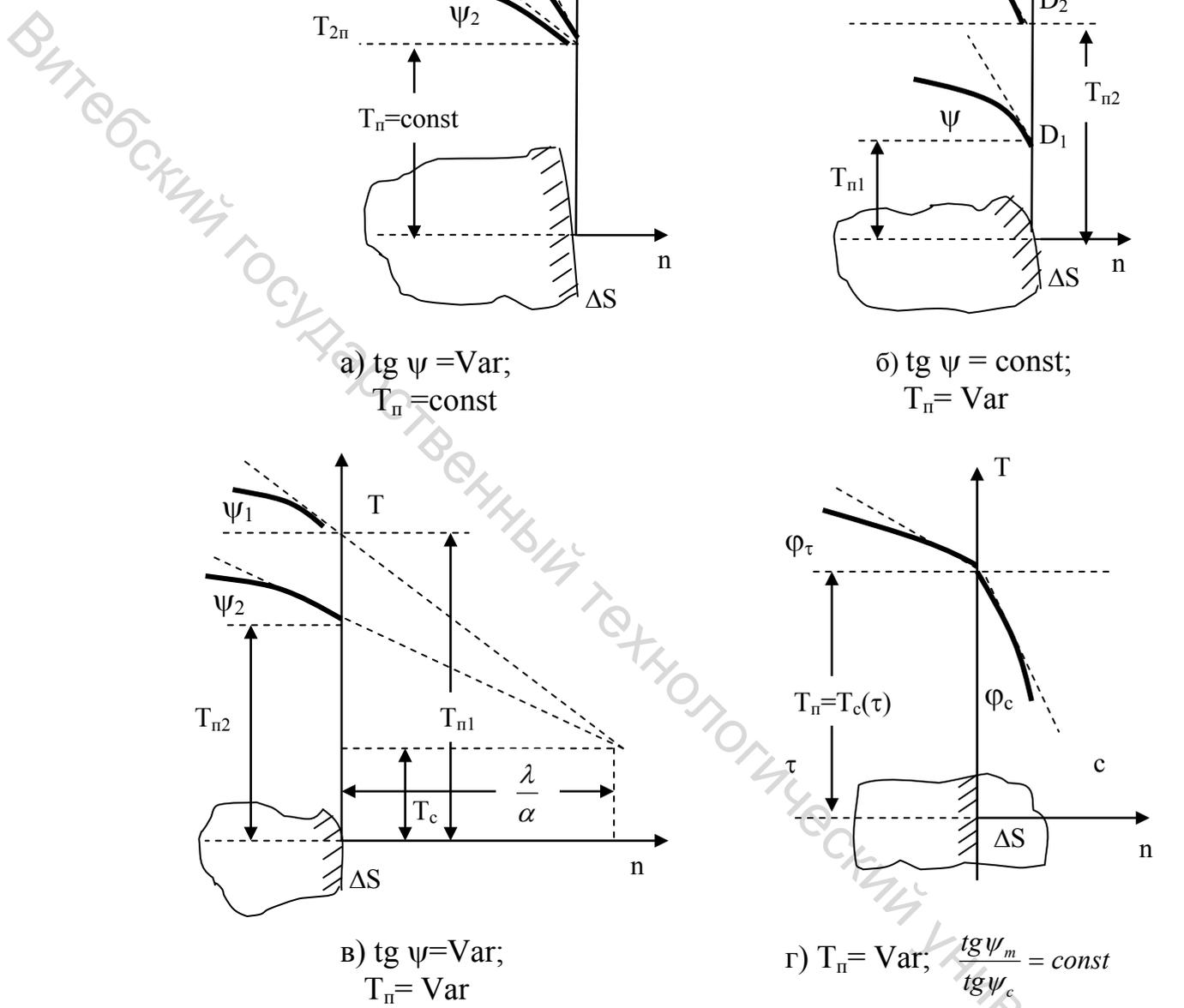


Рис.2.1. Различные способы задания условий на поверхности

На рис. 2.1 изображены на поверхности тела четыре элемента поверхности ΔS с нормалью к ней n (нормаль считается положительной, если она направлена наружу). По оси ординат отложена температура.

Граничное условие первого рода состоит в том, что задана $T_{п}(\tau)$; в простейшем случае $T_{п}(\tau)=const$. Отыскивается наклон касательной к температурной кривой у поверхности тела, а тем самым и количество тепла, отдаваемое поверхностью (см.рис.2.1 а).

Задачи с граничными условиями второго рода имеют обратный характер; задается тангенс угла наклона касательной к температурной кривой у поверхности тела (см. рис.2.1, б); находится температура поверхности тела.

В задачах с граничными условиями третьего рода температура поверхности тела и тангенс угла наклона касательной к температурной кривой – величины переменные, но задается на внешней нормали точка С, через которую должны проходить все касательные к температурной кривой (см. рис.2.1, в) Из граничного условия (2.28) следует

$$tg\psi = \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_п = \frac{T_{п}(\tau) - T_c}{\left(\frac{\lambda}{\alpha} \right)}. \quad (2.31)$$

Тангенс угла наклона касательной к температурной кривой у поверхности тела равен отношению противолежащего катета $[T_{п}(\tau)-T_e]$ к прилежащему катету $\lambda\alpha$ соответствующего прямоугольного треугольника. Прилежащий катет $\lambda\alpha$ является величиной постоянной, а противолежащий катет $[T_{п}(\tau)-T_e]$ непрерывно изменяется в процессе теплообмена прямо пропорционально $tg\psi_{п}$. Отсюда следует, что направляющая точка С остается неизменной.

В задачах с граничными условиями четвертого рода задается отношение тангенсов угла наклона касательных к температурным кривым в теле и в среде на границах их раздела (см.рис.2.1, г)

$$\left(\frac{tg\psi_m}{tg\psi_c} \right) = \frac{\lambda_c}{\lambda} = const \quad (2.32)$$

с учетом совершенного теплового контакта (касательные у поверхности раздела проходят через одну и ту же точку).

Дифференциальное уравнение совместно с начальным и граничным условиями полностью определяют задачу, т.е., зная геометрическую форму тела, начальные и граничные условия, можно дифференциальное уравнение решить до конца и, следовательно, найти функцию распределения температуры в любой момент времени. Таким образом, в результате решения должна быть найдена функция

$$T(x,y,z,\tau) = f(x,y,z,\tau). \quad (2.33)$$

Функция $f(x,y,z,\tau)$ должна удовлетворять дифференциальному уравнению (при подстановки ее вместо T в дифференциальное уравнение теплопроводности оно должно обращаться в тождество), а также начальному и граничному условиям.

2.3. Критерии и числа подобия

В теории обобщенных переменных на основании общих физических соображений доказывается, что множество связей не является собственным свойством исследуемых задач, обусловленным их физической природой. В действительности влияние отдельных факторов, представленных различными величинами, проявляется не порознь, а совместно. Поэтому надо рассматривать не эти отдельные величины, а их совокупность или комплексы, имеющие определенный физический смысл.

Методы теории подобия позволяют на основе анализа дифференциальных уравнений и граничных условий находить эти комплексы, которые можно назвать обобщенными переменными.

Переход от обычных физических величин к величинам комплексного типа, которые составлены из тех же величин, но в определенных сочетаниях

создает важные преимущества. Прежде всего происходит уменьшение числа переменных. В этих величинах более отчетливо выступают внутренние связи, характеризующие процесс.

Новые переменные обладают и другим преимуществом. Заданное значение комплекса величин может быть получено как результат бесчисленного множества различных комбинаций величин, входящих в этот комплекс. Следовательно, фиксированным значениям новых переменных отвечает не одна определенная совокупность первоначальных величин, а бесчисленное множество таких совокупностей. Это значит, что при рассмотрении задачи в новых переменных исследуется не единичный случай, а бесчисленное множество различных случаев, объединенных некоторой общностью средств. Таким образом, новые переменные по своему существу являются обобщенными.

Теория подобия дает общий метод непосредственного преобразования выражений, содержащих дифференциальные операторы, к простейшим алгебраическим выражениям. Суть этого метода состоит в том, что реальный процесс заменяется простейшей условной схемой, в которой все дифференциальные операторы сохраняют постоянное значение в пространстве и времени.

В теории подобия используют не каждый из параметров в отдельности, а комплексы, которые принято называть критериями подобия и обозначать первыми двумя буквами фамилии ученого, особенно много сделавшего для развития данной области знаний.

Например, для выражения $\frac{\alpha l}{\lambda}$ принято название критерия Био:

$$\frac{\alpha l}{\lambda} = Bi \quad (2.34)$$

Вследствие перехода от первоначальных переменных α , l , λ к новой переменной Bi не только уменьшается число аргументов, но и совершается

изменение в самой подстановке всего анализа. Фиксируя значение Био, определяем не одно конкретное явление, а бесчисленное множество различных явлений. Следовательно, в новом понимании индивидуальный случай (отвечающий заданному значению аргумента) – это не единственное явление, а бесчисленная по численности группа подобных между собой явлений. В этом смысле можно сказать, что новые переменные являются обобщенными и, соответственно, весь анализ приобретает обобщенный характер. Т.е, заданным значениям B_i отвечают подобные между собой температурные распределения. Но, поскольку исследуется нестационарный процесс, необходимо выяснить, как определить те моменты времени, для которых получаются подобные распределения.

Очевидно, что процессы в разных системах не будут развиваться синхронно, так как темп перестройки температурного поля зависит и от l , и от λ . Следовательно, возникает задача о правилах определения взаимно соответствующих моментов времени. Для решения этой задачи обратимся к основному уравнению теплопроводности, которым устанавливается связь между темпом перестройки температуры во времени и распределением температуры в пространстве.

Для одномерной задачи имеем:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.35)$$

где a – коэффициент температуропроводности материала.

Применим прием перехода к условной схеме с постоянными значениями производных. Производную $\partial T / \partial \tau$ можно заменить через $\delta T_\tau / \tau$, а производную $\partial^2 T / \partial x^2$ – через $\delta T_l / l^2$ (индексы τ и l означают соответственно изменения температуры за время τ и на протяжении l). Следовательно, для рассматриваемой схемы можно написать

$$\frac{\delta T_\tau}{\delta T_l} = \frac{a \tau}{l^2} \quad (2.36)$$

Если в какой-то момент (например, в начале процесса) распределения подобны, то это подобие может сохраняться только при условии, что соотношение между пространственными и временными изменениями всегда остается постоянным. Отсюда следует, что выражение $a\tau/l^2$ для всех систем должно иметь одинаковое значение.

При заданном начальном распределении температуры любое последующее распределение зависит от длительности процесса τ , коэффициента температуропроводности a и размера системы l . Но существенное значение имеет не каждая из этих величин в отдельности, а вполне определенная их комбинация $a\tau/l^2$. Очевидно, выражение $a\tau/l^2$ представляет собой обобщенную переменную, которую принято называть критерием или числом Фурье:

$$\frac{a\tau}{l^2} = Fo \quad (2.37)$$

Число Фурье имеет смысл обобщенного времени. Поэтому его можно назвать числом гомохронности.

Критерии подобия – это такие комплексы, которые целиком состоят из параметров, заданных по условию. Характерным примером является критерий Био. Некоторые комплексы не являются критериями, а называются обобщенной переменной или числом (например, число Фурье).

В теории обобщенных переменных различают безразмерные величины: критерии подобия и безразмерные переменные. Критерии подобия, состоящие из безразмерных параметров задачи, могут быть двух видов: параметрические и комплексные. Критерии подобия параметрического вида представляют собой отношение одноименных параметров, заданных по условию задачи (отношение длины к высоте или ширины к высоте параллелепипеда и т.д.). Критерии комплексного типа объединяют разнородные параметры (критерии Био, Фурье и т.д.).

Относительные переменные являются отношением переменной величины к постоянному параметру или к их комбинации. Поэтому различают два типа относительных переменных. Наиболее простой тип переменной – это отношение текущей переменной к одноименному параметру (x/l , T/T_0 и т.д.).

Если параметр, соответствующий данной переменной, не задан, то строится комплекс, состоящий из переменной и ряда разнородных параметров, например, $a\tau/l^2$, где l^2/a является комплексом разнородных параметров, имеющим размерность времени. Такие переменные комплексного типа называют числами.

В качестве примера различия между критериями и числами приведем критерий Био и число Нуссельта. Критерий Bi , играющий важную роль в теории температурного поля твердого тела, представляет собой отношение термического сопротивления стенки (l/λ) к термическому сопротивлению передачи тепла на поверхности ($1/\alpha$), причем оба сопротивления непосредственно заданы по условию задачи. Таким образом, Bi является параметром, т.е. критерием подобия.

В противоположность этому при исследовании процессов теплообмена между твердым телом и окружающей средой коэффициент теплообмена α является величиной неизвестной и подлежащей определению. Поэтому вводится новый комплекс, содержащий α . Этот комплекс получается из рассмотрения процесса теплообмена на основе предположения, что у поверхности твердого тела образуется жидкая пленка, через которую тепло передается только теплопроводностью. В таком случае можно написать уравнение

$$\alpha(T_n - T_c) = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_n \quad (2.38)$$

формально совершенно тождественное закону Ньютона. По существу оба уравнения различаются тем, что сюда входит коэффициент теплопроводности

λ жидкости (а не твердого тела) и производная $(\partial T/\partial x)_n$ определяется в приближении к поверхности со стороны жидкости.

Обработка этого уравнения методами теории подобия приводит к выражению $\alpha l/\lambda$. На первый взгляд представляется, что полученный результат отличается от критерия Bi только тем, что он содержит коэффициент теплопроводности жидкости. В действительности же различие гораздо глубже, так как теперь α является величиной неизвестной и, следовательно, комплекс должен быть отнесен к категории относительных переменных или чисел. Поэтому целесообразно ввести здесь новое обозначение и новое наименование. К настоящему установилось наименование числа Нуссельта и обозначение Nu . Число Nu всегда выступает в уравнениях теплообмена в качестве функции.

Приведем наиболее часто встречающиеся числа и критерии подобия

Критерий **Био** $Bi = \frac{\alpha}{\lambda} R$ мера отношения термического

сопротивления стенки l/λ к термическому сопротивлению передачи тепла на поверхности $(1/\alpha)$;

Кирпичева $Ki = \frac{q_c R}{\lambda(T_c - T_0)}$ отношение потока тепла,

подводимого к поверхности тела, к потоку тепла, отводимому внутри тела;

Померанцева $Po = \frac{WR^2}{\lambda(T_c - T_0)}$ отношение количества

тепла, выделяемого источником в единицу времени в объеме x , к максимально возможному количеству тепла, передаваемого теплопроводностью через единицу площади в единицу времени на расстоянии x от конца стержня (при условии, что температура в данной точке равна начальной, а распределение температуры происходит по линейному закону);

Рейнольдса $Re = \frac{VD}{\nu}$ мера отношения сил инерции к

силам трения;

Грасгофа $Gr = \beta g \frac{L^3}{\nu^2} (T - T_{\text{среды}})$ мера отношения сил

трения к подъемной силе, определяемой разностью плотностей в различных точках неизотермического потока;

Прандтля $Pr = \frac{\nu}{a}$ характеризует подобие

физических свойств теплоносителей в процессах конвективного теплообмена. Мера подобия полей температур и скоростей;

Число **Нуссельта** $Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$ отношение плотности

действительного потока тепла, определенного через коэффициент теплообмена α , к плотности потока тепла, который имел бы место в условиях чистой теплопроводности, в слое толщиной l . Характеризует увеличение интенсивности теплообмена вследствие конвекции по сравнению с чистой теплопроводностью в покоящейся среде;

Фурье $Fo = \frac{a\tau}{R^2}$ обобщенное время, т.е. при

заданном начальном распределении температуры, последующее распределение зависит от τ ;

Таким образом, решение задачи должно быть представлено в форме безразмерных величин, которыми искомые относительные переменные определяются как функции независимых относительных переменных и критериев подобия, играющих роль постоянных параметров:

$$Y_T = f(x_i, P_i, R_i) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (2.39)$$

где Y_T – искомая переменная, x_i – независимые переменные, P_i – критерий комплексного типа, R_i – параметрические критерии.

Если вид функции уравнения (2.39) найден для какого – либо частного случая с помощью численного решения уравнений или путем эксперимента, то полученный результат автоматически распространяется на бесчисленное множество явлений, которые объединяются вместе с исходным случаем в

одну группу при выполнении следующих требований (которые необходимо удовлетворить для того, чтобы одинаковым значениям критериев действительно отвечали подобные явления): 1) геометрическое подобие систем; 2) подобие их физической структуры; 3) подобие начальных состояний; 4) подобие условий на поверхности взаимодействия систем с окружающей средой.

Возможность комбинировать критерии и относительные переменные имеет важное значение для рационального построения решений задач тепло- и массообмена.

2.4. Методы решения краевых задач

Дифференциальное уравнение теплопроводности устанавливает зависимость между температурой, временем и координатами тела для бесконечно малого объема. Это уравнение является линейным, однородным дифференциальным уравнением второго порядка с частными производными.

Исследованию и методам решения классического уравнения теплопроводности посвящено большое количество работ. В настоящей работе приводятся операционные методы решения, и главное внимание уделяется выяснению физической сущности соответствующих преобразований. Поэтому в выводах отсутствует детальное математическое исследование применяемых приемов, что сделано с целью приближения методики решения к техническим, инженерным расчетам.

Для многих задач теплопроводности использование классических методов оказывается неэффективным, например, применение метода разделения переменных для задач с внутренними источниками тепла. Решения, получаемые классическими методами, не всегда удобны для практического использования. Часто требуется иметь приближенные решения, которые получат из классических решений трудно. Последнее время широко применяются операционные методы решения.

Метод преобразования Лапласа состоит в том, что изучается не сама функция (оригинал), а ее видоизменение (изображение). Это преобразование осуществляется при помощи умножения на экспоненциальную функцию и интегрирования ее в определенных пределах. Поэтому преобразование Лапласа является интегральным преобразованием.

Интегральное преобразование $f_L(s)$ функции $f(\tau)$ определяется формулой

$$f_L(s) = \int_0^{\infty} f(\tau) e^{-s\tau} d\tau = L[f(\tau)], \quad (2.40)$$

где $f(\tau)$ является оригиналом функции, а $f_L(s)$ – ее изображением, которое обозначается в виде $L[f(\tau)]$. Здесь s может быть и комплексным числом, причем предполагается, что вещественная часть его будет положительной. Для того, чтобы изображение существовало, интеграл (2.40) должен сходиться. Это откладывает определенные ограничения на функцию $f(\tau)$.

Если задача решена в изображениях, то нахождение оригинала по изображению (обратное преобразование) в общем случае выполняется по формуле обращения

$$f(\tau) = L^{-1}[f_L(s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} f_L(s) e^{s\tau} ds. \quad (2.41)$$

Интегрирование происходит в комплексной плоскости $s = \xi + i\eta$ вдоль прямой $\sigma = \text{const}$, параллельной мнимой оси. Действительные числа ξ выбираются так, чтобы все особые точки подынтегрального выражения в (2.41) лежали в левой полуплоскости комплексной плоскости s ($\text{Re } s < \sigma$). Методика такого интегрирования детально изложена в специальных руководствах по теории функций комплексного переменного. В подавляющем большинстве случаев обратное преобразование можно осуществить, не прибегая к контурному интегрированию, а воспользовавшись таблицами [2].

Нахождение оригинала функции по ее изображению может быть выполнено особенно быстро, если изображение совпадает с одним из изображений, содержащихся в таблице [2]. Вместо формулы (2.41) для определения оригинала функции по ее изображению можно воспользоваться следующей формулой обращения :

$$f(\tau) = \lim \left[\frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{n}{\tau} \right)^{n+1} f_L^{(n)} \left(\frac{n}{\tau} \right) \right]. \quad (2.42)$$

Эта формула в принципе дает возможность получить оригинал функции лишь при помощи операций дифференцирования и перехода к пределу.

1. Если изображение представляет собой дробную функцию s :

$$f_L(s) = \frac{\varphi(s)}{\psi(s)} = \frac{A_0 + A_1s + A_2s^2 + \dots}{B_1s + B_2s^2 + \dots}, \quad (2.43)$$

которая является частным случаем двух целых трансцендентных функций, то по теореме разложения имеем

$$f(\tau) = L^{-1} \left[\frac{\varphi(s)}{\psi(s)} \right] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(s)}{\psi'(s_n)} e^{s_n \tau}, \quad (2.44)$$

где s_n – простые корни функции $\psi(s)$; при этом знаменатель имеет счетное множество простых корней и не содержит свободного члена при условии, что $A_0 \neq 0$, для этого необходимо, чтобы существовал интеграл (2.41) от функции $f_L(s)$.

2. Если изображение $f_L(s)$ представляет собой отношение двух полиномов (дробно-рациональная функция), причем степень полинома $\varphi(s)$ меньше степени полинома $\psi(s)$ и полином $\psi(s)$ имеет корни кратности k в точках s_m , то

$$f(\tau) = L^{-1} \left[\frac{\varphi(s)}{\psi(s)} \right] = \sum_m \frac{1}{(k-1)!} \lim \left\{ \frac{d^{k-1}}{ds^{k-1}} \left[\frac{\varphi(s)(s-s_m)^k}{\varphi(s)} e^{s\tau} \right] \right\} \quad (2.45)$$

где сумма берется по всем корням $f_L(s)$. Если все корни $\psi(s)$ простые т.е. все k равны единице, то формула (2.45) переходит в (2.44).

Для иллюстрации техники применения преобразования Лапласа приведем следующий пример.

Дифференциальное уравнение теплопроводности для одномерного потока тепла в пластине имеет вид

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (2.46)$$

Применим преобразование Лапласа относительно переменной τ :

$$L \left[\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} \right] = a L \left[\frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} \right] \quad (2.47)$$

откуда получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами относительно изображения:

$$a \frac{d^2 T_L(x, s)}{dx^2} - s T_L(x, s) + u(x) = 0, \quad (2.48)$$

где функция $u(x)$ описывает начальное распределение температуры.

В этом примере рассмотрим более простой случай, когда

$$T(x, 0) = u(x) = 0, \quad (2.49)$$

т.е. когда в начальный момент времени температура во всех точках была одинакова и равна нулю.

Тогда уравнение (2.48) примет вид

$$T^*_L(x, s) - \frac{s}{a} T_L(x, s) = 0. \quad (2.50)$$

Решение дифференциального уравнения (2.50) можно написать непосредственно, а именно

$$T_L(x, s) = A \operatorname{ch} \sqrt{\frac{s}{a}} x + B \operatorname{sh} \sqrt{\frac{s}{a}} x = A_1 e^{\sqrt{\frac{s}{a}} x} + B_1 e^{-\sqrt{\frac{s}{a}} x}, \quad (2.51)$$

где A , B , $A_1 = (A+B)/2$ и $B_1 = (A-B)/2$ – постоянные относительно x , но зависящие от s величины.

Если заданы граничные условия, то, определив постоянные A и B или A_1 и B_1 , при помощи таблицы изображений или теоремы разложения находим оригинал $T(x, \tau)$.

Рассмотрим ту же задачу, но при начальном распределении температуры как некоторой функции x , т.е.

$$T(x, 0) = u(x). \quad (2.52)$$

После применения преобразования Лапласа относительно переменной τ к дифференциальному уравнению (2.47) получим дифференциальное уравнение для изображения (2.48):

$$a T^*_L(x, s) - s T_L(x, s) + u(x) = 0. \quad (2.53)$$

Решение этого неоднородного уравнения легко получить стандартными методами, например методами вариации произвольных постоянных, изложенных в учебниках по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Оно имеет вид

$$T_L(x,s) = Ach\sqrt{\frac{s}{a}}x + Bch\sqrt{\frac{s}{a}}x + \sqrt{\frac{a}{s}}ch\sqrt{\frac{s}{a}}x \int_0^x u(\xi)sh\sqrt{\frac{s}{a}}\xi d\xi - \sqrt{\frac{a}{s}}sh\sqrt{\frac{s}{a}}x \int_0^x u(\xi)ch\sqrt{\frac{s}{a}}\xi d\xi \quad (2.54)$$

После определения произвольных постоянных А и В из граничных условий решение задачи сведется к определению оригинала по изображению $T_L(x,s)$.

Если в начальный момент времени температура во всех точках одинакова и равна T_0 , т.е. $u(x)=T_0=const$, то из (2.54) получаем

$$T_L(x,s) - \frac{T_0}{s} = A'ch\sqrt{\frac{s}{a}}x + B'\sqrt{\frac{s}{a}}x = A_1'e^{\sqrt{\frac{s}{a}}x} + B_1'e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}x}, \quad (2.55)$$

$$\text{где } A' = T_L(0,s) - T_0/s = A - T_0/s, \quad (2.56)$$

$$B' = B, \quad (2.57)$$

$$A_1' = (A' + B')/2; B_1' = (A' - B')/2. \quad (2.58)$$

К этому же результату можно было прийти, если в дифференциальном уравнении (2.53) при постоянной начальной температуре $u(x)=T_0=const$ сделать замену переменной $T_L(x,s) = U(x,s) - T_0/s$, в результате чего уравнение (2.53) превратилось бы в уравнение (2.50), а решение последнего известно.

Так как A' , B' , A_1' , B_1' - постоянные относительно x и определяются из граничных условий, то верхние индексы можно отбросить и написать решение дифференциального уравнения (2.53) при постоянной начальной температуре в таком виде:

$$T_L(x,s) - \frac{T_0}{s} = Ach\sqrt{\frac{s}{a}}x + Bsh\sqrt{\frac{s}{a}}x = A_1e^{\sqrt{\frac{s}{a}}x} + B_1e^{-\sqrt{\frac{s}{a}}x}, \quad (2.59)$$

постоянные A и B каждый раз определяются из соответствующих граничных условий.

В заключение отметим, что наибольшая трудность в решении уравнения теплопроводности для разнообразных краевых условий состоит в нахождении оригинала по полученному изображению T_L .

Применение интегрального преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений теплопроводности имеет ряд преимуществ перед классическими методами интегрирования дифференциальных уравнений и перед некоторыми другими методами интегральных преобразований.

Во-первых, процесс применения интегрального преобразования Лапласа однотипен для задач самого различного характера и различных форм тела, способ решения является более прямым, не требующим особого искусства и подхода к решению каждого нового типа задач.

Во-вторых, интегральные преобразования Лапласа позволяют одинаково хорошо решать задачи при граничных условиях первого, второго, третьего и четвертого родов, без введения каких-либо новых допущений или преобразований.

В-третьих, наличие большого числа простых теорем позволяет получить наиболее подходящие для конкретной обстановки результаты; в частности, получать решения в форме, удобной для расчета при малых и больших значениях времени.

В-четвертых, этот метод позволяет особенно легко решать задачи с простыми начальными условиями; наиболее эффективно использование преобразования Лапласа по временной координате для тел, имеющих неограниченную или полуограниченную протяженность.

В-пятых, эффективность решения разнообразных задач методом преобразования Лапласа в значительной мере усиливается наличием весьма подробных таблиц изображений.

Интегральное преобразование Лапласа имеет свои недостатки. В частности, известные трудности возникают при решении задач, когда

начальные условия заданы в виде функции пространственных координат, или при решении некоторых многомерных задач. В этой связи был предложен ряд методов интегральных преобразований по пространственным координатам в соответствии с геометрической формой тела.

Если преобразование берется по пространственной координате x , то интегральное преобразование функции $f(x)$ может быть представлено так:

$$[f(p)]_{F,H} = \int_0^{\infty} K(p,x)f(x)dx \quad (2.60)$$

Если ядро преобразования $K(p,x)$ берется в виде $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin px$ или $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos px$, то это интегральное преобразование соответственно называется синус- или косинус-преобразованием Фурье. Если же ядром преобразования выбрана функция Бесселя $K(p,x) = xJ_\nu(px)$, то оно носит название преобразования Ханкеля. В частном случае, если пределы интегрирования изменяются от $-\infty$ до $+\infty$, а ядро имеет вид

$$K(p,x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(ipx),$$

то получаем комплексное интегральное преобразование Фурье. Комплексное преобразование Фурье удобно применять для тел неограниченной протяженности, синус-преобразование Фурье следует использовать, когда на поверхности тела задано значение функции, т.е. имеют место граничные условия первого рода, а косинус-преобразование Фурье – когда решаются дифференциальные уравнения переноса при граничных условиях второго рода. Преобразование Ханкеля применяется в том случае, когда тело имеет осевую симметрию. Практическое применение названных интегральных преобразований после появления подробных таблиц изображения не вызывает особых затруднений.

В тех случаях, когда использование преобразований Фурье оправдано, а значения интересующих нас изображений отсутствуют, оригиналы изображений можно найти по следующим достаточно простым формулам обращения для:

комплексного преобразования Фурье

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} [f(p)]_F \exp(-ipx) dp, \quad (2.61)$$

синус - преобразование Фурье

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} [f_s(p)]_{Fs} \sin pxdp, \quad (2.62)$$

косинус – преобразование Фурье

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} [f_c(p)]_{Fc} \cos pxdp, \quad (2.63)$$

преобразования Ханкеля

$$f(r) = \int_0^{\infty} r [f_v(p)]_H J_v(pr) dp. \quad (2.64)$$

Особенностью названных преобразований является то, что верхний предел интегрирования равен бесконечности. Если в преобразовании Лапласа (2.40), которое в большинстве случаев применяется по отношению к временной координате, бесконечный предел интегрирования обусловлен самим ходом нестационарного временного процесса, то в преобразованиях Фурье и Ханкеля (2.61-2.64) по пространственным координатам наличие

бесконечного предела суживает круг применения этих методов. Другими словами, интегральное преобразование (2.61-2.64) успешно можно применять только к задачам для тел полуограниченной протяженности. Кроме того, следует отметить, что при использовании преобразований Фурье, особенно синус – и косинус – преобразований, необходимо обращать большое внимание на сходимость интегралов, так как условия сходимости здесь становятся более жесткими, чем условия сходимости соответствующих интегралов для преобразования Лапласа.

Таким образом, методы интегрального преобразования приобретают весьма существенное преимущество перед классическими методами, так как они дают возможность получить ряд закономерностей протекания физических процессов на основе анализа решения для усредненных значений исследуемой физической величины (анализ решения для изображения).

Особые преимущества интегральных преобразований обнаруживаются при решении систем дифференциальных уравнений в частых производных. Методика решения систем уравнений при этом принципиально не отличается от методики решения отдельных уравнений и осуществляется рядом последовательных операций. Например, для одномерных задач теплопроводности, зависящих от координат и времени, необходимо:

- 1) на основе анализа дифференциального уравнения и краевых условий выбрать подходящее интегральное преобразование или группу интегральных преобразований;

- 2) умножить дифференциальное и граничные условия на выбранное ядро преобразования и проинтегрировать полученные выражения в соответствующих пределах по переменной, подлежащей исключению; в результате вместо системы дифференциальных уравнений в частных производных относительно оригинала функций получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для изображений функций, которые учитывают начальные (при использовании преобразований Лапласа) или граничные (при использовании преобразования Фурье) условия.

3) решить обыкновенное дифференциальное уравнение относительно преобразованных функций. (Если решение полученного уравнения вызывает известные трудности, то к нему следует еще раз применить подходящее интегральное преобразование относительно второй независимой переменной. В результате преобразования получаем алгебраическое уравнение, решение которого более элементарно. После нахождения выражений для дважды преобразованных функций применяют к ним обратное преобразование. Получаемое решение и будет являться решением искомого дифференциального уравнения);

4) уточнить выражения произвольных постоянных, содержащихся в решении уравнения, для чего используются краевые условия рассматриваемой задачи;

5) используя известные соотношения между изображением функции и ее оригиналом или формулы обратного преобразования, найти оригиналы преобразованных функций, а следовательно, и окончательное решение задачи.

3. ПРОЦЕССЫ, ПРОТЕКАЮЩИЕ ПРИ ТЕРМООБРАБОТКЕ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

3.1. Усадка материалов

При термообработке в различных средах (горячий воздух, горячая вода, пар) размеры большинства материалов изменяются. Изменение линейных размеров материала, вследствие каких-либо воздействий называется усадкой.

Усадку выражают в процентах от первоначальных размеров материала. Различают линейную усадку Y_l , поверхностную Y_s и объемную усадку Y_v , вычисляемые по формулам:

$$\begin{aligned} Y_l &= \frac{L_1 - L_2}{L_1} * 100 \\ Y_s &= \frac{S_1 - S_2}{S_1} * 100 \\ Y_v &= \frac{V_1 - V_2}{V_1} * 100 \end{aligned} \quad (3.1)$$

где L_1, S_1, V_1 – соответственно первоначальные линейные размеры образца в мм, площади образца в мм^2 и его объема в мм^3 , L_2, S_2, V_2 – соответственно линейные размеры, площадь и объем образца после каких-либо воздействий.

Наиболее часто определяют линейную и поверхностную усадку. Усадка считается положительной, если происходит уменьшение размеров материала по сравнению с первоначальными, и отрицательной, если размеры материала увеличиваются. Отрицательная усадка наблюдается у некоторых тканей и трикотажных полотен и называется притяжкой.

Усадка материалов происходит в процессе удаления влаги из них (при сушке). Сушка является важным технологическим процессом при производстве многих материалов, в том числе и текстильных. Процесс удаления влаги имеет свои специфические особенности в зависимости от

основных коллоидно-физических свойств и пористости влажного материала. Все влажные материалы можно разделить на три вида [3]:

1. *Типичные коллоидные тела* (эластичные гели). При удалении жидкости эти тела значительно изменяют свои размеры, но сохраняют свои эластические свойства (желатин, агар-агар и т.д.).

2. *Капиллярнопористые тела* (хрупкие гели). При удалении жидкости эти тела становятся хрупкими, мало сжимаются и могут быть превращены в порошок (влажный кварцевый песок, древесный уголь и т.д.).

3. *Капиллярнопористые коллоидные тела*, обладающие свойствами первых двух видов. Стенки их капилляров эластичны и при поглощении жидкости набухают. К числу этих тел принадлежит большинство материалов, подвергаемых сушке (древесина, картон, текстильные нити, ткани, кожа и т.д.)

Влажные материалы, подвергаемые термической обработке или периодическому воздействию тепла и влаги, изменяют свои физические свойства. Эти изменения обусловлены молекулярным характером связи поглощенной жидкости с веществом тела. Кроме того, перенос поглощенной жидкости или пара (а также тепла) внутри коллоидного капиллярнопористого тела зависит от характера молекулярной связи жидкости, содержащейся в теле, с веществом скелета тела. Поэтому анализ видов связи вещества, поглощенного коллоидными капиллярнопористыми телами, представляет особый интерес.

Процесс удаления жидкости из тела сопровождается нарушением связи ее с телом, на что затрачивается определенная энергия. Поэтому классификация форм связи веществ должна быть построена по принципу изучения интенсивности энергии связи. По такому принципу построена схема акад. П.А.Ребиндера таблице 3.1.

В зависимости от основных коллоидно-физических свойств материалов, а также характера связи влаги с материалом процесс сушки, а, следовательно, и усадки, протекает по разным механизмам.

Капиллярнопористые тела, например глина, дают усадку не на протяжении всего процесса, а только в периоде постоянной скорости сушки,

причем усадка прекращается примерно при достижении критической влажности, если градиент влажности внутри сушеного материала мал.

На рис. 3.1 приведены графики, характеризующие изменение размера кирпичика из глины в процессе сушки при температурах от 17 до 105⁰С. Графики показывают, что усадка глины происходит не в течение всего процесса сушки, а только до определенного влагосодержания, приблизительно равного первому критическому влагосодержанию.

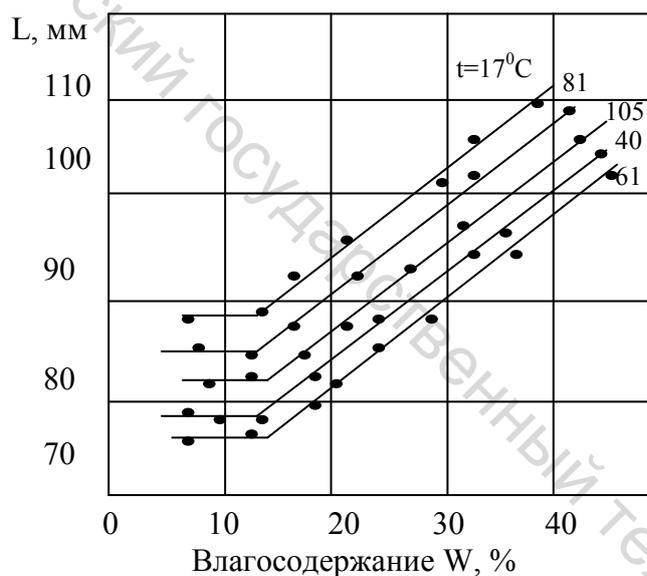


Рис. 3.1. Кривые усадки глины при разных температурах

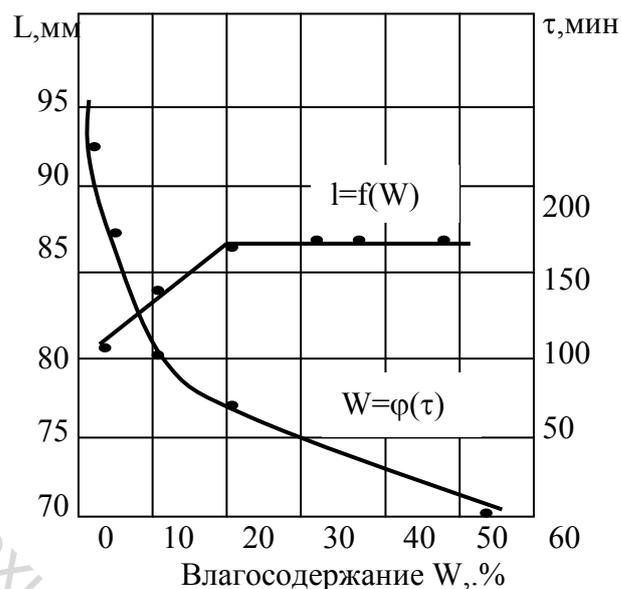


Рис. 3.2. Кривые усадки и сушки ткани

Капиллярнопористые коллоидные тела дают усадку только в период падающей скорости сушки, т.е усадка начинается лишь после достижения определенного влагосодержания, тоже приблизительно равного критическому влагосодержанию. К таким материалам относятся древесина, текстильные нити, ткани и др.

На рис. 3.2 приведены кривые усадки и сушки тканей из нитроновой высокообъемной пряжи, из которых видно, что в период постоянной скорости сушки длина образца остается неизменной и только, начиная с критической точки, уменьшается, т.е. усадка происходит только в период падающей скорости сушки.

Таблица 3.1

Классификация форм связи вещества (влаги) с материалом по схеме акад. П.А.Ребиндера

	1.Химическая связь (связь в точных количественных соотношениях)		2.Физико-химическая связь (связь в различных нестрогоопределенных соотношениях)			
Характер данной формы связи	Ионная связь	Молекулярная связь (гидратная вода)	Адсорбционная связь (связь влаги в гидратных оболочках)			Осмотическая связь
Условия образования данной формы связи с влагой	Химические реакции (гидратация)	Кристаллизация из раствора(образование кристаллогидратов)	Растворение в воде, предел адсорбции влаги молекулами и ионами, образование сольватных оболочек	Адсорбция влаги		Избирательная диффузия через полупроницаемую оболочку
Причина, обуславливающая данную форму связи	Первичная валентность (электростатические силы)	Вторичные валентности	Молекулярное силовое поле			Осмотическое давление
			Всех молекул	Молекул и мицелл внешней и внутренней поверхности	Молекул внешних поверхностей	
Примеры тел, образующих данную форму связи	$Ca^{2+} = O^{2-} + H^+ - OH^- \rightarrow Ca^{2+} (OH^-)_2$	$CuSO_4 + 5H_2O$	Тела, образующие ионно-дисперсные или молекулярно-дисперсные водные растворы	Гидро(-лио)фильные тела	Гидро(-лио)фобные тела	Растительные клетки с концентрированным раствором
Интенсивность (энергия связи)	Очень сильная связь	Сильная связь	Связь средней интенсивности			Слабая обратимая связь-удерживание
			Необратимая	Трудно обратимая	Обратимая	
Условия нарушения связи	Химическое взаимодействие, иногда прокаливание	Прокаливание	Испарение влаги	Десорбция	Дезадсорбция	Влагоотнятие, образование более концентрированного раствора
Изменение тела и воды вследствие осуществления данной формы связи с влагой	Образуется новое тело. Вода как таковая исчезает и входит в состав нового вещества	Тело резко меняет свои свойства. Вода входит в структуру кристалла	Тело спонтанно диспергируется до ионов или молекул, так как энергия образования сольвата больше сил сцепления частиц вещества между собой. Вода входит в сольватные оболочки и находится в свободном состоянии. Образуется истинный раствор Вода входящая в сольватные оболочки, не меняет своих свойств.	Тело меняет свои свойства – пластифицируется. Вода является понизителем твердости – пластификатором. Происходит набухание материала вследствие внедрения воды – дисперсной среды в межмицеллярные пространства. В пределе образуется коллоидный раствор. Вода теряет свои свойства.	Поверхностный слой меняет свои свойства вследствие того, что образуется поверхностный слой воды (мономолекулярный слой связан наиболее сильно). Связанная часть влаги теряет свои свойства.	Набухание тела

Продолжение таблицы 3.1

3. Физико-механическая (удерживание воды в неопределенных соотношениях)				
Характер данной формы связи	Структурная связь	Связь в микрокапиллярах	Связь в макрокапиллярах	Связь смачивания
Условия образования данной формы связи с влагой	Образование геля	Поглощение воды из влажного воздуха либо непосредственным соприкосновением	Поглощение воды непосредственным соприкосновением в сквозных капиллярах и поглощение из влажного воздуха в замкнутых капиллярах	Прилипание воды при непосредственном соприкосновении с поверхностью тела
Причина, обуславливающая данную форму связи	Вода захватывается при образовании структуры геля	Капиллярное давление, обусловленное кривизной поверхности жидкости	То же	Поверхностное натяжение характеризуется углом смачивания $\theta < 90$
Примеры тел, образующих данную форму связи	Студнеобразующие тела (1% твердой фазы + 99% воды)	Тело с капиллярами $r < 10^{-5}$ см	Тело с капиллярами $r > 10^{-5}$ см	Непористые смачиваемые (гидрофильные тела)
Интенсивность (энергия связи)	Механическое удерживание воды, мономолекулярный слой связан адсорбционно	Механическая связь воды (слой у стенок связан адсорбционно)		Механическое удерживание воды (слой влаги у поверхности тела связан адсорбционно)
Условия нарушения связи	Испарение, отжатие влаги давлением, нарушение структуры	Давление большее, чем капиллярное; испарение		Механические способы испарения

Коллоидные тела, а также некоторые капиллярнопористые коллоидные сокращают свои размеры на протяжении всего процесса термообработки. На рис. 3.3 дана кривая усадки типичного коллоидного тела. Из графика видно, что с понижением влагосодержания усадка увеличивается на протяжении всего процесса термообработки.

Все вышеприведенные примеры показывают, что изменение линейных размеров материала с уменьшением влагосодержания его происходит по закону прямой. Эта линейная зависимость подтверждается многочисленными экспериментами по термообработке разнообразных материалов и имеет место, когда градиент влагосодержания внутри материала невелик.

Таким образом, если обозначить линейный размер материала (длина, ширина, высота) через l при влагосодержании его W , то можно написать (рис. 3.4):

$$l = l_0(1 + \beta_l W) \quad (3.2)$$

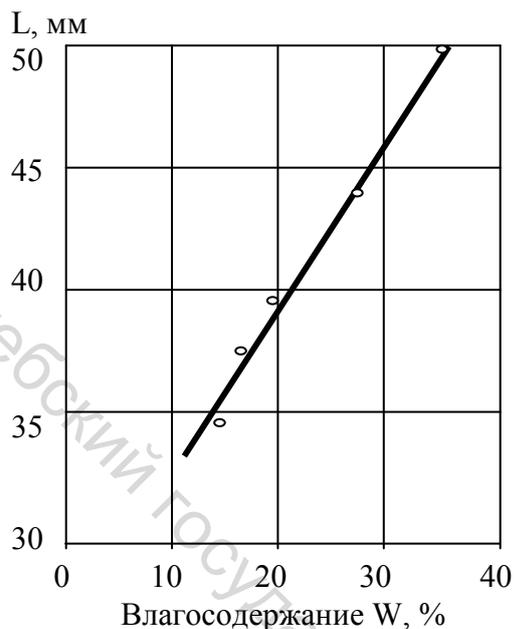


Рис. 3.3. Кривая усадки коллоидного тела

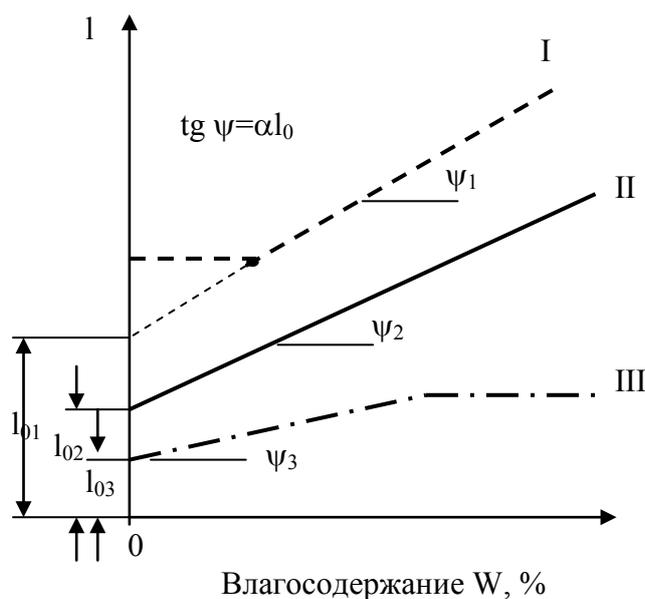


Рис. 3.4. Типичные кривые усадки коллоидных капиллярнопористых тел ($l_{02}=l_{\text{сух}2}$; $l_{03}=l_{\text{сух}3}$; $l_{01}<l_{\text{сух}1}$)

где l_0 – постоянная величина.

Для материалов типов 2 и 3, у которых усадка происходит в периоде падающей скорости сушки, l_0 – линейный размер абсолютно сухого материала; для материалов, которые не имеют усадки в периоде падающей скорости, l_0 – отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат, причем l_0 меньше линейного размера абсолютно сухого тела; β_1 – коэффициент линейной усадки, характеризующий интенсивность усадки в 1%, т.е.

Для материалов 2 и 3 (рис.3.4) коэффициент линейной усадки показывает относительное (по отношению к линейному размеру абсолютно сухого материала) уменьшение линейного размера материала при удалении из него 1% влаги.

Формула 3.2 справедлива при сравнительно небольших градиентах влагосодержания внутри материала. При большом градиенте влагосодержания поверхностные слои материала будут сокращаться быстрее средних.

Для практических расчетов изменения линейных размеров тела можно воспользоваться эмпирической формулой

$$l = l_0 (1 + \beta_l' W)^n \quad (3.3)$$

где n – постоянная для данного материала, β_l' – коэффициент линейной усадки, отнесенный к разнице средних влагосодержаний.

3.2. Исследование усадки текстильных материалов

Усадка текстильных материалов есть результат проявления комплекса явлений, основными из которых являются:

1. Обратные релаксационные процессы, происходящие в результате деформации волокон, пряжи и полотна в процессе его создания;
2. Набухание волокон и нитей, вызывающее увеличение их поперечника.

Чем сильнее нити, тканые и трикотажные полотна растянуты в процессах переработки, тем больше неуравновешенность материала и тем больше он усаживается, освобождаясь от напряженного состояния. Под влиянием влаги и тепла обратные релаксационные процессы протекают быстрее. Это объясняется тем, что молекулы воды проникают в полярные группы полимера и гидролизуют его. Кроме того, располагаясь в межмолекулярном пространстве, они увеличивают расстояние между отдельными молекулами, вследствие чего она набухает. Вода также оказывает действие «смазки» и подвижность молекул увеличивается, а одновременное повышение температуры увеличивает колебательное движение молекул. С увеличением расстояния между активными группами соседних молекул энергия межмолекулярных связей уменьшается, и эти связи могут частично разрушаться. Все вышеизложенные факторы влияют на усадку текстильных материалов.

Известны три типа усадки текстильных изделий:

1. *Обратимая* усадка, изменяющаяся соответственно содержанию влаги. Эта усадка изменяется в широких пределах в зависимости от условий.

2. *Необратимая* усадка, достигающая значительных размеров в процессе эксплуатации изделий в мокром состоянии. Особенно большую усадку имеют текстильные материалы, содержащие вискозное волокно в количестве 50% и более.

3. *Тепловая* усадка, наблюдаемая у материалов с содержанием синтетических волокон, в которых при воздействии высокой температуры возникают необратимые деформации.

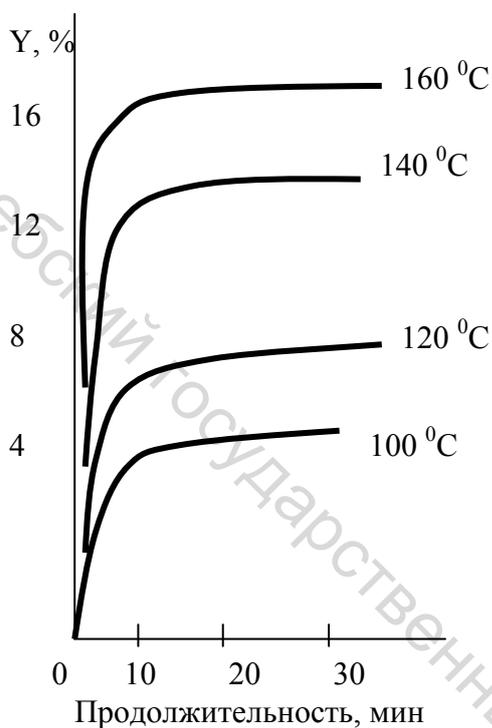
Протекание релаксационных явлений при термической обработке текстильных материалов определяется выбором условий (среды, температуры, времени, величины механического напряжения). Процессы термообработки проводятся при температурах значительно выше температуры стеклования, что обеспечивает достаточную подвижность макромолекул. Процесс релаксации, протекающий при термообработке, является типичным термоактивационным процессом. Поэтому оптимальная продолжительность термообработки определяется кинетикой этого процесса, резко зависящей от температуры и внешнего напряжения $\tau=f(t, \sigma)$.

Термообработка текстильных изделий может проводиться в свободном состоянии и с приложением к изделиям внешнего механического поля. Протекание релаксационных процессов при термообработке в свободном состоянии сопровождается усадкой, скорость которой и абсолютная величина тем больше, чем выше температура (рис. 3.5).

Усадка имеет очевидную энергетическую и энтропийную составляющие и протекание процессов релаксации для волокон, термообрабатываемых в свободном состоянии, может быть представлено уравнением [4].

$$\frac{\Delta l}{l} = C \exp\left(-\frac{\Delta F_a}{RT}\right) = C \exp\left[-\left(\frac{\Delta E_a}{RT} - \frac{\Delta S_a}{R}\right)\right] \quad (3.4)$$

где ΔF_a – изменение свободной энергии (свободная энергия активации); ΔE_a и ΔS_a – составляющие энергии активации, имеющие энергетическую и энтропийную природу; C – постоянная величина для данного образца.



Пользуясь аппаратом теории абсолютных скоростей реакций, можно полагать, что множитель C пропорционален частоте элементарных актов перехода участка молекулы из одного состояния в другое под влиянием тепловых флуктуаций и приложенной силы:

$$C \approx \frac{kT}{h} \quad (3.5)$$

Рис. 3.5. Кинетика усадки полиэфирного волокна при различных температурах обработки

где k – постоянная Больцмана; h – постоянная Планка.

Рибник [5] на основе теоретического рассмотрения процесса усадки волокон предложил уравнение, связывающее величину усадки при данном времени τ с условиями процесса

$$\frac{\Delta l}{l} = \tau \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta E_a}{RT}\right) \exp\left(-\frac{\delta\sigma}{2kT}\right) \quad (3.6)$$

где δ - перемещаемый объем; σ - механическое напряжение.

Температурная зависимость усадки, как показано в работах [4,5], хорошо описывается уравнением вида:

$$\frac{\Delta l}{l} = C \exp\left(-\frac{\Delta E_a}{RT}\right) \quad (3.7)$$

Сравнительные исследования процессов усадки химических волокон и нитей при термообработке в свободном состоянии описаны в работах [6,7]. В них приводится зависимость, описывающая усадку как функцию от обратной температуры:

$$\frac{\Delta l}{l} = A \exp\left(-\frac{B}{T}\right) \quad (3.8)$$

где l_0 – начальная длина образца; Δl – изменение длины образца; A и B – коэффициенты, зависящие от вида полимера и определенного интервала температуры.

Как показано в этих работах, на графиках, построенных в полулогарифмических координатах, для аморфно-кристаллических полимеров имеются два температурных участка (низко- и высокотемпературный). Для аморфных полимеров высокотемпературный участок отсутствует (рис. 3.6).

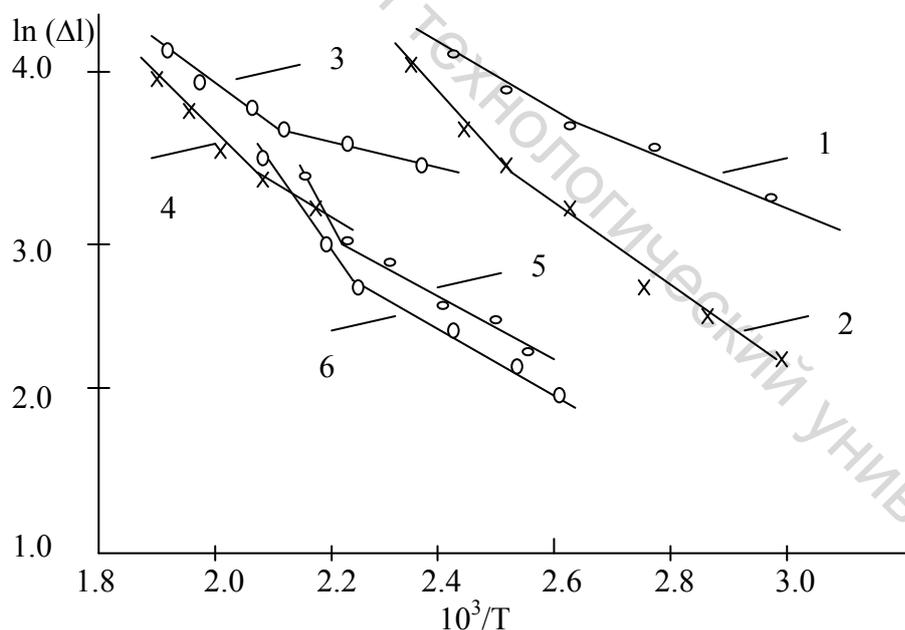


Рис 3.6. Зависимость усадки волокон из различных полимеров от обратной температуры

1-полиэтилен; 2-полипропилен; 3-кристалл. полиэтилентерефталат; 4-полигексаметиленадипамид; 5-поликапроамид; 6-поливиниловый спирт.

Наличие двух температурных областей с разными закономерностями усадки связано с различием механизмов процессов.

Константы, характеризующие наклон кривых в низкотемпературной (B_1) и высокотемпературной (B_2) областях для различных полимеров, имеют величины, приведенные в таблице 3.2.

Между константами A и B существует достаточно четкая зависимость:

$$\ln A = a + bB \quad (3.9)$$

где a и b – коэффициенты, общие (с определенной погрешностью) для ряда волокон.

Таблица 3.2

Некоторые характеристики процесса усадки волокон из различных полимеров

Волокна	Низкотемпературная область		Высокотемпературная область	
	B_1	$(\Delta E_a)_1, \text{кДж/моль}$	B_2	$(\Delta E_a)_1, \text{кДж/моль}$
<i>Аморфно-кристаллические полимеры</i>				
Полиэтиленовое	$3,3 \cdot 10^3$	27	$5,0 \cdot 10^3$	42
Полипропиленовое	$4,3 \cdot 10^3$	36	$5,6 \cdot 10^3$	47
Поливинилспиртовое с кратностью вытяжки				
1,8x1,0	$1,6 \cdot 10^3$	13	$8,0 \cdot 10^3$	67
3,0x1,0	$3,3 \cdot 10^3$	27	$13 \cdot 10^3$	108
1,8x2,9	$4,8 \cdot 10^3$	40	$10,0 \cdot 10^3$	83
3,0x2,0	$4,3 \cdot 10^3$	36	$9,3 \cdot 10^3$	77
Поликапроамидное	$2,3 \cdot 10^3$	19	$4,3 \cdot 10^3$	36
Полиэтилентерефталатное	$2,4 \cdot 10^3$	24	$4,2 \cdot 10^3$	35
<i>Аморфные полимеры</i>				
Поливинилхлоридное	$(1-1,1) \cdot 10^4$	83-92	-	-
Триацетилцеллюлозное	$3,5 \cdot 10^4$	290	-	-
Полиэтилентерефталатное (аморфное)	$6,5 \cdot 10^3$	540	-	-
Полиэтилентерефталатное (кристаллизующееся)	$0,7 \cdot 10^3$	59	$3,5 \cdot 10^3$	29

При проведении процесса термической обработки с заданной величиной усадки происходят одновременно процессы релаксации деформации и релаксации напряжений. Этот случай описывается уравнениями (3.4) и (3.6). На рис. 3.7 приведена зависимость усадки от механического напряжения для полиэтилентерефталатного волокна.

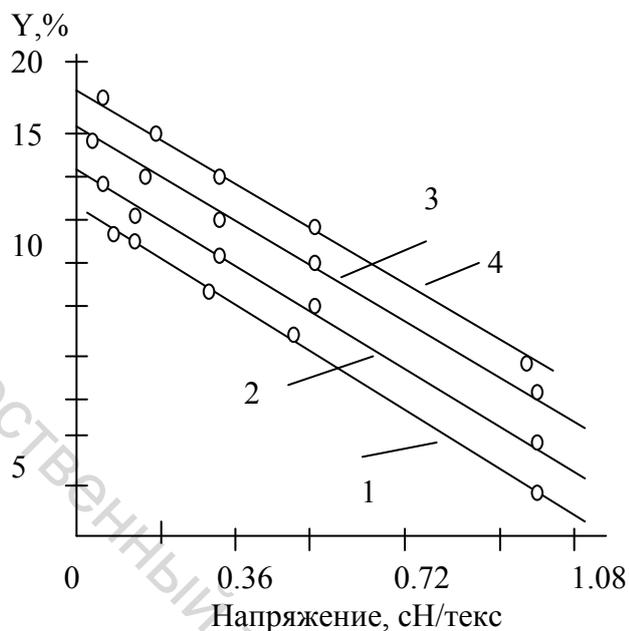


Рис. 3.7. Зависимость усадки полиэтилентерефталатного волокна при 180⁰С от механического напряжения при различной продолжительности усадки (в с.). 1-10; 2-100; 3-1000; 4-∞

Другим часто встречающимся процессом термообработки является нагревание волокон и нитей в условиях фиксации постоянства длины. При таком методе термообработки происходит постепенная релаксация внутренних напряжений, протекающая по общей зависимости, описывающей релаксационный спектр:

$$\sigma(\tau) = \varepsilon_j \sum_{j=1}^j E_j \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{p,j}}\right) \quad (3.10)$$

где ε_j – приведенная величина относительной деформации, зависящая от кратности ориентационной вытяжки при получении химических волокон и нитей, а также степени протекания релаксационных процессов при упрочнении; E_j – коэффициент, имеющий размерность модуля деформации и учитывающий вклад каждого j –того релаксационного процесса; $\tau_{p,j}$ – продолжительность релаксации каждого j –того релаксационного механизма.

Для описания процессов усадки при термообработке может быть использовано уравнение Кольрауша:

$$\sigma(\tau) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_p}\right)^k + \sigma_\infty \quad (3.11)$$

где σ_0 – релаксирующая часть напряжения; τ_p – время релаксации; k – константа для данного полимера при данной температуре; σ_∞ – равновесное напряжение.

Время достижения заданной усадки экспоненциально зависит от температуры.

Для процесса термообработки в свободном состоянии:

$$\tau = \tau_0 \exp\frac{E_a}{RT} \quad (3.12)$$

Для процесса термообработки при постоянной длине:

$$\tau = \tau_0 \exp\frac{E_a + \Delta E_a}{RT} \quad (3.13)$$

где τ_0 – временная константа релаксации; E_a – кажущаяся энергия активации терморелаксационного процесса; ΔE_a – энергетический вклад напряжений, снимаемых при термической обработке в фиксированном состоянии.

Величины, входящие в уравнения (3.12, 3.13) и характеризующие протекание процессов термообработки, приведены ниже:

Таблица 3.3

Волокна	τ_0 , с	E_a , кДж/моль	ΔE_a , кДж/моль
Поливинилспиртовые обычной прочности	$0,25 \cdot 10^{-13}$	145	0,6-4
высокопрочные	-	145	5,5-65
Полиэтилентерефталатные	$10^{-14} - 10^{-15}$	105-125	-

Проведение процессов термообработки в некоторых случаях лимитируется высокой температурой стеклования полимера или протеканием побочных деструктивных процессов. Это, например, характерно для целлюлозных волокон. Поэтому термическая обработка их проводится при одновременном действии температуры и набухания в водной среде.

3.3. Анализ процесса усадки комбинированных высокоусадочных нитей

Протекание процессов усадки комбинированных высокоусадочных нитей при термической обработке определяется как способом получения нитей, так и выбором условий (температуры, времени, среды), необходимых для достижения оптимума свойств и необходимой равновесности нитей.

Процесс термообработки можно условно разделить на три этапа.

Первая стадия характеризуется прогревом комбинированной высокоусадочной нити. Комплексная высокоусадочная нить покрыта натуральными или химическими волокнами. Тепло должно проходить через волокнистую оболочку покрытия и достигать поверхности высокоусадочной нити, прогревая ее до температуры, при которой протекают релаксационные процессы (до температуры стеклования полимера $T_{ст}$). Продолжительность

этой стадии определяется условиями теплоотдачи и физико-химическими свойствами покрытия (низкоусадочного компонента).

В случае, когда процесс термообработки проводится в присутствии воды, то большое влияние на продолжительность процесса оказывают скорость диффузии воды через слой покрытия, вызывающей сольватацию полимерных или других функциональных групп макромолекул полимера высокоусадочной нити.

При достижении на поверхности стержневой высокоусадочной нити температуры равной температуре стеклования, происходит ослабление межмолекулярного взаимодействия и “расслабление” первоначальной структуры, возникшей в высокоусадочной нити в процессе ее формирования. В зависимости от начальной величины энергии межмолекулярного взаимодействия E_1^0 , период расфиксации $t_0 - t_1$ (рис 3.8) может быть более или менее продолжительным. Чем больше начальная величина энергии межмолекулярного взаимодействия E_1^0 , тем больше t_1 – время необходимое для снижения уровня этой энергии до значений при которых усиление колебательных движений звеньев макромолекул может привести к образованию новых межмолекулярных связей. Благодаря ослаблению межмолекулярных взаимодействий и тепловых колебаний звеньев, макромолекулы приобретают способность самопроизвольно изменять свою ориентацию в нити и принимать более вероятностную изогнутую форму. И чем выше гибкость полимера, тем легче происходит переориентация макромолекул в нити.

На этой стадии происходит резкое изменение линейных размеров комбинированной нити. Для полиэфирной высокоусадочной нити температура, при которой происходит изменение линейных размеров, достаточно высокая (100-120⁰ С). Это объясняется большой жесткостью макромолекул из-за наличия в цепочке ароматических циклов, а, следовательно, гибкость макромолекул небольшая.

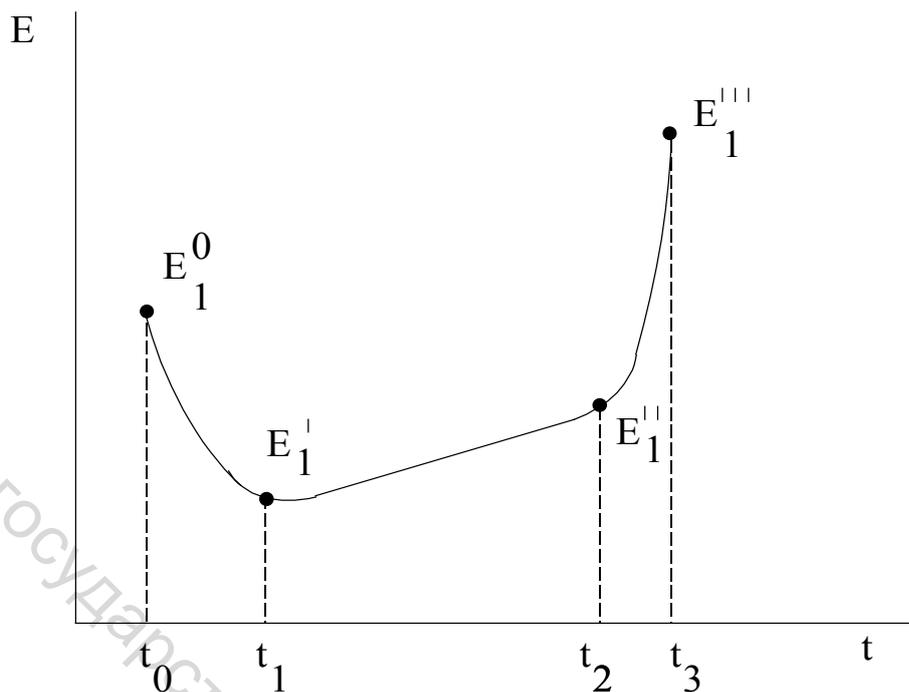


Рис. 3.8. Изменение энергии E_1 межмолекулярного взаимодействия в результате термообработки химических нитей за время t

Если прекратить процесс термообработки комбинированной высокоусадочной нити в момент t_1 (рис. 3.8), т.е. сразу после резкого изменения линейных размеров, до начала второй стадии, то нить не приобретет равновесной структуры и при вторичной термообработке проявит усадку.

Вторая стадия $t_1 - t_2$ характеризуется образованием новых межмолекулярных связей. Происходит самопроизвольный рост энергии (рис.) от E_1^I до E_1^{II} , который объясняется тем, что в результате расфиксации и теплового колебательного движения отдельные звенья и сегменты макромолекул периодически сближаются и вновь удаляются друг от друга.

Как известно, ван-дер-ваальсовы взаимодействия проявляются только на очень близких расстояниях. Во время колебательных движений отдельные активные группы макромолекул, встречаясь с такими же группами других макромолекул, приближаются на расстояние атомарного порядка (менее

(2..3) 10^{-8} см) и образуют новые связи. Эти связи очень слабы из-за повышенной температуры или сольватации активных групп (в случае термообработки в водной среде), но число их возрастает во времени. Одновременно повышается межмолекулярное взаимодействие. “Зацепление” активных групп соседних макромолекул происходит во времени. Скорость процессов, протекающих на второй стадии, зависит от подвижности макромолекулярных звеньев, т.е. от температуры термообработки. С ростом температуры на каждые 10°C скорость этой стадии увеличивается примерно в 2,5-3 раза.

Влияние температуры на скорость образования новых макромолекулярных связей описывается уравнением Аррениуса [8]:

$$K = K_0 e^{E_a / RT} \quad (3.14)$$

где K - константа скорости процесса образования новых межмолекулярных связей;

K_0 - постоянная для данного вида нити и интервала температур;

E_a - энергия активации процесса образования новых связей, для большинства волокнообразующих полимеров $E = 84-168$ кДж/моль;

R - универсальная газовая постоянная $R=8,31$ кДж/моль;

T - абсолютная температура, К.

В работе [9] были рассчитаны константы скорости процесса усадки. Условно было использовано упрощенное кинетическое уравнение первого порядка, в основу которого, как известно [8], положен принцип свободного движения молекул и закон случайных столкновений. Число этих столкновений постепенно уменьшается по мере возникновения новых связей и уменьшения количества реакционноспособных молекул. Поэтому, снижение константы скорости процесса усадки в зависимости от продолжительности объясняется “затуханием” процессов образования новых связей. Ускорение процесса образования новых межмолекулярных связей происходит и при увеличении

степени пластификации нитей, например при увеличении содержания водяных паров при термообработке.

Однако, ускорение процесса термообработки комбинированных высокоусадочных нитей повышением температуры имеет границы, так как чрезмерное ослабление межмолекулярных связей может привести к плавлению стержневой высокоусадочной нити. Кроме того, чрезмерное повышение подвижности макромолекул влечет за собой резкое изменение надмолекулярной структуры нитей. Это изменение приводит к ухудшению физико-механических показателей нити. Для полиэфирных нитей оптимальная температура термообработки в сухом воздухе $T = 160\text{--}190^\circ\text{C}$ [10].

Проведенные проф. К.Е.Перепелкиным теоретические и экспериментальные исследования позволяют определить продолжительность второй стадии процесса термообработки высокоусадочной нити в свободном состоянии по формуле (3.12).

Величины, входящие в уравнение (3.12) и характеризующие протекание процесса термообработки полиэфирных нитей определены экспериментально в работе [4]: $\tau_0 = 10^{-14}\text{--}10^{-15}$ с, $E_a = 105\text{--}125$ кДж/моль. Рассчитанные по формуле (3.12) значения продолжительности второй стадии процесса термообработки при заданных температурах представлены в таблице 3.4.

Очевидно, что для комбинированных высокоусадочных нитей продолжительность второй стадии термообработки будет несколько выше, чем для комплексной высокоусадочной полиэфирной нити. Это связано с наличием низкоусадочного компонента, который создает внешнее механическое напряжение и при этом ограничивает тепловое движение сегментов макромолекулы полимера, что приводит к увеличению энергетического барьера, с преодолением которого связан релаксационный процесс.

Значительное ускорение процесса термообработки может быть достигнуто комбинированным действием теплового потока и пластифицирующего действия воды.

Таблица 3.4

Расчетные значения продолжительности второй стадии процесса термообработки

Температура процесса термообработки, К	Продолжительность периода образования новых межмолекулярных связей, с
383	2,125
403	0,4122
423	0,094
433	0,047
463	0,0071

Третья стадия процесса термообработки комбинированной высокоусадочной нити - закрепление образовавшейся структуры охлаждением нити.

Энергия межмолекулярных связей возрастает от E_1'' до E_1''' (рис. 3.8). В результате фиксации общий уровень межмолекулярных сцеплений значительно увеличивается ($E_1''' \gg E_1^0$). Продолжительность этой стадии фиксации зависит только от скорости теплоотвода и обычно невелика.

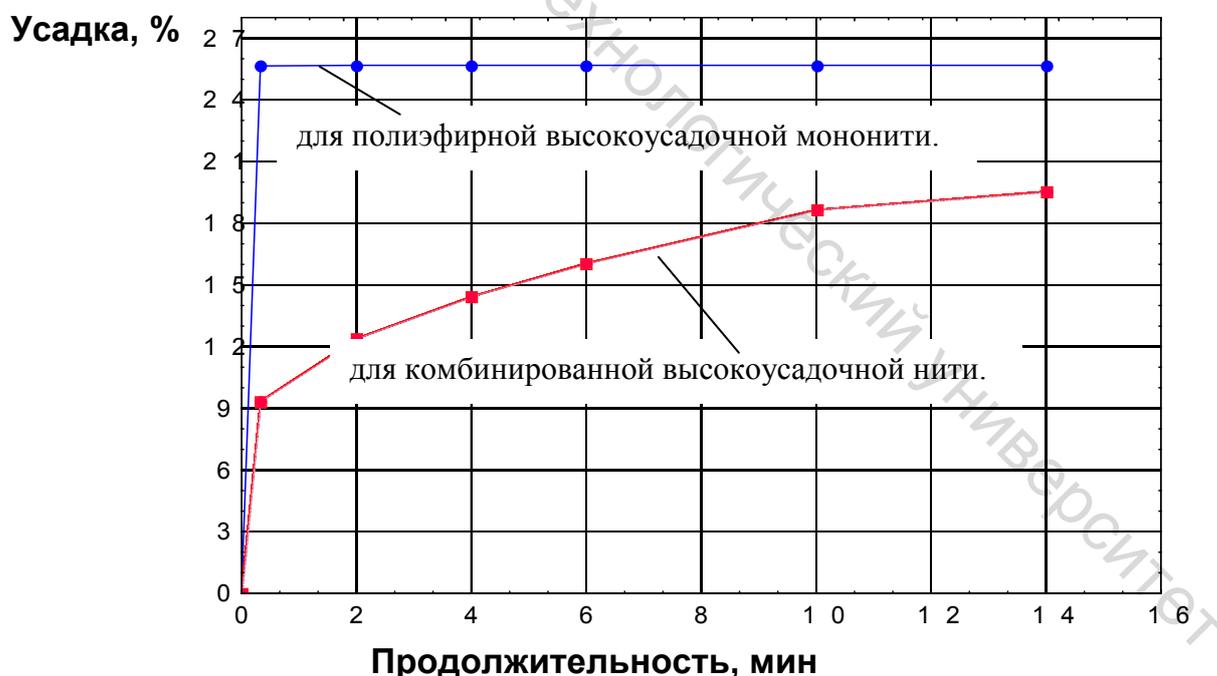


Рис. 3.9. Зависимость усадки при температуре 130°C от продолжительности процесса термообработки

О степени фиксации нити можно судить по ее способности противостоять последующим термообработкам.

На рисунке 3.9 приведены графики зависимости усадки от продолжительности термообработки, при заданной температуре построенные в соответствии с экспериментальными данными.

Анализируя представленные графики, можно сделать вывод о том, что характер полученных зависимостей усадки от продолжительности процесса термообработки одинаковый, но в отличие от высокоусадочной полиэфирной мононити, для которой лимитирующей стадией процесса усадки является образование новых межмолекулярных связей, для комбинированной высокоусадочной нити, лимитирующей стадией усадки является прогревание нити до температуры стеклования полимера, расфиксация первоначальной структуры.

4. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КОМБИНИРОВАННЫХ НИТЕЙ

Термообработка является обязательным технологическим процессом при производстве текстильных нитей и пряжи.

Термическую обработку волокон и нитей проводят с целью повышения равновесности их структуры, термообработка в условиях постоянства длины используется для получения волокон и нитей технического назначения, а также в ряде случаев для получения упрочненных волокон широкого потребления. Процессы теплообмена играют важную роль при отделке, крашении и сушке нитей и пряжи. Термообработка некоторых комбинированных нитей и пряжи проводится с целью изменения их структуры (например, повышения объемности за счет усадки одного из компонентов).

Условия проведения процесса термообработки (продолжительность, температура, среда) влияют на структуру, а также свойства нитей и пряжи. Поэтому, для выработки практических рекомендаций по определению рациональных режимов и возможности интенсификации была поставлена задача, исследовать общие закономерности процесса термообработки и установить зависимость между условиями проведения процесса и свойствами нити или пряжи.

В данной работе для теоретических и экспериментальных исследований процесса термообработки использовались комбинированные высокоусадочные нити, основным этапом в производстве которых является релаксация высокоусадочного компонента и повышение объемности при воздействии тепла.

4.1. Общее решение задачи для неограниченного цилиндра

Как уже было отмечено выше, операционный метод решения задач по теплопроводности имеет большие преимущества по сравнению с

классическими методами разделения переменных. Поэтому для решения задачи по термообработке комбинированных высокоусадочных выбран именно этот метод.

Операционный метод имеет преимущество в том отношении, что позволяет получить эффективное решение для малых значений Fo , в котором часто отсутствуют специальные функции.

Для рационализации расчетов введем единую систему обозначений для всех задач, дадим значения характеристических чисел, а также табулируем начальные тепловые амплитуды A_n и коэффициенты B_n , входящие в соотношение для средней температуры. При наличии таких таблиц и графиков конкретный расчет может быть сделан быстро и с достаточной степенью точности.

В данной монографии будут рассмотрены задачи на нагревание (температура среды изменяется от времени). Покажем, что задачи на нагревание всегда можно свести к задачам на охлаждение.

Пусть имеется тело с заданным начальным распределением температуры в виде некоторой функции $f(x, y, z, 0)$. В начальный момент времени тело помещается в среду с постоянной температурой $T_c > T(x, y, z, 0)$. Теплообмен между поверхностью тела и окружающей средой происходит по закону Ньютона. Это отображает в первом приближении сложный лучистый и конвективный теплообмен, в котором доля лучистого потока тепла является преобладающей. При этом разность температур ΔT ($\Delta T = T_c - T_n$) должна быть достаточно малой. Таким образом, имеем задачу на нагревание тела при наличии граничных условий третьего рода:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \nabla^2 T, \quad (4.1)$$

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z), \quad (4.2)$$

$$-(\nabla T)_n + H(T_c - T_g) = 0 \quad (T_c \neq T_g), \quad (4.3)$$

где индекс "п" обозначает поверхность тела.

Сделаем замену переменной

$$T_c - T = \vartheta. \quad (4.4)$$

Тогда имеем

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \alpha \nabla^2 \vartheta, \quad (4.5)$$

$$\vartheta(x, y, z, 0) = T_c - T(x, y, z, 0) = T_c - f(x, y, z) = \varphi(x, y, z), \quad (4.6)$$

$$(\nabla \vartheta)_n + H \vartheta_n = 0, \quad (4.7)$$

т.е. получаем задачу на охлаждение тела в среде с температурой, равной нулю ($\vartheta_c = 0$), когда начальная температура тела задана в виде некоторой функции $\varphi(x, y, z)$.

Если начальная температура тела одинакова во всех его точках, т.е. $f(x, y, z) = T_0 = \text{const}$, то все полученные решения для нагревания тела в виде зависимостей относительной температуры θ от критерия Био, числа Фурье и относительных координат будут справедливы и для охлаждения тела, только под величиной θ надо понимать:

при нагревании

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_c - T_0} = \Phi \left(Fo, Bi, \frac{x}{R_1}, \frac{y}{R_2}, \frac{z}{R_3} \right), \quad (4.8)$$

при охлаждении

$$\theta = \frac{T_0 - T}{T_0 - T_c} = \Phi \left(F_0, Bi, \frac{x}{R_1}, \frac{y}{R_2}, \frac{z}{R_3} \right). \quad (4.9)$$

Последнюю величину также можно написать в виде

$$\theta = \frac{T_0 - T}{T_0 - T_c} = 1 - \frac{T - T_c}{T_0 - T_c}. \quad (4.10)$$

Рассмотрим задачу нагревания для неограниченного цилиндра.

Постановка задачи. Дан неограниченный цилиндр радиуса R и задано радиальное распределение температуры в виде некоторой функции $f(r)$. Предполагается, что изотермы представляют собою коаксиальные цилиндрические поверхности, т.е. температура цилиндра зависит только от радиуса и времени. В начальный момент времени цилиндр помещается в среду с постоянной температурой $T_c > T(r, 0)$. Требуется найти распределение температуры в цилиндре в любой момент времени, а также удельный расход тепла.

Начальные и граничные условия можно написать так:

$$T(r, 0) = f(r), \quad (4.11)$$

$$-\frac{\partial T(R, \tau)}{\partial r} + H[T_c - T(R, \tau)] = 0, \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial r} = 0, \quad T(0, \tau) \neq \infty. \quad (4.13)$$

Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению теплопроводности. Тогда получим обыкновенное дифференциальное уравнение Бесселя для изображения $T_L(r, s)$:

$$T_L''(r, s) + \frac{1}{r} T_L'(r, s) - \frac{s}{a} T_L(r, s) + \frac{T_0}{a} = 0. \quad (4.14)$$

Перепишем это уравнение так:

$$rT_L''(r, s) + T_L'(r, s) - \frac{s}{a} r \left[T_L(r, s) - \frac{T_0}{s} \right] = 0 \quad (4.15)$$

$$\kappa^2 = -\frac{s}{a}, \text{ следовательно, } \kappa = i\sqrt{\frac{s}{a}}.$$

Решение уравнения типа (4.15), называемого модифицированным уравнением Бесселя, состоит из суммы двух частных решений.

Первое решение отображается модифицированной функцией Бесселя первого рода нулевого порядка или функцией первого рода от чисто мнимого аргумента нулевого порядка

$$I_0(z) = J_0(iz) = 1 + \frac{z^2}{2^2} + \frac{z^4}{2^2 4^2} + \frac{z^6}{2^2 4^2 6^2} + \dots \quad (4.16)$$

Функция $I_0(z)$ по сравнению с $J_0(z)$ играет такую же роль, как гиперболический косинус $\operatorname{ch} z$ по сравнению с тригонометрическим $\cos z$.

Второе частное решение отображается функцией Бесселя второго рода нулевого порядка от чисто мнимого аргумента

$$K_0(z) = -\left[\log\left(\frac{1}{2}z\right) + C \right] I_0(z) + \left(\frac{1}{2}z\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{\left(\frac{1}{2}z\right)^4}{(2!)^2} + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{\left(\frac{1}{2}z\right)^6}{(3!)^2} + \dots \quad (4.17)$$

где $C = 0,5772\dots$ - постоянная Эйлера.

Таким образом, общее решение уравнения (4.15) можно написать так:

$$T_L(r, s) - \frac{T_0}{s} = AI_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right) + BK_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right), \quad (4.18)$$

где $I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right) = J_0\left(i\sqrt{\frac{s}{a}}r\right)$, A и B - постоянные, не зависящие от r и

определяемые из граничных условий.

Так как по условию (4.13) температура на оси цилиндра ($r=0$) не может быть равна бесконечности, то постоянная B равна нулю, поскольку при

$r \rightarrow 0$ $K_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right) \rightarrow -\infty$. Следовательно, имеем

$$T_L(r,s) - \frac{T_0}{s} = AI_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right). \quad (4.19)$$

Функция $I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right)$ четная она удовлетворяет условию симметрии.

$I_0\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}}r\right) = J_0\left(i\sqrt{\frac{s}{\alpha}}r\right)$ - модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Переход от модифицированных функций к обычным функциям Бесселя может быть сделан по соотношению

$$I_\nu(z) = i^{-\nu}(iz). \quad (4.20)$$

Постоянную A находим из граничного условия (4.12), которое для изображения $T_L(r, s)$ примет вид

$$-T'_L(R,s) + H\left[\frac{T_C}{s} - T_L(R,s)\right] = 0. \quad (4.21)$$

Удовлетворим решение (4.19) граничному условию (4.21):

$$-A\sqrt{\frac{s}{\alpha}}I'_0\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}}R\right) + \frac{HT_C}{s} - \frac{HT_0}{s} - AH I_0\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}}R\right) = 0,$$

откуда

$$A = \frac{T_C - T_0}{s \left[I_0 \left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) + \frac{1}{H} \sqrt{\frac{s}{\alpha}} I_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) \right]},$$

где $I_1(z) = I_1'(z) = \frac{1}{2}z + \frac{1}{2^2 \cdot 4}z^3 + \frac{1}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6}z^5 + \dots$ - функция, нечетная относительно z [$I_1(-z) = -I_1(z)$]; она играет такую же роль, как $\text{sh } z$. Следовательно, решение (4.19) будет иметь вид

$$T_L(r, s) - \frac{T_0}{s} = \frac{(T_C - T_0) I_0 \left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} r \right)}{s \left[I_0 \left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) + \frac{1}{H} \sqrt{\frac{s}{\alpha}} I_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) \right]} = \frac{\Phi(s)}{\phi(s)}. \quad (4.22)$$

Решение (4.22) является однозначной функцией s и представляет отношение двух обобщенных полиномов, причем полином знаменателя не содержит постоянной, т.е. условия теоремы разложения соблюдены. Найдем корни $\phi(s)$, для чего приравняем его нулю:

$$\phi(s) = s \left[I_0 \left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) + \frac{1}{H} \sqrt{\frac{s}{\alpha}} I_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) \right] = s \varphi(s) = 0, \quad (4.23)$$

где выражение в квадратных скобках обозначено через $\varphi(s)$. Из равенства

(4.23) находим корни: 1) $s_0 = 0$, 2) $\varphi(s) = 0$, откуда $s_n = -\frac{\alpha \mu_n^2}{R^2}$, где $\mu = i \sqrt{\frac{s}{\alpha}} R$.

Постоянные μ определяем из уравнения

$$\begin{aligned} I_0 \left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) + \frac{1}{H} \sqrt{\frac{s}{\alpha}} I_1 \left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) &= J_0 \left(i \sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) + \\ + \frac{1}{iH} \sqrt{\frac{s}{\alpha}} J_1 \left(i \sqrt{\frac{s}{\alpha}} R \right) &= J_0(\mu) - \frac{1}{HR} \mu J_1(\mu) = 0. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Трансцендентное уравнение имеет бесчисленное множество корней μ .
Следовательно, характеристическое уравнение имеет вид

$$\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)} = \frac{1}{Bi} \mu. \quad (4.25)$$

Находим вспомогательные величины

$$\begin{aligned} \phi'(s_n) &= \varphi(s) + s\varphi'(s) = \\ &= \varphi(s) + \frac{sR}{2\sqrt{\alpha s}} \left[\left(1 + \frac{1}{HR}\right) I_0'\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R\right) + \frac{1}{H} \sqrt{\frac{s}{\alpha}} I_1'\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R\right) \right], \end{aligned}$$

$$\frac{\Phi(0)}{\phi'(0)} = T_c - T_0,$$

$$\frac{\Phi(s_n)}{\phi'(s_n)} = e^{s_n \tau} = - \frac{2(T_c - T_0)HRJ_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{[(HR+1)J_1(\mu_n) + \mu_n J_1'(\mu_n)]\mu_n} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha \tau}{R^2}\right),$$

так как

$$I_1'(z) = J_1'(iz).$$

Следовательно, решение нашей задачи имеет вид

$$\theta = \frac{T(r, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (4.26)$$

где

$$A_n = \frac{2Bi}{[(Bi+1)J_1(\mu_n) + \mu_n J_1'(\mu_n)]\mu_n} = \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n [J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)]} \quad (4.27)$$

Таблица 4.1

Значения постоянных $A_n = \frac{2|Bi}{(\mu_n^2 + Bi^2)J_0(\mu_n)}$

Bi	+A ₁	-A ₂	+A ₃	-A ₄	+A ₅	-A ₆
0,0	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,01	1,0031	0,0034	0,0013	0,0008	0,0005	0,0004
0,02	1,0049	0,0067	0,0027	0,0015	0,0010	0,0007
0,04	1,0102	0,0135	0,0052	0,0031	0,0021	0,0015
0,06	1,0150	0,0201	0,0081	0,0046	0,0031	0,0023
0,08	1,0199	0,0268	0,0110	0,0062	0,0041	0,0030
0,1	1,0245	0,0333	0,0135	0,0077	0,0051	0,0037
0,15	1,0366	0,0497	0,0202	0,0116	0,0077	0,0056
0,20	1,0482	0,0653	0,0269	0,0154	0,0103	0,0075
0,30	1,0711	0,0972	0,0401	0,0231	0,0155	0,0112
0,40	1,0931	0,1277	0,0582	0,0307	0,0205	0,0150
0,50	1,1142	0,1571	0,0662	0,0383	0,0256	0,0187
0,60	1,1345	0,1857	0,0790	0,0458	0,0307	0,0224
0,70	1,1539	0,2132	0,0917	0,0533	0,0358	0,0261
0,80	1,1724	0,2398	0,1043	0,0608	0,0408	0,0298
0,90	1,1902	0,2654	0,1167	0,0682	0,0459	0,0335
1,0	1,2071	0,2901	0,1289	0,0756	0,0509	0,0372
1,5	1,2807	0,4008	0,1877	0,1117	0,0756	0,0554
2,0	1,3377	0,4923	0,2422	0,1404	0,0998	0,0732
3,0	1,4192	0,6309	0,3384	0,2114	0,1463	0,1084
4,0	1,4698	0,7278	0,4184	0,2699	0,1898	0,1420
5,0	1,5029	0,7973	0,4842	0,3220	0,2301	0,1735
6,0	1,5253	0,8484	0,5382	0,3679	0,2672	0,2038
7,0	1,5409	0,8869	0,5825	0,4080	0,3010	0,2317
8,0	1,5523	0,9225	0,6189	0,4430	0,3316	0,2879
9,0	1,5611	0,9393	0,6491	0,4735	0,3593	0,2826
10,0	1,5677	0,9575	0,6784	0,5000	0,3843	0,3042
15,0	1,5853	1,0091	0,7519	0,5901	0,4760	0,3913
20,0	1,5918	1,0309	0,7889	0,6382	0,5303	0,4461
30,0	1,5964	1,0488	0,8195	0,6827	0,5853	0,5062
40,0	1,5988	1,0550	0,8335	0,7018	0,6133	0,5390
50,0	1,5995	1,0587	0,8396	0,7112	0,6227	0,5544
60,0	1,6009	1,0589	0,8428	0,7165	0,6301	0,5642
80,0	1,6012	1,0599	0,8463	0,7212	0,6398	0,5770
100,0	1,6014	1,0631	0,8505	0,7245	0,3415	0,5850
∞	1,6021	1,0648	0,8558	0,7296	0,6485	0,5896

Последнее преобразование сделано на основании рекуррентной формулы

$$\mu_n J_1'(\mu_n) = \mu_n J_0(\mu_n) - J_1(\mu_n)$$

и характеристического уравнения (4.25).

Постоянные коэффициенты A_n могут быть вычислены по соотношению (4.27), которое может быть преобразовано в следующую формулу:

$$A_n = \frac{2Bi}{J_0(\mu_n)[\mu_n^2 + Bi^2]}. \quad (4.28)$$

По этой формуле были вычислены первые шесть коэффициентов A_n ; результаты расчетов приведены в таблице 4.1.

Для инженерно-технических расчетов на рис.4.1-4.4 приведены номограммы для определения θ_n (температура поверхности цилиндра) и θ_c (температура в центре цилиндра) по заданным Fo и Bi .

Анализ решения. Выше было уже отмечено, что при $Bi \rightarrow \infty$ корни μ_n определяются из уравнения $J_0(\mu_n) = 0$, т.е. являются корнями функции $J_0(\mu_n)$. В этом случае коэффициенты A_n , как это следует из формулы (4.27), будут равны

$$A_n = \frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)}.$$

При малых значениях Bi ($Bi \rightarrow 0$) все коэффициенты $A_n \rightarrow 0$ [см. формулу (4.27)], так как $J_1(\mu_n) \rightarrow 0$, за исключением $A_1 \rightarrow 1$, а отношение $\frac{J_1(z)}{z} \rightarrow 1$, когда $z \rightarrow 0$, а $\mu_1^2 = 2Bi$. Тогда для малых значений Bi решение (4.26) можно написать так:

$$\theta = 1 - J_0\left(\sqrt{2Bi} \frac{r}{R}\right) e^{-2BiFo}. \quad (4.29)$$

В этом случае перепад температуры внутри цилиндра будет малой величиной, и процесс нагревания определяется теплообменом между

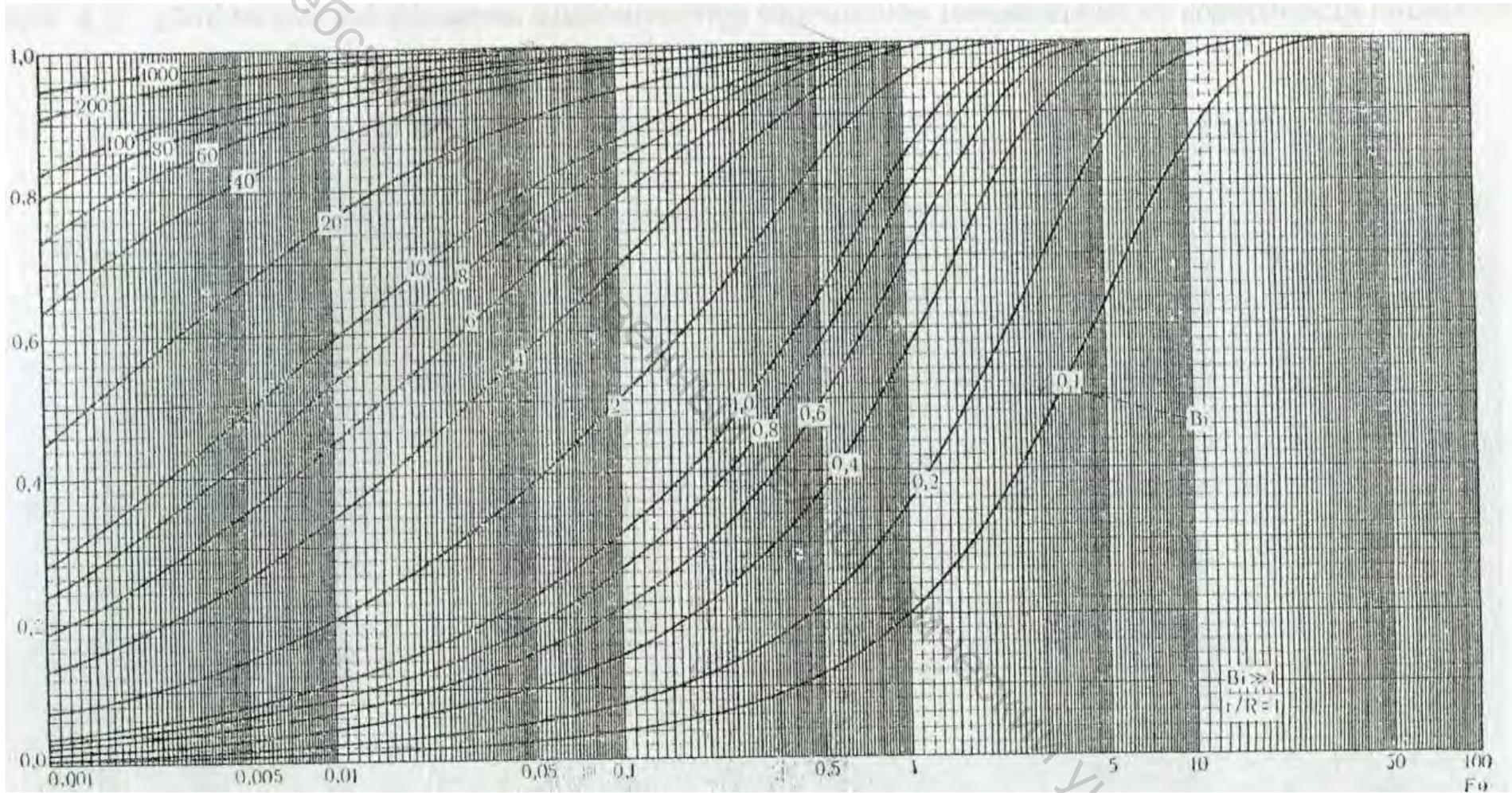


Рис. 4.1. График для определения относительной избыточной температуры на поверхности цилиндра θ_p для значений Bi от 0,1 до 1000

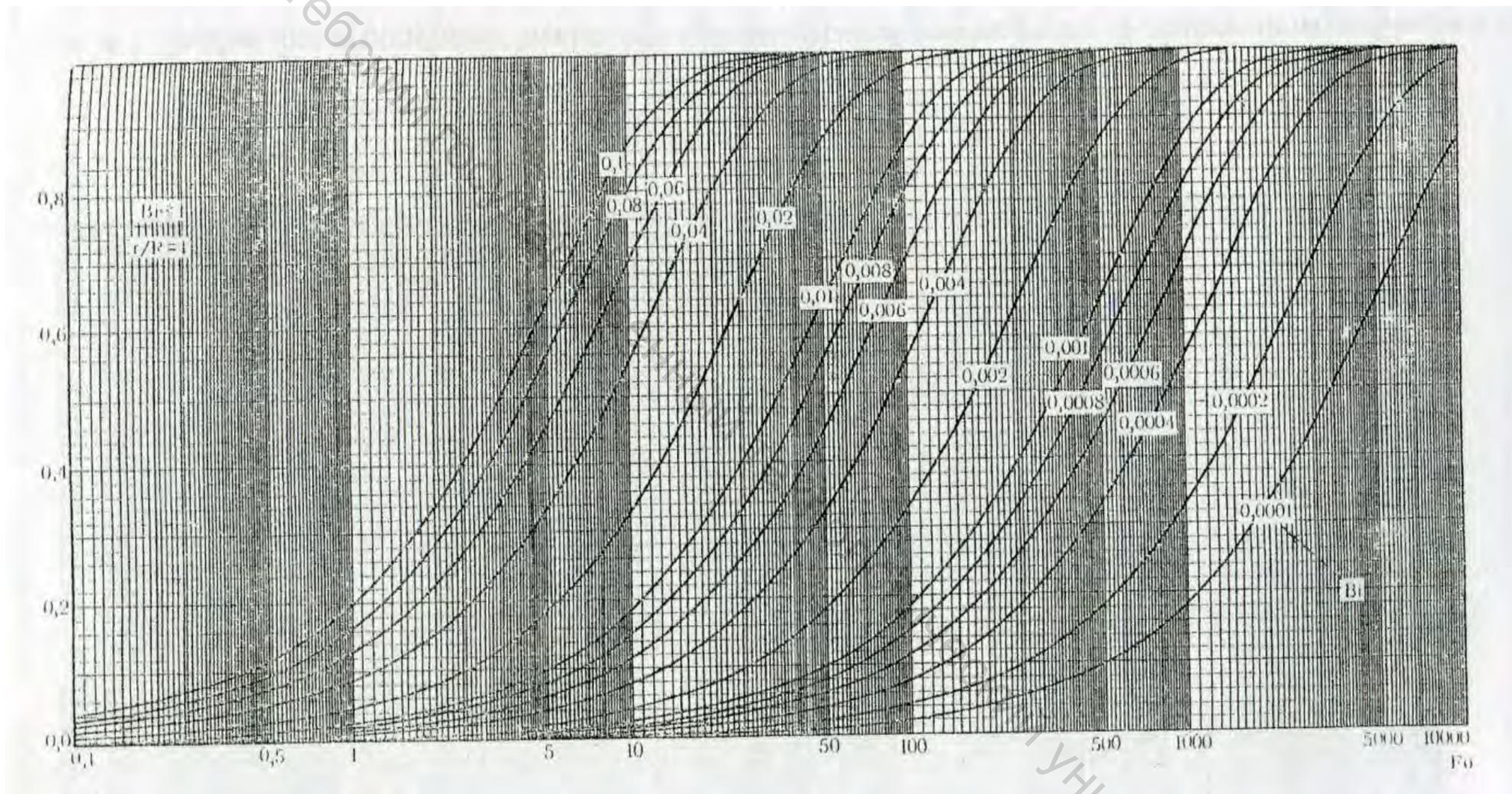


Рис. 4.2. График для определения относительной избыточной температуры на поверхности цилиндра θ_r для малых значений Bi от 0,0001 до 0,1

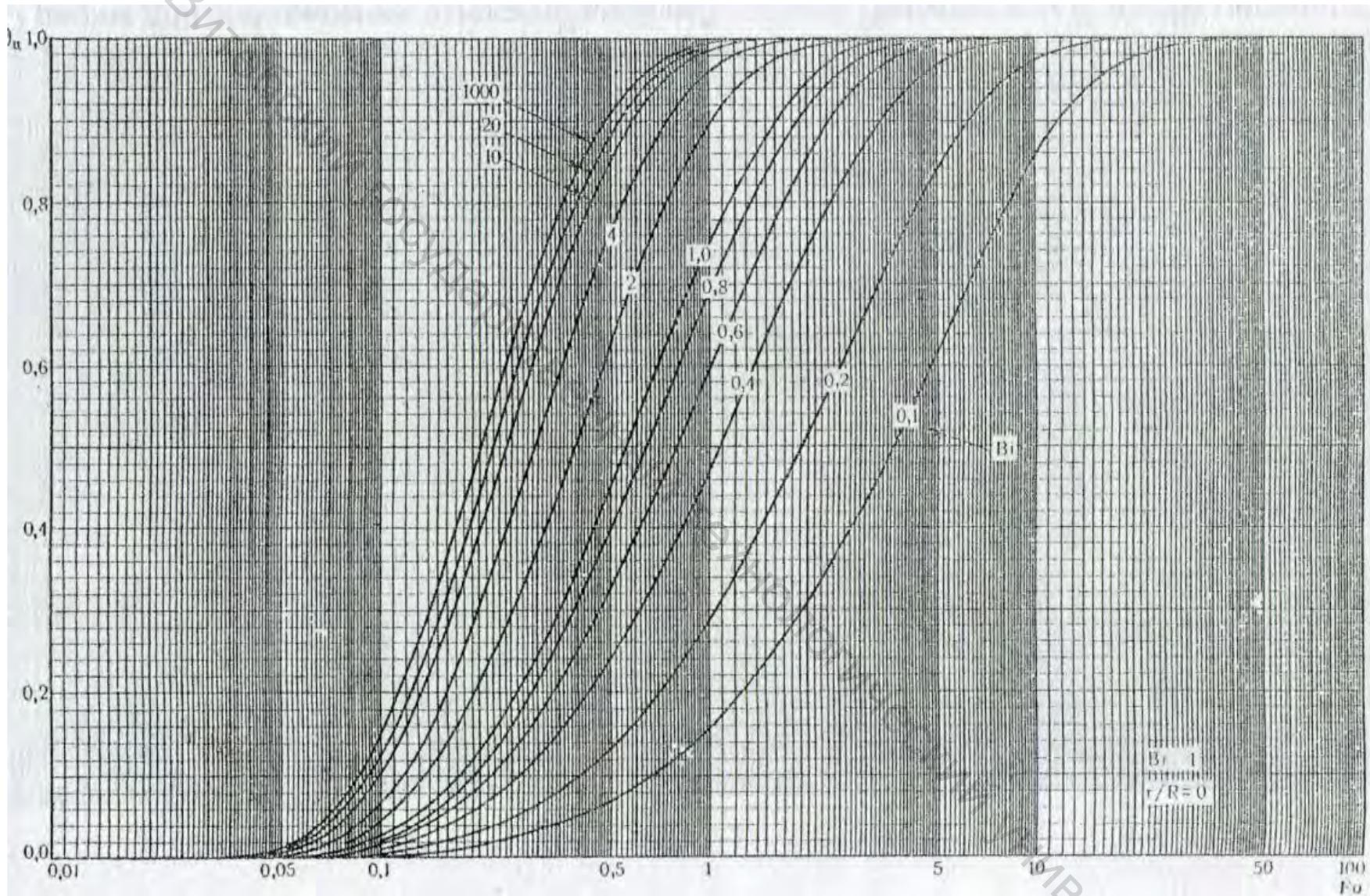


Рис. 4.3. График для определения относительной избыточной температуры в центре цилиндра θ_c для значений Bi от 0,1 до 1000

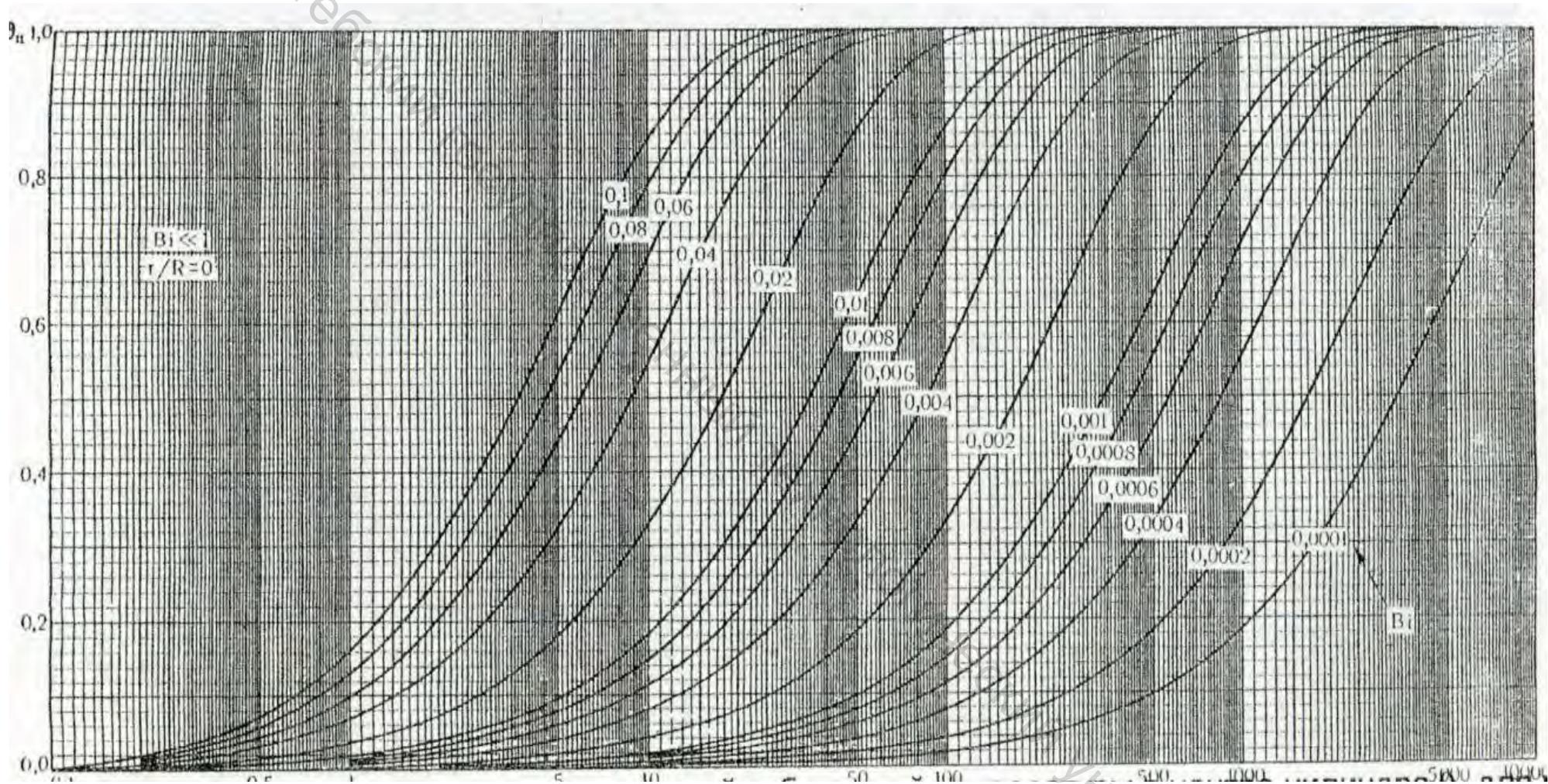


Рис. 4.4. График для определения относительной избыточной температуры в центре цилиндра θ_c для малых значений Bi от 0,0001 до 0,1

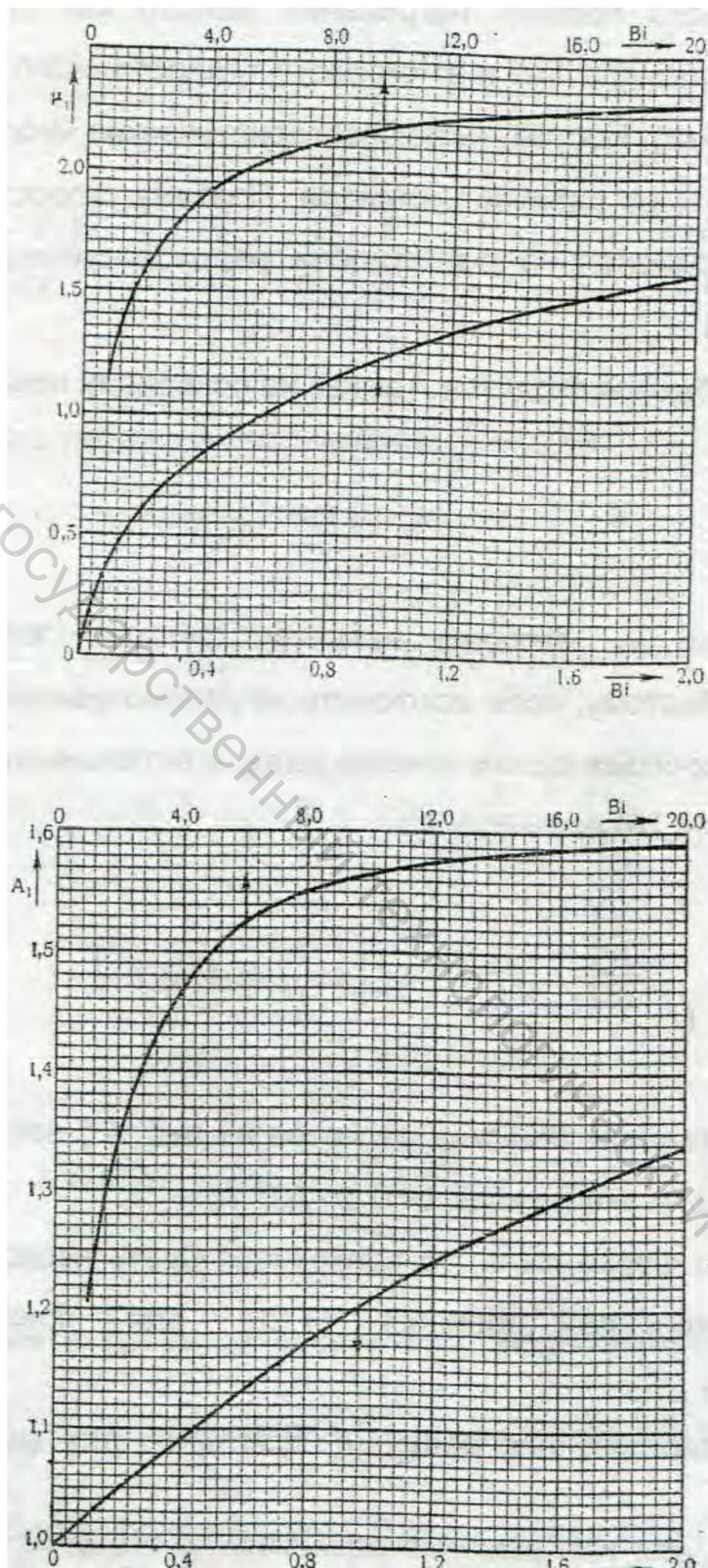


Рис. 4.5. Зависимость между первым корнем μ_1 характеристического уравнения и критерием Био для неограниченного цилиндра. Зависимость между коэффициентом A_1 и критерием Био для неограниченного цилиндра

окружающей средой и поверхностью цилиндра (*внешняя задача*). Во всех остальных случаях процесс нагревания зависит как от скорости переноса тепла внутри цилиндра, так и от скорости теплообмена с окружающей средой (*краевая задача*). Постоянные характеристические числа μ_n зависят от Bi , а следовательно, и от радиуса цилиндра. Поэтому скорость нагревания будет обратно пропорциональна n -й степени радиуса цилиндра, где n лежит в пределах $1 < n < 2$.

Ряд (4.26) быстро сходится, так как на основании неравенства

$$\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 < \dots < \mu_n < \dots$$

с увеличением μ_n экспоненциальная функция $\exp(-\mu_n^2 Fo)$ быстро уменьшается. Поэтому, если исключить из рассмотрения малые значения Fo , то можно ограничиться одним членом ряда, а остальными можно пренебречь. Тогда решение (4.26) примет вид

$$\theta = 1 - A_1 J_0\left(\mu_1 \frac{r}{R}\right) \exp(-\mu_1^2 Fo)$$

Для удобства практических расчетов на рис. 4.5 построены графики $\mu_1 = f(Bi)$ и $A_1 = f(Bi)$ для значений Bi от 0 до 20.

Если число Фурье мало, то приходится брать несколько членов ряда, и поэтому применение решения (4.26) для практических расчетов затруднительно.

Найдем приближенное решение, пригодное для малых значений Fo . В решении (4.22) для изображения разложим функции $I_0\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R\right)$ и $I_1\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R\right)$ в асимптотический ряд, так как для малых значений Fo величина $\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R\right)$ велика, т.е.

$$\begin{aligned}
T_L(r, s) - \frac{T_0}{s} &= \frac{(T_C - T_0)\alpha}{s\sqrt{s}} e^{-q(R-r)} \frac{\left(1 + \frac{1}{8qr} + \frac{9}{128q^2r^2} + \dots\right) \sqrt{\frac{R}{r}} H}{1 + \frac{1}{qR} \left(HR - \frac{3}{8}\right) + \frac{1}{8q^2R^2} \left(HR - \frac{15}{16}\right) + \dots} = \\
&= \frac{(T_C - T_0)\alpha}{s\sqrt{s}} e^{-q(R-r)} \left[1 + \frac{1}{qR} \left(\frac{R}{8r} + \frac{3}{8} - HR\right) + \dots\right] \sqrt{\frac{R}{r}} H,
\end{aligned}
\tag{4.30}$$

где $q = \sqrt{\frac{s}{a}}$. Пользуясь таблицей изображений, находим

$$\begin{aligned}
\theta = \frac{T(r, \tau) - T_0}{T_C - T_0} &= 2Bi\sqrt{\frac{R}{r}} Fo \quad i \quad \operatorname{erfc} \frac{1 - \frac{r}{R}}{2\sqrt{Fo}} + \\
&+ 4\sqrt{\frac{R}{r}} Fo Bi \left(\frac{R}{8r} + \frac{3}{8} - Bi\right) i^2 \operatorname{erfc} \frac{1 - \frac{r}{R}}{2\sqrt{Fo}},
\end{aligned}
\tag{4.31}$$

где

$$\begin{aligned}
i \operatorname{erfc} u &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} - u \operatorname{erfc} u, \\
i^2 \operatorname{erfc} u &= \frac{1}{4} \left[(1 + 2u^2) \operatorname{erfc} u - \frac{2}{\sqrt{\pi}} u e^{-u^2} \right].
\end{aligned}$$

При разложении в асимптотический ряд предполагаем, что велика не только величина $\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} R\right)$, но и величина $\left(\sqrt{\frac{s}{\alpha}} r\right)$. Поэтому для малых значений r такое разложение будет несправедливо. В этом случае ($r \rightarrow 0$) функцию $I_0(qR)$ можно разложить в асимптотический ряд, $I_0(qr)$ - в степенной, т.е.

$$I_0(qr) = 1 + \frac{1}{2^2} q^2 r^2 + \dots$$

Тогда, производя аналогичные преобразования, получим

$$\theta_u = 1 - 4BiFo \exp\left(-\frac{1}{4Fo}\right) \quad (4.32)$$

Решения (4.31) и (4.32) справедливы для небольших значений Bi . При больших значениях Bi найдем другое приближенное решение для температуры поверхности цилиндра.

Для поверхности цилиндра ($r = R$) решение (4.22) можно написать так:

$$T_L(r, s) - \frac{T_0}{s} = \frac{T_C - T_0}{s \left[1 + \frac{qR}{HR} \cdot \frac{I_1(qR)}{I_0(qR)} \right]} \approx \frac{T_C - T_0}{s \left[1 + \frac{qR}{HR} - \frac{1}{2HR} \right]},$$

так как

$$\frac{I_1(z)}{I_0(z)} = \frac{1 - \frac{3}{8z} + \dots}{1 + \frac{1}{8z} + \frac{9}{128z^2} + \dots}$$

Пользуясь таблицей изображения, находим

$$\theta_n \approx \frac{Bi}{Bi - \frac{1}{2}} \left[1 - \exp\left[Fo \left(Bi - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \cdot \operatorname{erfc}\left(Bi - \frac{1}{2} \right) \sqrt{Fo} \right] \quad (4.33)$$

Приближенные решения (4.31), (4.32), (4.33) дают вполне удовлетворительные результаты и заменяют громоздкие вычисления по формуле (4.26). В табл. 4.2 приведены значения $1 - \theta_n$ (θ_n - относительная избыточная температура поверхности цилиндра) для малых значений числа

Фурье при разных значениях Bi . Табл. 4.2 взята из работы Пешля. Приближенные расчеты по формулам (4.31) и (4.33) дают результаты, хорошо согласующиеся с данными таблицами.

Таблица 4.2

Относительная температура на поверхности цилиндра $1-\theta_n = \phi (Fo, Bi)$

Bi	Числа Fo				
	0,0003	0,0005	0,0010	0,0025	0,0050
0,1	0,999	0,998	0,996	0,994	0,992
0,5	0,991	0,988	0,983	0,972	0,960
1	0,981	0,975	0,965	0,945	0,923
4	0,926	0,905	0,868	0,815	0,740
10	0,831	0,789	0,720	0,611	0,514
20	0,703	0,643	0,551	0,421	0,325
50	0,465	0,394	0,305	0,205	0,147
100	0,286	0,230	0,168	0,107	0,075
200	0,156	0,122	0,087	0,054	0,038
500	0,064	0,050	0,034	0,022	0,016
1000	0,032	0,025	0,017	0,011	0,008
2000	0,016	0,012	0,009	0,006	0,004

Определение удельного расхода тепла. Найдем среднюю температуру цилиндра по формуле

$$\bar{T}(\tau) = \frac{2}{R^2} \int_0^R r T(r, \tau) dr, \quad (4.34)$$

в которую вместо $T(r, \tau)$ надо подставить соответствующее выражение из решения (4.26). Тогда

$$\bar{\theta} = \frac{\bar{T}(\tau) - T_0}{T_C - T_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 Fo), \quad (4.35)$$

где

$$B_n = \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n} A_b \quad B_n = \frac{4Bi^2}{\mu_n^2(\mu_n^2 + Bi^2)}, \quad (4.36)$$

т.е. коэффициенты B_n зависят от критерия Bi . Первые шесть коэффициентов B_n приведены в табл. 4.3 .

Ряд (4.35) быстро сходится, поэтому для не слишком малых значений числа Фурье можно ограничиться одним (первым) членом ряда.

Удельный расход тепла находится по обычной формуле

$$\Delta Q_v = c\gamma [\bar{T}(\tau) - T_0] \quad (4.37)$$

Таблица 4.3

Значения постоянной $B_n = \frac{4Bi^2}{\mu_n^2(\mu_n^2 + Bi^2)}$

Bi	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
∞	0,6917	0,1313	0,0534	0,0288	0,0179	0,0122
50,0	0,7170	0,1309	0,0530	0,0284	0,0172	0,0113
30,0	0,7359	0,1289	0,0529	0,0268	0,0155	0,0097
10,0	0,8041	0,1260	0,0387	0,0152	0,0070	0,0035
9,0	0,8133	0,1229	0,0361	0,0137	0,0061	0,0030
8,0	0,8242	0,1187	0,0331	0,0120	0,0052	0,0025
7,0	0,8375	0,1132	0,0296	0,0103	0,0043	0,0021
6,0	0,8532	0,1057	0,0254	0,0084	0,0034	0,0016
5,0	0,8721	0,0953	0,0207	0,0064	0,0025	0,0012
4,0	0,8984	0,0813	0,0156	0,0045	0,0017	0,0008
3,0	0,9225	0,0625	0,0103	0,0028	0,0010	0,0005
2,0	0,9535	0,0388	0,0053	0,0013	0,0005	0,0002
1,5	0,9694	0,0240	0,0032	0,0008	0,0003	0,0001
1,0	0,9843	0,0136	0,0015	0,0003	0,0001	0,0001
0,90	0,9868	0,0114	0,0012	0,0003	0,0001	
0,80	0,9893	0,0093	0,0010	0,0002	0,0001	
0,70	0,9916	0,0074	0,0007	0,0002	0,0001	
0,60	0,9936	0,0056	0,0006	0,0001		
0,50	0,9955	0,0040	0,0004			
0,40	0,9970	0,0026	0,0003			
0,30	0,9983	0,0015	0,0001			
0,20	0,9992	0,0007				
0,15	0,9995	0,0004				
0,10	0,9998	0,0002				
0,08	0,9999	0,0001				

4.2. Теоретический анализ процесса терморелаксации однородной по теплофизическим свойствам нити

Исследование нестационарной теплопроводности однородных нитей проводилось на примере комбинированных высокоусадочных нитей, состоящих из двух компонентов, отличающихся только усадочными свойствами.

Для определения температуры и продолжительности процесса терморелаксации однородной нити необходимо рассмотреть закон распределения температуры по толщине нити. Задача о распространении тепла в твердом теле рассматривалась множеством исследователей [2, 11] как теоретически, так и экспериментально при исследовании процессов, протекающих при термообработке различных материалов, в частности, применяемых в легкой промышленности. При теоретических исследованиях принимался ряд допущений в зависимости от условий теплообмена (стационарный или нестационарный процесс), от способа передачи тепла, а также формы и размеров тела.

Однако термообработка комбинированных высокоусадочных нитей имеет ряд особенностей. В процессе термообработки необходимо достичь заданной полноты релаксационного процесса (порядка 95-99%), которая зависит от температуры, продолжительности, линейной плотности и сырьевого состава нити. В ряде работ рассматривается терморелаксация моноплетей, продолжительность которой экспоненциально зависит от температуры [4]. Рассчитанное теоретически значение продолжительности процесса терморелаксации комбинированной высокоусадочной нити значительно отличается от экспериментального, что делает невозможным использование приводимых в литературе результатов.

В данной монографии для решения поставленной задачи применен аппарат классической теории теплопроводности А.В.Лыкова.

Важнейшими параметрами тепловой обработки комбинированных высокоусадочных нитей являются температура нити, скорость ее нагревания

и время нахождения нитей в термокамере. Комбинированная нить, проходя через термокамеру, нагревается, а, выйдя из нее, охлаждается, при этом температурное поле нити меняется во времени, т.е. нестационарные тепловые процессы. Несмотря на сложность процесса тепловой обработки комбинированных нитей, анализ его можно сделать на основе общих законов теплопередачи. Теплообмен между поверхностью нити и окружающей средой происходит по закону Ньютона, согласно которому количество тепла dQ , получаемое поверхностью нити dF за время $d\tau$ прямо пропорционально площади поверхности нити и разности температуры воздуха и нити [2]:

$$dQ = \alpha * dF * (T_c - T_n) * d\tau \quad (4.38)$$

где dQ - количество тепла, переданное от среды к нити в единицу времени;

α - коэффициент теплоотдачи;

dF - площадь поверхности нити;

T_c - температура воздуха в термокамере;

T_n - температура нити;

$d\tau$ - продолжительность нагревания.

Коэффициент теплоотдачи во всех точках поверхности нити одинаков и остается постоянным в течение всего времени нагревания. Комбинированная пневмотекстурированная высокоусадочная нить состоит из двух компонентов, отличающихся только усадочными свойствами, и ее без большой погрешности можно принять за сплошной однородный цилиндр, а анализ процесса нагревания нити можно провести по аналогии с анализом теплообмена в твердом однородном цилиндрическом стержне при нестационарных условиях.

В непрерывных технологических процессах термообработки комбинированная высокоусадочная нить или изделия из нее проходят через обогреваемое устройство в течение заданного времени. Возникает необходимость определить зависимость между температурой и временем

термообработки, необходимых для прогревания комбинированной нити и завершения процессов релаксации для различных способов подвода тепловой энергии.

Рассмотрим участок нити длиной L и диаметром $2R$, находящийся в тепловом поле с начальной температурой T_C (рис. 4.6). Так как длина нити L значительно больше ее диаметра $2R$, т.е. $L/2R \gg 1$, то ее можно рассматривать как неограниченный цилиндр, у которого длина бесконечно велика по сравнению с диаметром. Если теплообмен между поверхностью такого цилиндра и тепловым потоком происходит по всей поверхности, то температура его будет зависеть только от времени и радиуса (симметричная задача) [11]. Сформулируем постановку задачи по нагреву нити в общем виде.

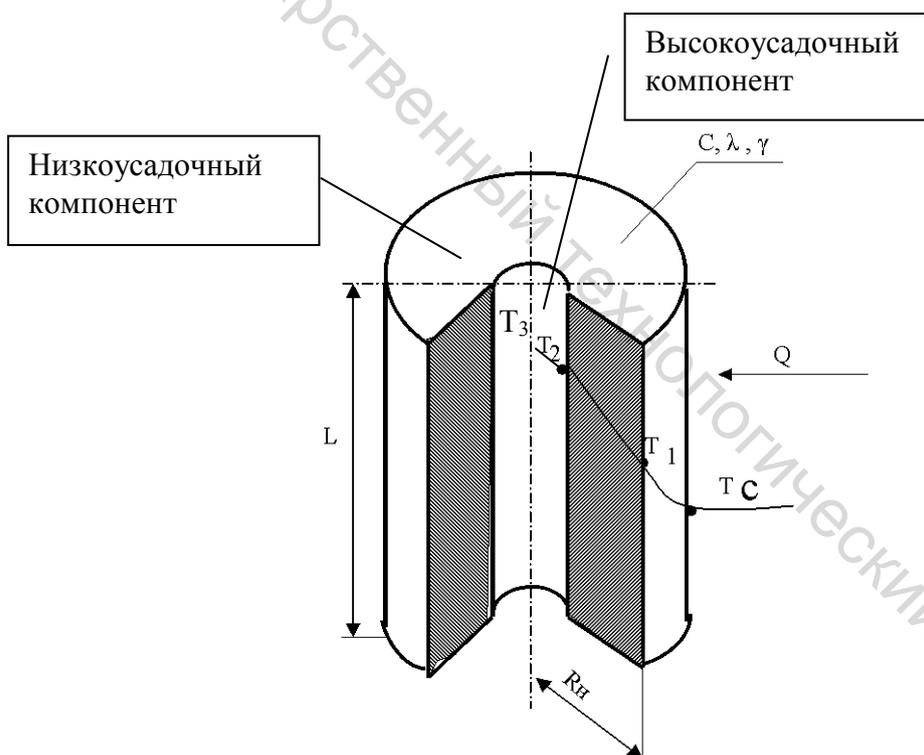


Рис. 4.6. Схема комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити

Дан неограниченный цилиндр при некотором заданном радиальном распределении температуры, в виде функции $f(r)$, где r – текущий радиус $0 < r < R$. В начальный момент времени поверхность цилиндра мгновенно нагревается до некоторой температуры T_c , которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса нагревания. Необходимо найти распределение температуры внутри цилиндра в любой момент времени и определить удельный расход тепла.

Дифференциальное уравнение теплопроводности в декартовой системе координат запишется в виде:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (4.39)$$

где $a = \frac{\lambda}{C\gamma}$ – коэффициент температуропроводности ($\text{м}^2/\text{с}$);

$\frac{\partial T}{\partial \tau}$ – температурное поле;

λ – коэффициент теплопроводности ($\text{Вт}/\text{м} \cdot \text{град}$);

C – удельная теплоемкость ($\text{Дж}/\text{кг} \cdot \text{град}$);

γ – плотность ($\text{кг}/\text{м}^3$).

В цилиндрических координатах уравнение (4.39) запишется в виде:

$$\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad (4.40)$$

где $0 < r < R$; $\tau > 0$;

Краевые условия запишутся в виде:

$$T(r, 0) = f(r) \quad \text{- температура изменяется по координате ;} \quad (4.41)$$

$$T(R, \tau) = T_C = \text{const} - \text{температура среды постоянна}; \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial T(0, r)}{\partial r} = 0; T(0, r) \neq \infty. \quad (4.43)$$

Последнее условие (4.43) означает, что температура на оси цилиндра на протяжении всего процесса теплообмена должна быть конечной.

Поставленную задачу решим операционным методом. Применим преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению (4.40) теплопроводности.

Тогда получим обыкновенное дифференциальное уравнение Бесселя для изображения $T_L(r, s') = \int_0^{\infty} T(R, \tau) L^{-s\tau}$, где: S - оператор Лапласа в интегральном преобразовании функции T(R, τ)

$$T_L''(r, s) + \frac{1}{r} T_L'(r, s) - \frac{s}{a} T_L(r, s) + \frac{T_0}{a} = 0; \quad (4.44)$$

или, после преобразований, получим:

$$r T_L''(r, s) + T_L'(r, s) - \frac{s}{a} r \left[T_L(r, s') - \frac{T_0}{s} \right] = 0, \quad (4.45)$$

где - $T_L(r, s)$ – изображение функции T(R, τ) в интегральном преобразовании Лапласа.

Решение уравнения (4.45), называемого модифицированным уравнением Бесселя, состоит из суммы двух частных решений.

Первое решение отображается модифицированной функцией Бесселя первого рода нулевого порядка или функцией первого рода от чисто мнимого аргумента нулевого порядка

$$J_0(z) = 1 + \frac{z^2}{2^2} + \frac{z^4}{2^2 * 4^2} + \frac{z^6}{2^2 * 4^2 * 6^2} + \dots, \quad (4.46)$$

где Z - свободный коэффициент дифференциального уравнения Бесселя.

Второе частное решение отображается функцией Бесселя второго рода нулевого порядка от чисто мнимого аргумента

$$K_0(z) = -\left[\log\left(\frac{1}{2}z\right) + C \right] J_0(z) + \left(\frac{1}{2}z\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{\left(\frac{1}{2}z\right)^4}{(2!)^2} + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \frac{\left(\frac{1}{2}z\right)^6}{(3!)^2} + \dots \right), \quad (4.47)$$

где $C = 0,5772$ - постоянная Эйлера.

Таким образом, общее решение уравнения (4.45) можно записать в виде:

$$T_L(r, s) - \frac{T_0}{s} = AJ_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right) + BK_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right), \quad (4.48)$$

где $I_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right) = i_0\left(i\sqrt{\frac{s}{a}}r\right)$;

A и B - постоянные, не зависящие от r и определяемые из граничных условий

Так как по условию (4.43) температура на оси цилиндра ($r = 0$) не может быть равна бесконечности, то постоянная B равна нулю, поскольку при $r \rightarrow 0$

$$K_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right) \rightarrow \infty.$$

Следовательно, имеем:

$$T_L(r, s) - \frac{T_0}{s} = AJ_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right). \quad (4.49)$$

Функция $J_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right)$ четная, она удовлетворяет условию симметрии.

Граничное условие (4.42) для изображения запишем в виде

$$T_L(R, s) = \frac{T_c}{s}.$$

Тогда, для выполнения условия (4.49), можно записать:

$$T_L(R, s) = \frac{T_c}{s} = \frac{T_0}{s} + AJ_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}R\right), \quad (4.50)$$

откуда коэффициент А будет равен:

$$A = -\frac{T_0 - T_c}{sJ_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}R\right)}. \quad (4.51)$$

Решение уравнения (4.48) в окончательном виде запишется:

$$\frac{T_0}{s} - T_L(r, s) = \frac{(T_0 - T_c)J_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}r\right)}{sJ_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}}R\right)} = \frac{\Phi(s)}{\Psi(s)}. \quad (4.52)$$

Полученное решение (4.52) представляет собой отношение двух степенных рядов с натуральными показателями относительно S, причем ряд знаменателя не содержит постоянной (первый член ряда равен S).

Таким образом, все условия теоремы разложения соблюдены, и ее можно применять для перехода от изображения к оригиналу.

Найдем корни полинома $\Psi(S)$, для чего приравняем его к нулю:

$$\psi(s) = sJ_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}} * R\right) = si_0\left(i\sqrt{\frac{s}{a}} * R\right) = 0. \quad (4.53)$$

Отсюда получим:

1. $S = 0$ (нулевой корень);

$$2. i\sqrt{\frac{S}{a}}R = \mu_1, \mu_2 \dots \mu_n$$

-корни функции Бесселя $i_0(\mu)$. Таким образом, имеем бесчисленное множество корней для S .

Они равны:

$$S_n = -\frac{a\mu_n^2}{R^2}. \quad (4.54)$$

Найдем $\Psi'(S)$:

$$\begin{aligned} \psi'(s) = J_0\left(\sqrt{\frac{s}{a}} * R\right) + \frac{sR}{2\sqrt{as}}(J_1\sqrt{\frac{s}{a}} * R) = \\ i_0\left(i\sqrt{\frac{s}{a}} * R\right) + \frac{1}{2i}\sqrt{\frac{s}{a}}Ri_1\left(i\sqrt{\frac{s}{a}} * R\right) \end{aligned} \quad (4.55)$$

Так как

$$J_1(z) = \frac{dJ_0(z)}{dz}; J_1(z) = \frac{1}{i}i_1(iz),$$

Следовательно, имеем:

$$L^{-1}\left[\frac{\Phi(s)}{\psi(s)} = \frac{\Phi(0)}{\psi'(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi(s_n)}{\psi(s_n)} e^{sn\tau}\right] \quad (4.56)$$

или

$$T_0 - T(x, \tau) = (T_0 - T_c) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(T_0 - T_c)}{\mu_n J_1(\mu_n)} * i\left(\mu \frac{r}{z}\right) * \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right), \quad (4.57)$$

учитывая, что $\frac{a\tau}{R^2} = F_0$ (критерий Фурье), получим окончательно:

$$\theta = \frac{T(x, \tau) - T_c}{T_0 - T_c} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n i_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \exp(-\mu_n^2 F_0), \quad (4.58)$$

где $A_n = \frac{2}{\mu_n i_1(\mu_n)}$.

Уравнение (4.58) преобразуем для $r = 0$ (центр цилиндра) и ограничиваясь двумя первыми членами ряда.

Тогда получим

$$Q_{\tau} = A_1 e^{-\mu_1^2 F_0} - A_2 e^{-\mu_2^2 F_0}, \quad (4.59)$$

или, учитывая, что: $A_1 = \frac{2}{\mu_1 i_1(\mu_1)}$,

где $\mu_1 = 2,4$; $A_1 = 1,602$; $A_2 = -1,0648$; $\mu_2 = 5,52$.

тогда:

$$Q_{\tau} = e^{-5,76 F_0}. \quad (4.60)$$

Из (4.58) с учетом формулы (4.60) получим удобную для практических расчетов формулу

$$T(0, \tau) = T_c - (T_c - T_0) * Q; \quad (4.61)$$

$$T(0, \tau) = T_c - (T_c - T_0) * e(-5.76 \frac{a\tau}{R^2}) , \quad (4.62)$$

где $T(0, \tau)$ – температура на оси нити в момент времени τ , °С;

T_c – температура воздуха в термокамере, °С;

T_0 – исходная температура однородной нити, °С;

a – коэффициент температуропроводности, м²/с;

R – радиус однородной нити, м;

τ - продолжительность термообработки, сек.

Уравнение (4.62) позволяет для любых однородных по своим теплофизическим свойствам нитей определить

- продолжительность процесса термообработки для завершения релаксационных процессов при заданной температуре воздуха в термокамере;

- температуру воздуха в термокамере, необходимую для полного прогревания нити и достижения равновесного значения усадки при данной температуре.

Достоверность разработанной математической модели, описывающей процесс прогревания комбинированных высокоусадочных нитей и позволяющей использовать ее для расчета температуры и времени термообработки для завершения релаксационных процессов, подтверждено экспериментально. Результаты экспериментальной проверки представлены ниже.

4.3. Расчет изменения температуры внутри комбинированной высокоусадочной нити линейной плотности 30 текс

В качестве примера проанализируем процесс прогревания комбинированной пневмотекстурированной полиэфирной высокоусадочной нити линейной плотности 30текс с различным содержанием высокоусадочного

компонента, полученной при оптимальных параметрах пневмотекстурирования. Термические коэффициенты полиэфирной нити находим из [12].

■ коэффициент теплопроводности - $\lambda = 0,083 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$.

■ теплоемкость - $C = 1,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}$.

Задачу решим для различных трех вариантов комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити:

Вариант 1 - содержание высокоусадочной полиэфирной нити 30%;

Вариант 2 - содержание высокоусадочной полиэфирной нити 60%;

Вариант 3 - содержание высокоусадочной полиэфирной нити 90%.

Коэффициент температуропроводности определяется по следующей формуле:

$$a = \frac{\lambda}{C\gamma}, \quad (4.63)$$

где λ - коэффициент теплопроводности полиэфирной нити, $\text{Вт/м} \cdot \text{град}$;

C - теплоемкость полиэфирной нити, $\text{Дж/кг} \cdot \text{град}$;

γ - объемная масса комбинированной пневмотекстурированной нити, кг/м^3

Диаметр и объемная масса комбинированных пневмотекстурированных нитей с различным процентным содержанием высокоусадочной полиэфирной нити, используемые в расчетах, определялись экспериментально в разделе.

Таким образом, рассчитанные по формуле (4.63) значения коэффициента температуропроводности следующие:

нить варианта1 – $a_{30} = 0.88 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$;

нить варианта2 – $a_{60} = 0.656 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$;

нить варианта3 – $a_{90} = 0.481 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$.

Для расчета температуры нити в диапазоне времени от 60 сек. до 600 сек. была составлена программа на языке Maple V, которая представлена в приложении, а также получена графическая интерпретация распределения температура по диаметру нити в течение 600 секунд (рис.4.7). Результаты расчета температуры нити представлены в таблице 4.4 .

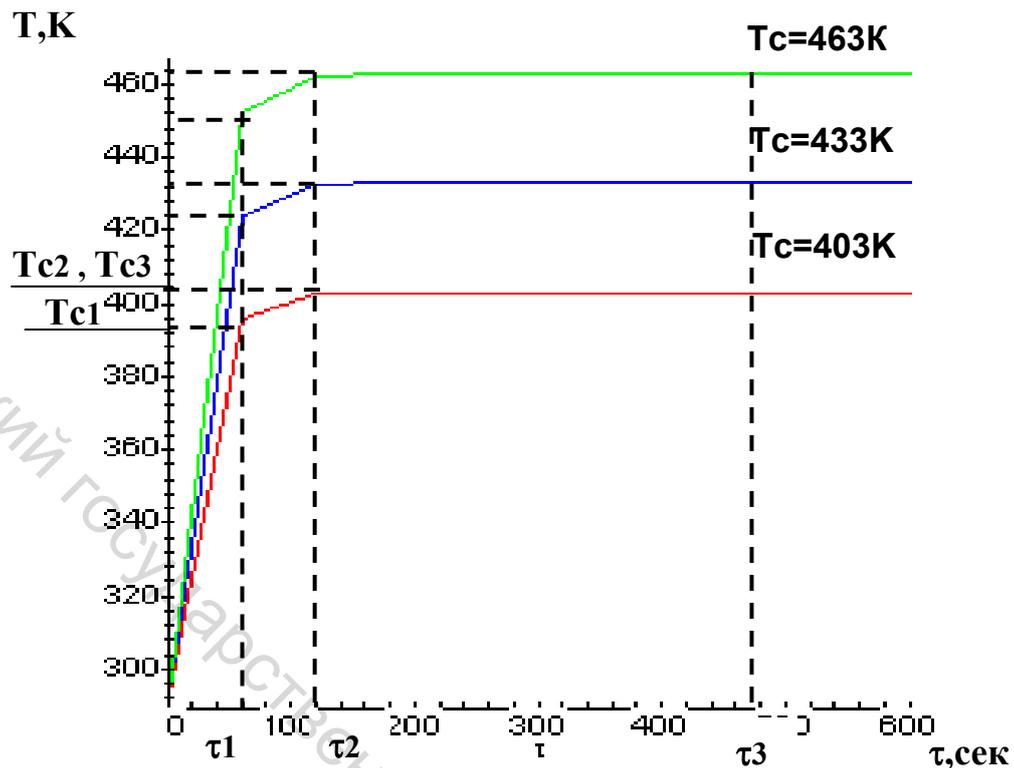


Рис. 4.7. Графическая зависимость температуры прогрева центральной части нити от продолжительности процесса термообработки

Таблица 4.4

Расчетные значения температуры прогрева комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити линейной плотности 30 текс

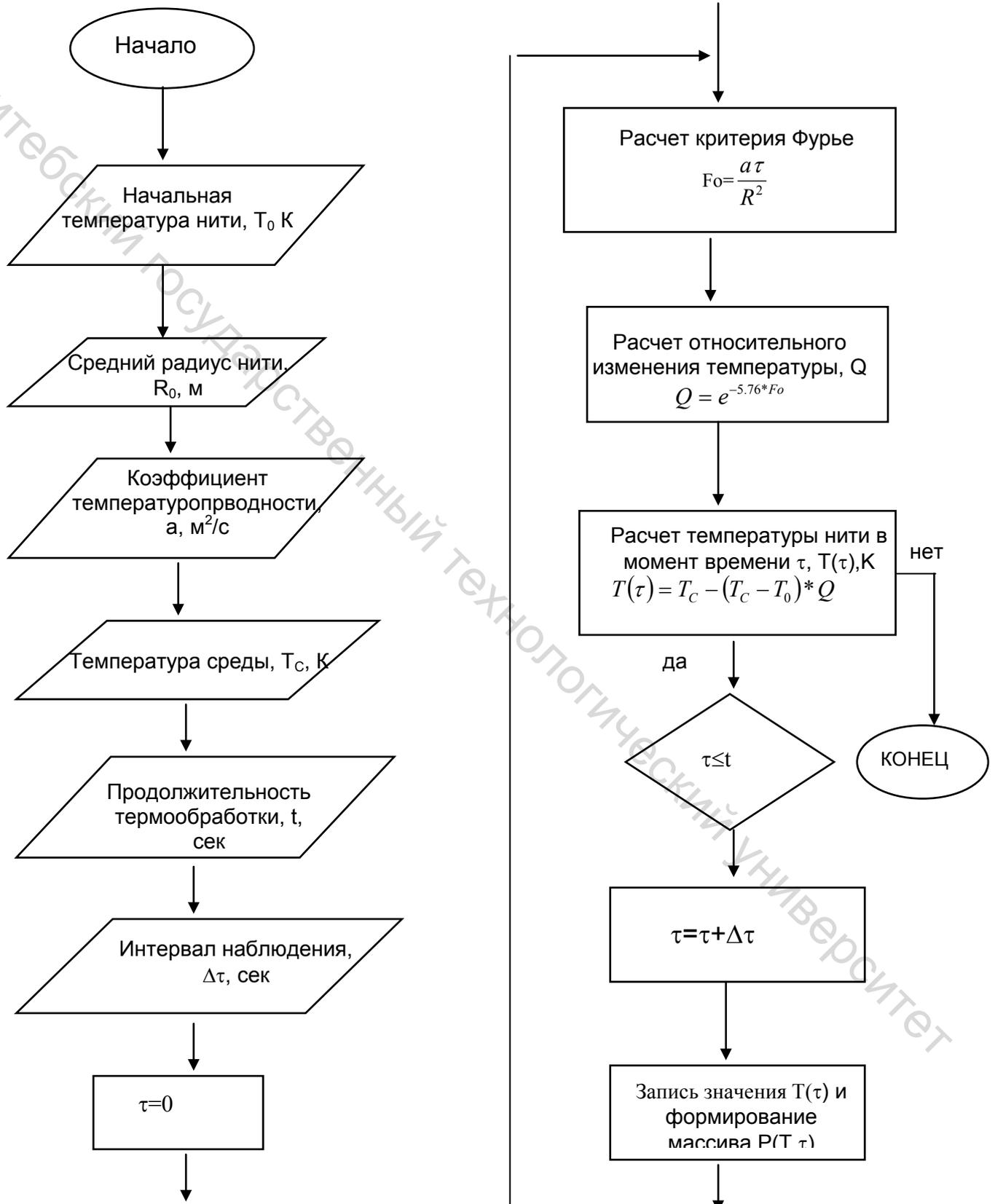
Время прогрева, сек	Температура нити, K	Вариант 1 30%-в.у	Вариант 2 60%-в.у.	Вариант 3 90%-в.у.
Температура среды $T_c=403K$				
60	T_1	395,9393	395,8769	396,3658
120	T_2	402,5468	402,5387	402,5998
480	T_3	403,0000	403,0000	403,0000
Температура среды $T_c=433K$				
60	T_1	424,0136	423,9342	424,5564
120	T_2	432,4232	432,4129	432,49,07
480	T_3	433,0000	433,0000	433,0000
Температура среды $T_c=463$				
60	T_1	452,0879	451,9915	452,7471
120	T_2	462,2996	462,2871	462,3816
480	T_3	463,0000	463,0000	463,0000

На полученной графической зависимости можно выделить три характерные участка. В интервале времени от 0 до τ_1 происходит прогревание внешней оболочки пневмотекстурированной нити тепловым потоком, температура центральной части высокоусадочного компонента достигает значения температуры T_{C1} . Далее тепловой поток проходит через слой, образованный петлями нагонного компонента (участок $T_{C1}-T_{C2}$), температура нити за время τ_2 равна T_{C2} . На участке $T_{C2}-T_{C3}$ прогревается стержневая высокоусадочная нить и к моменту времени τ_3 происходит выравнивание температуры горячего воздуха в термокамере с температурой центральной части комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити ($T_{C3}=T_C$).

Анализ полученных теоретических зависимостей распределения температуры по диаметру комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити позволяет сделать следующие выводы:

- С ростом температуры сухого воздуха в термокамере процесс прогревания комбинированной пневмотекстурированной нити протекает интенсивнее.
- Время достижения необходимой температуры на поверхности высокоусадочной полиэфирной нити практически не зависит от процентного содержания низкоусадочного компонента, располагающегося на ее поверхности, несмотря на то, что диаметр нити увеличивается. Это объясняется тем, что при пневмотекстурировании низкоусадочный компонент образует на поверхности стержневой высокоусадочной нити петли, диаметр нити увеличивается, но значительно уменьшается объемная масса (кг/м^3) комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити. Следовательно, при увеличении процентного содержания низкоусадочного (нагонного) компонента, возрастает значение коэффициента температуропроводности.
- Прогревание центральной части пневмотекстурированной высокоусадочной нити линейной плотности 30 текс до температуры воздуха в термокамере протекает в течение 480 секунд.

Блок-схема алгоритма исследования процесса термообработки пневмотекстурированной высокоусадочной нити



4.4. Теоретический анализ процесса терморелаксации неоднородной нити

При термообработке комбинированной высокоусадочной нити, состоящей из двух компонентов, отличающихся по своим теплофизическим свойствам, тепло проходит через оболочку покрытия, достигает поверхности полиэфирной высокоусадочной нити, прогревает ее до заданной температуры. Термические коэффициенты покрытия и стержневой нити различны.

Для определения времени, необходимого для прогревания комбинированной нити до заданной температуры, следует определить закон распределения температуры по диаметру нити. Несмотря на сложность процесса тепловой обработки высокоусадочной нити, состоящей из двух различных по своим свойствам компонентов, его можно проанализировать на основе общих законов теплопередачи.

Для облегчения анализа необходимо сделать некоторые допущения. Поскольку комбинированная нить находится в скрученном состоянии, и волокно покрытия равномерно покрывает полиэфирную высокоусадочную нить, ее можно представить в виде системы двух бесконечных цилиндрических тел (рис. 4.8).

В начальный момент времени система имеет одинаковую начальную температуру T_0 . Комбинированная высокоусадочная нить помещается в среду сухого горячего воздуха с температурой $T_c > T_0$. Теплообмен между поверхностью нити и окружающей средой происходит одинаково по всей поверхности. Температура нити зависит только от продолжительности нагревания и соотношения радиусов R_2 и R_1 . С учетом сформулированных условий и ограничений, можно записать [2]:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = a_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) (\tau); 0 \leq r \leq R_1 \quad (4.64)$$

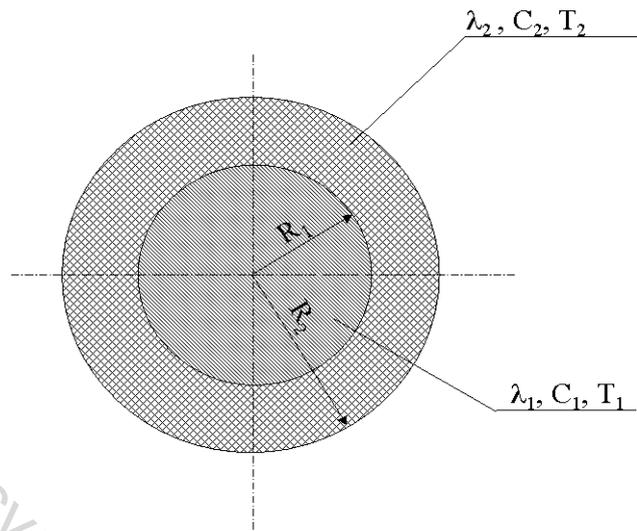


Рис. 4.8 Схема комбинированной высокоусадочной нити

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} (\tau); 0; R_1 \leq r \leq R_2); \quad (4.65)$$

$$T_1(r, 0) = T_2(r, 0) = T_0 = const; \quad (4.66)$$

$$T_1(R_1 \tau) = T_2(R_1 \tau); \lambda_1 \frac{\partial T_1(R_1 \tau)}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(R_2 \tau)}{\partial r}; \quad (4.67)$$

$$T_1(0, \tau) \rightarrow \infty; -\lambda_2 \frac{\partial T_2(R_2 \tau)}{\partial r} + \alpha [T_c - T_2(R_2 \tau)] = 0. \quad (4.68)$$

Используя преобразования Лапласа, получаем решение в виде:

$$\frac{T_1(r, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0 \left(\mu_n \frac{r}{R_1} \right) \exp(-\mu_n^2 F_0); \quad (4.69)$$

$$\frac{T_2(r, \tau) - T_O}{T_C - T_O} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{J_0(\mu_n) \cos \left[\mu_n K_a^{1/2} \left(\frac{R_1}{r} - 1 \right) \right] - K_{\Sigma} J_1(\mu_n)}{\sin \left[\mu_n K_a^{1/2} \left(\frac{R_1}{r} - 1 \right) \right]} \right] * \exp(-\mu_n^2 F_O) \quad (4.70)$$

где μ_n - корни характеристического уравнения;

$K_a = a_1/a_2$ - критерий, характеризующий теплоинерционные свойства волокон покрытия относительно стержневой полиэфирной высокоусадочной нити;

$K_{\Sigma} = K_{\lambda} / \sqrt{K_a}$ - критерий, характеризующий тепловую активность стержневой высокоусадочной нити по отношению к волокнистой оболочке покрытия;

$K_{\lambda} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ - критерий, характеризующий относительную теплопроводность

комбинированной высокоусадочной нити;

$F_O = a_2 \tau / R_2^2$ - критерий Фурье для волокнистой оболочки;

$A_n = \frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)}$ - характеристический коэффициент (начальная амплитуда ряда).

Ограничиваясь первым членом ряда, можно вместо A_n записать

$$A_1 = \frac{2}{\mu_1 J_1(\mu_1)}; J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) = 1, \quad (4.71)$$

для осевой линии нити, где

$$\mu_1 = 2,4; J_1(2,4) = 0,52; A_1 = 1,6. \quad (4.72)$$

Тогда уравнение (4.69) можно записать в виде:

$$\frac{T_1(r, \tau)}{T_c - T_0} = 1 - e^{-2.4Fo}. \quad (4.73)$$

Учитывая, что в начальный момент времени (при $\tau = 0$) второй член уравнения (4.70) равен нулю

$$\sum_{n=1}^{\infty} [J_0(\mu_n) \cos[\mu_n K_a^{0.5} (\frac{r}{R} - 1)] - K_{\Sigma} J_1(\mu_n) \sin[\mu_n K_a^{0.5} (\frac{r}{R} - 1)]] * \\ * \exp(-\mu_n^2 Fo) = 0$$

температура комбинированной нити в начальный момент равна $T_0 = 293$ К

При значениях $\tau > 0$, а также, принимая в уравнении (4.70) $r = R_2$, $J_0(\mu_n) = 1$, получим:

$$\theta = \frac{T_2(r, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = 1 - \left[\begin{array}{l} \cos\left(2,4K_a^{1/2}\left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right)\right) - K_{\Sigma} 0,52 \\ \sin\left(2,4K_a^{1/2}\left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right)\right) \end{array} \right] e^{-2,4^2 Fo}. \quad (4.74)$$

Из полученного уравнения (4.74), характеризующего изменение температуры по толщине двухкомпонентной неоднородной нити, определяем температуру прогрева нити в любой промежуток времени.

$$T_2(r, \tau) = T_0 + (T_c - T_0)\theta; \quad (4.75)$$

$$T_2(r, \tau) = T_0 + (T_c - T_0) * \\ \left[1 - \left[\cos\left(2,4K_a^{1/2}\left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right)\right) - K_{\Sigma} 0,52 \sin\left(2,4K_a^{1/2}\left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right)\right) \right] \right] * \\ * \exp\left(-5.76 \frac{a_2 \tau}{R_2^2}\right)$$

(4.76)

где T_0 – начальная температура неоднородной нити, $^{\circ}\text{C}$;

T_c – температура сухого воздуха в термокамере, $^{\circ}\text{C}$;

K_a – критерий, характеризующий теплоинерционные свойства волокон покрытия относительно стержневой нити;

K_{Σ} – критерий, характеризующий тепловую активность стержневой нити по отношению к волокнистой оболочке покрытия;

R_1 – радиус стержневой нити, м;

R_2 – радиус комбинированной нити, м;

a_2 – коэффициент температуропроводности волокнистого покрытия, m^2/s ;

τ – время процесса термообработки, сек.

Полученное уравнение позволяет для любых комбинированных нитей, состоящих из компонентов, отличающихся по теплофизическим свойствам, любого сырьевого состава и процентного содержания компонентов решать две задачи:

- определение температуры воздуха в термокамере, необходимой для прогревания нити до заданной температуры за определенный промежуток времени при непрерывном процессе термообработке и достижения равновесного значения усадки;
- определение времени, необходимого для полного прогревания нити при заданной температуре сухого воздуха в термокамере и завершения релаксационных процессов.

Теоретический анализ теплообмена между комбинированной высокоусадочной нитью и средой термообработки показал, что температура и скорость нагревания комбинированных высокоусадочных нитей различного вида и линейной плотности зависят от начальной температуры нити, температуры среды, соотношения радиуса стержневого компонента к радиусу комбинированной нити, а также тепловых свойств составляющих компонентов.

4.5. Расчет изменения температуры внутри неоднородной высокоусадочной нити

Проанализируем процесс прогрева двухкомпонентных неоднородных нитей и определим закон распределения температуры по толщине на примере хлопкополиэфирной высокоусадочной нити линейной плотности 40 текс с различным содержанием высокоусадочного компонента.

Вариант 1 - содержание высокоусадочного компонента 20%.

Вариант 2 - содержание высокоусадочного компонента 40%.

Вариант 3 - содержание высокоусадочного компонента 60%.

Диаметр комбинированной нити D_2 и диаметр стержневого компонента для различных вариантов D_{11} , D_{12} , D_{13} определялся экспериментальным путем с помощью микроскопа с окулярным микрометром.

После статистической обработки результатов на ЭВМ получены следующие значения:

$$D_2 = 0,43 \text{ мм}; D_{11} = 0,1 \text{ мм}; D_{12} = 0,18 \text{ мм}; D_{13} = 0,28 \text{ мм}.$$

Термические коэффициенты хлопкового покрытия и полиэфирной нити находим из [13]:

для полиэфирной нити:

■ коэффициент теплопроводности - $\lambda_1 = 0,083 \text{ Вт/м град}$

■ теплоемкость - $C = 1,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг град}$

для хлопкового покрытия:

■ коэффициент теплопроводности - $\lambda_2 = 0,05 \text{ Вт/м град}$

■ теплоемкость - $C = 1,63 \text{ кДж/кг град}$

Плотность полиэфирной высокоусадочной нити $\gamma_1 = 1,38 \text{ г/см}^3$, хлопкового покрытия $\gamma_2 = 1,52 \text{ г/см}^3$.

Рассчитаем коэффициенты уравнения (4.76), характеризующие тепловые свойства комбинированной высокоусадочной хлопкольнолавановой нити линейной плотности 40 текс.

■ коэффициент температуропроводности полиэфирной высокоусадочной нити $a_1 = \lambda_1 / c_1 \gamma_1 = 0,5467 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$;

- коэффициент температуропроводности хлопкового покрытия $a_2 = \lambda_2 / c_2 \gamma_2 = 0,2018 * 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$;
- критерий, характеризующий теплоинерционные свойства хлопковых волокон покрытия относительно стержневой полиэфирной высокоусадочной нити $Ka = a_1 / a_2 = 2,7091$;
- критерий, характеризующий относительную теплопроводность комбинированной высокоусадочной нити $K_\lambda = \lambda_1 / \lambda_2 = 1,66$;
- критерий, характеризующий тепловую активность стержневой высокоусадочной нити по отношению к хлопковой оболочке покрытия $K_\Sigma = K_\lambda / Ka^{0,5} = 1,0086$;

Далее для каждого варианта нити была рассчитана по формуле (4.76) температура центральной части нити через определенные промежутки времени. Расчет проводился с использованием математической системы Maple V, программа представлена в приложении, а результаты расчета в таблице 4.5.

Графические зависимости температуры центральной части стержневой нити от продолжительности нагревания представлены на рис. 4.9.

На полученных графических зависимостях температуры центральной части стержневой нити от продолжительности процесса термообработки можно выделить следующие участки, характеризующие прогревание комбинированной высокоусадочной нити. Участок АВ характеризуется прогреванием внешней оболочки нити тепловым потоком. Перенос тепла осуществляется конвекцией. При этом температура центральной части комбинированной высокоусадочной нити за время τ_1 достигает значения T_{c1} . Далее тепловой поток проникает через хлопковое покрытие (участок ВС), температура центральной части нити за промежуток времени τ_2 равна T_{c2} . Третий период описывается участком CD, на котором происходит переход теплового потока к стержневой высокоусадочной нити и к моменту времени τ_4 происходит выравнивание температуры среды с температурой центральной части нити $T_{c4} = T_c$.

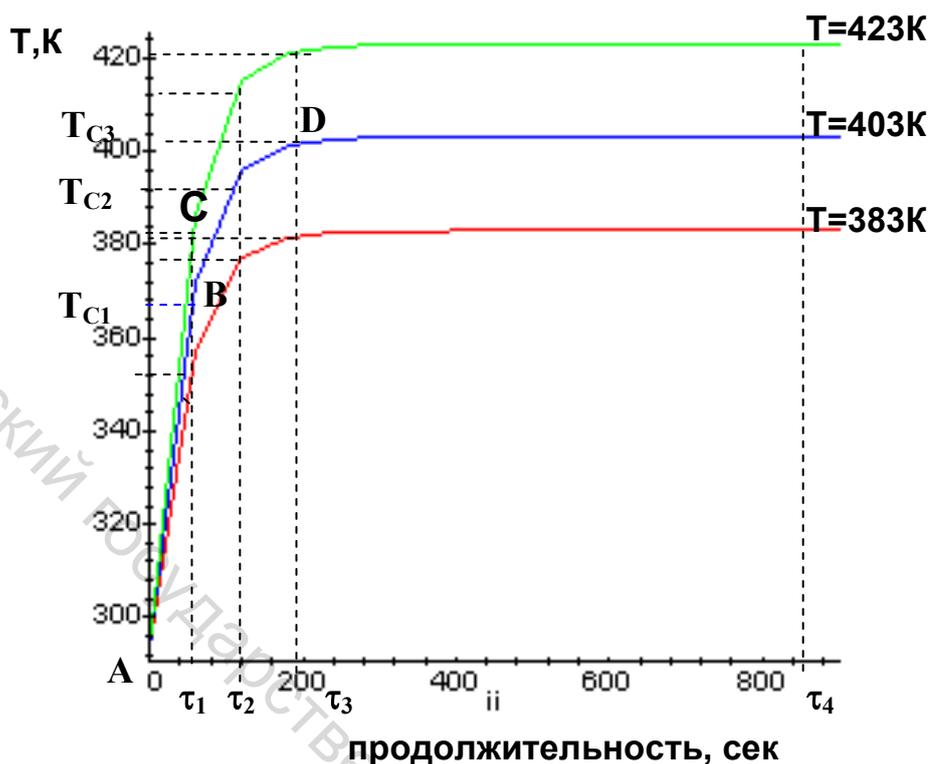


Рис. 4.9. Зависимость температуры прогревания хлопколавсановой высокоусадочной нити от продолжительности процесса термообработки

Таблица 4.5

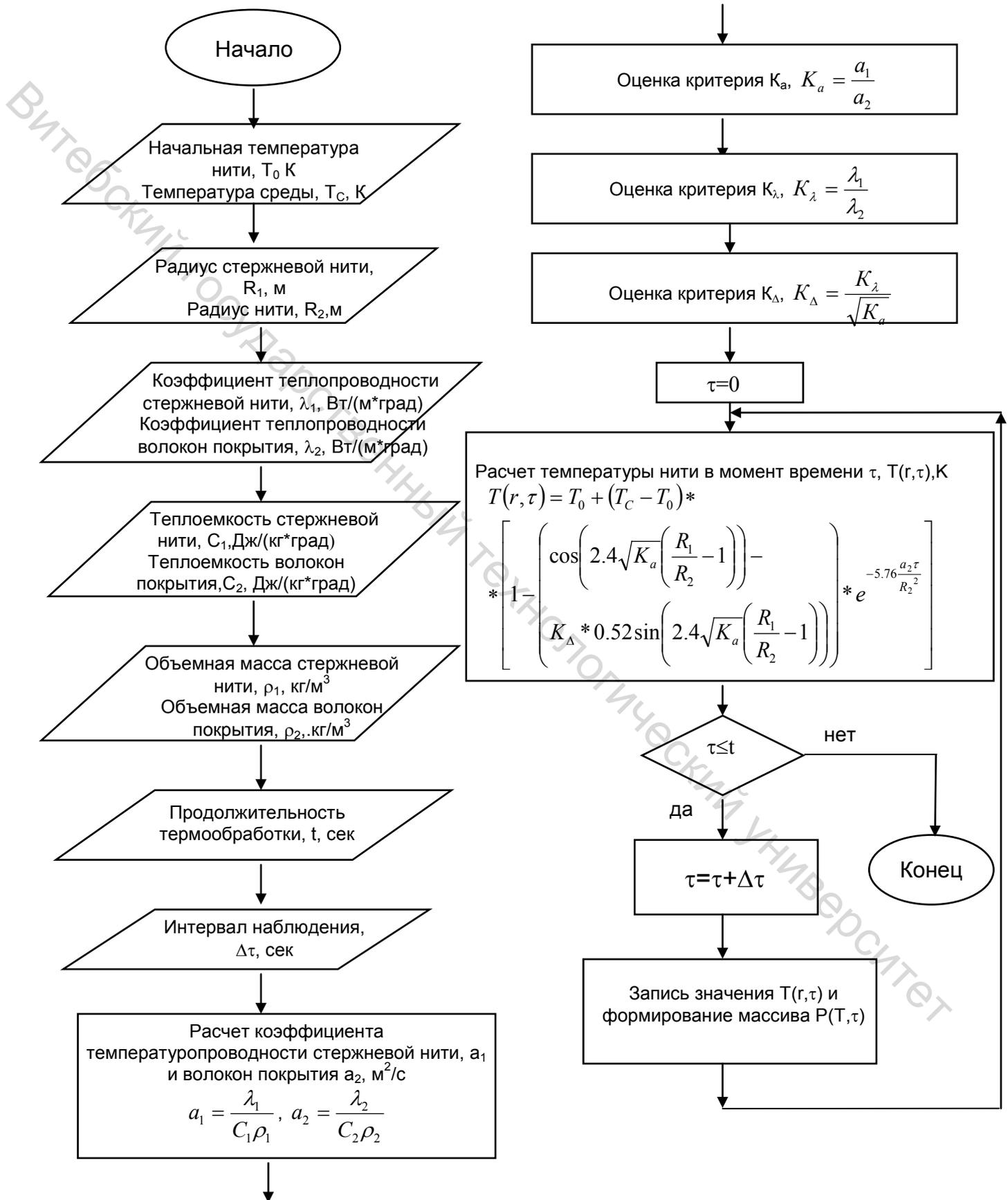
Расчетные значения температуры прогревания комбинированной высокоусадочной нити линейной плотности 40 текс

Время прогревания, сек.	Температура нити, K	Вариант 1 $R_1=0.05$ мм $R_2=0.215$ мм	Вариант 2 $R_1=0.09$ мм $R_2=0.215$ мм	Вариант 3 $R_1=0.14$ мм $R_2=0.215$ мм
Температура среды $T_C=383$ K				
60	T_{C1}	344.45	357.69	377.15
120	T_{C2}	374.47	377.40	381.70
180	T_{C3}	381.11	381.76	382.71
900	T_{C4}	383.00	383.00	383.00
Температура среды $T_C=403$ K				
60	T_{C1}	355.88	372.16	395.85
120	T_{C2}	392.57	396.15	401.42
180	T_{C3}	400.69	401.48	402.65
900	T_{C4}	403.00	403.00	403.00
Температура среды $T_C=423$ K				
60	T_{C1}	367.32	386.44	414.65
120	T_{C2}	410.68	414.91	421.13
180	T_{C3}	420.27	421.21	422.58
900	T_{C4}	423.00	423.00	423.00

С уменьшением процентного вложения высокоусадочного компонента, т.е. с увеличением слоя хлопкового покрытия, время прогрева комбинированной хлопколавсановой нити до заданной температуры увеличивается. Это объясняется худшими теплоинерционными свойствами хлопкового покрытия. Поскольку время нахождения нити в термокамере ограничено, то для прогрева ее до заданной температуры, необходимо увеличивать температуру среды (горячего воздуха).

Анализ теплообмена между комбинированной высокоусадочной нитью и средой термообработки показал, что температура нити и скорость ее нагрева изменяются во времени экспоненциально, причем температура комбинированной нити асимптотически приближается к температуре среды, а скорость ее изменения стремится к нулю. Время прогрева центральной части комбинированной хлопколавсановой высокоусадочной нити до температуры воздуха в термокамере равно $\tau=900$ сек.

Блок-схема алгоритма исследования процесса термообработки комбинированной нити с различным содержанием компонентов.



5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕРМООБРАБОТКИ КОМБИНИРОВАННЫХ ВЫСОКОУСАДОЧНЫХ НИТЕЙ

В разделе 4 представлены математические модели, позволяющие определить оптимальную продолжительность процесса термообработки комбинированной высокоусадочной нити для достижения равновесного значения усадки. С целью подтверждения теоретических моделей была проведена серия экспериментов.

В связи с вышеизложенным, необходимо:

- проверить экспериментально теоретически полученные модели;
- определить степень влияния технологических параметров термообработки на усадочные свойства нити;
- определить оптимальные технологические параметры процесса термообработки комбинированной высокоусадочной нити.

5.1. Исследование процесса термообработки комбинированных пневмотекстурированных высокоусадочных нитей в сухом горячем воздухе

Для исследования процесса термообработки был применен метод математического планирования эксперимента.

Исходя из анализа теории процесса усадки, для исследуемого в данной монографии объекта предполагается, что в общем случае, модель может иметь вид:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^m b_i x_i + \sum_{\substack{i=j=1 \\ j \neq 1}}^m b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m b_{ii} x_i^2. \quad (5.1)$$

Объектом исследования была комбинированная пневмотекстурированная высокоусадочная нить линейной плотности 30 текс. В качестве входных параметров были приняты:

- процентное содержание высокоусадочного компонента, %, X_1 ;
- время процесса термообработки, мин, X_2 ;
- температура горячего воздуха, °C, X_3 .

Исследуемым параметром является усадка, Y_1 , %.

Для моделей с числом факторов больше двух предлагаются некомпозиционные планы второго порядка [14], в которых каждый фактор варьируется на трех уровнях.

Для проведения исследования процесса термообработки нити был использован центральный некомпозиционный почти ротатабельный план эксперимента (ЦНКЭ).

Преимущества выбранного плана исследования является следующее:

- эксперимент по матрице ЦНКЭ проводится на трех уровнях варьирования для каждого фактора;
- матрица имеет меньшее число опытов по сравнению с РКЦЭ, строится на гиперкубе и является почти ротатабельным;
- большее количество нулей в строках матрицы приводит к упрощению вычисления коэффициентов регрессии.

Уровни и интервалы варьирования факторов были установлены на основании теоретического анализа процесса термообработки полиэфирных нитей.

Исследование усадки комбинированных высокоусадочных пневмотекстурированных нитей после термообработки проводилось в соответствии с ГОСТ 16294-79 «Определение линейной усадки химических нитей», отбор проб производился по ГОСТ 6611.0-73. Обработка результатов эксперимента проводилась на ПЭВМ с использованием программы «Statistica for Windows» [15].

Вид полученной математической модели для усадки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити следующий:

$$Y_1 = -28.1852 + 0.8220X_1 + 2.9413X_2 - 0.0083X_2X_3 - 0.0037X_1^2 - 0.079X_2^2 + 0.00048X_3^2. \quad (5.2)$$

Анализ полученной математической модели показывает, что:

- Продолжительность процесса термообработки комбинированной высокоусадочной пневмотекстурированной нити линейной плотности 30 текс для достижения равновесного значения усадки не зависит от процентного содержания высокоусадочного компонента. Это объясняется тем, что продолжительность прогрева пневмотекстурированной нити до температуры стеклования не зависит от содержания высокоусадочного компонента.
- При увеличении содержания низкоусадочного компонента равновесное значение усадки при данной температуре уменьшается. В присутствии 10% низкоусадочного компонента усадка равна 40%, 30% низкоусадочного компонента – 30%, 70% низкоусадочного компонента – 16%. Это объясняется наличием факторов, определяющих сопротивление усадке (трение между элементарными нитями, особенностями структуры пневмотекстурированной нити и др.).
- При увеличении температуры сухого воздуха от 130⁰С до 190⁰С усадка комбинированной пневмотекстурированной нити и скорость процесса возрастают, поскольку усадка является термоактивационным процессом. Поэтому оптимальная продолжительность термообработки определяется кинетикой процесса усадки, резко зависящей от температуры.
- Процесс усадки комбинированной пневмотекстурированной нити протекает интенсивно в начальной стадии термообработки (3-4 мин), при дальнейшем воздействии теплового потока прирост усадки значительно уменьшается. Снижение скорости процесса усадки в зависимости от продолжительности термообработки объясняется «затуханием» процессов образования новых межмолекулярных связей в аморфных областях полиэфирной высокоусадочной нити на второй стадии процесса [16]. При термообработке свыше 10 мин усадка достигает своего равновесного значения. Для подтверждения последнего высказывания был проведен дополнительный эксперимент в интервале времени 10-20 мин.

Целью проведения эксперимента являлось определение степени влияния продолжительности термообработки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити на усадку при воздействии теплового потока свыше 10 мин. Продолжительность термообработки изменялась в интервале 10-20 мин с шагом 5 мин.

Полученная математическая модель процесса термообработки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити при достижении равновесного значения усадки имеет следующий вид:

$$Y_2 = -34.9030 + 1.2972X_1 - 0.6391X_2 + 0.1214X_3 - 0.0005X_1X_3 - 0.0069X_1^2 + 0.0226X_2^2 \quad (5.3)$$

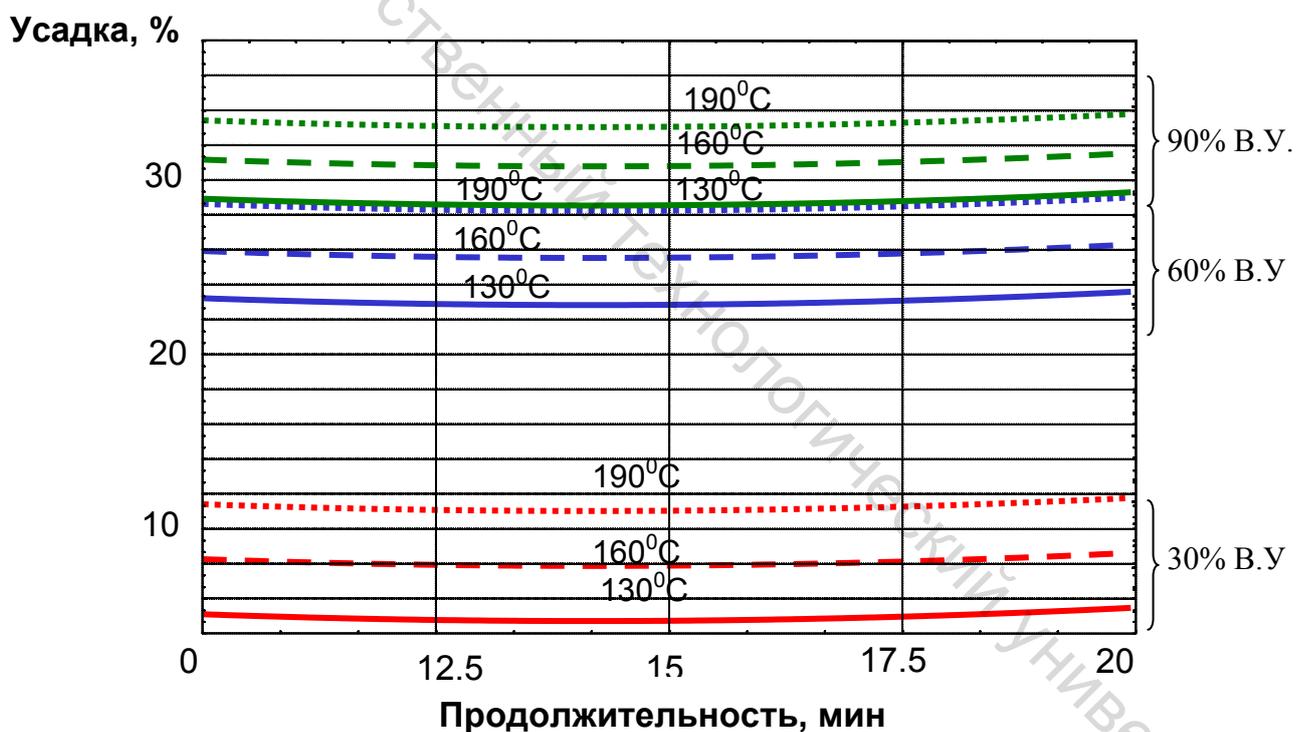


Рис. 5.1. Зависимость усадки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити 30 текс от продолжительности термообработки

Графические зависимости усадки от продолжительности и температуры термообработки построены при фиксированном значении X_1 на каждом из трех уровнях и представлены на рис. 5.1.

Представленные зависимости доказывают справедливость высказывания о том, что в течение 10 минут термообработки комбинированной пневмотекстурированной нити линейной плотности 30 текс в горячем воздухе при постоянной температуре, усадка достигает своего равновесного значения.

5.2. Определение оптимальных параметров процесса термообработки комбинированных пневмотекстурированных высокоусадочных нитей для достижения равновесного значения усадки

Для поиска оптимальных параметров применяют разнообразные методы, большинство из которых можно подразделить на три основные группы [14]: градиентные методы, безградиентные методы и методы случайного поиска. Последние два метода обычно применяются в ситуациях, когда поиск оптимума проводится в условиях отсутствия математического описания объекта оптимизации, при значительных ошибках эксперимента и при решении многоэкстремальных задач. Поэтому, для нахождения оптимальных параметров процесса термообработки выбраны градиентные методы поиска, которые основаны на учете приближенных математических зависимостей, определяющих функцию цели, и на анализе производных этой функции в k -мерном пространстве в выбранном направлении. Как известно, градиентом некоторой функции $y(x)$ в данной точке $\text{grad } y(x)$ называют вектор, алгебраическая величина которого равна производной от данной функции по направлению нормали к поверхности постоянного уровня этой функции. Данный вектор в каждой точке определения функции $y(x)$ направлен по нормали к поверхности уровня, проведенной через эту точку, и, вследствие

этого, совпадает по направлению с наискорейшим изменением данной функции. Поэтому движение по градиенту является кратчайшим путем к нахождению экстремума функции $y(x)$, что является достоинством данных методов. На практике наиболее широкое распространение получили следующие градиентные методы поиска оптимальных решений:

- метод крутого восхождения;
- метод градиента;
- метод наискорейшего спуска;
- метод релаксации.

Для нахождения оптимальных параметров процесса термообработки выбран метод релаксации, поскольку характер изучаемой поверхности известен, на пути движения к оптимуму отсутствуют «овраги», а также этот метод позволяет двигаться в выбранном направлении при фиксированных значениях других независимых переменных без расчета всех производных после каждого шага.

Задача поиска оптимума заключалась в нахождении таких значений температуры и продолжительности термообработки комбинированных пневмотекстурированных нитей, которые обеспечивали бы максимум значения усадки. Поскольку, с увеличением процентного вложения высокоусадочного компонента усадка нити возрастает, целесообразно определить оптимальные параметры термообработки при минимальном значении $X_1=30\%$, когда силы сопротивления процессу усадки максимальны. При теоретическом анализе зависимости усадки от температуры для полиэфирных нитей, а также полученные экспериментальные данные позволяют упростить задачу. Известно, что усадка достигает своего максимального значения при прогревании нити до температуры 190°C . Дальнейшее повышение температуры приводит к чрезмерному повышению подвижности макромолекул, резкому изменению надмолекулярной структуры полиэфирной высокоусадочной нити. Это изменение приводит к ухудшению физико-механических показателей нити [10]. Учитывая изложенное, оптимизация выполняется при следующих условиях и ограничениях:

$Y \rightarrow \max$ (усадка принимает максимальное значение);

$X_1 = 30\%$ (процентное вложение высокоусадочного компонента);

$X_3 = 190^\circ \text{C}$ (температура воздуха в термокамере).

Математическая модель (5.2) при фиксированных значениях X_1 и X_3 принимает следующий вид:

$$Y_1 = 10,4006 + 1,3643X_2 - 0,0797X_2^2 \quad (5.4)$$

При известном виде функции цели с одной независимой переменной координата экстремума находится дифференцированием уравнения (5.4) и приравниванием производной нулю:

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 0 \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 1,3643 - 0,1594X_2 \quad (5.6)$$

Решая уравнение (5.6) относительно X_2 , получим:

$$X_2 = 8,56 \text{ (мин)}$$

Таким образом, найдена оптимальная продолжительность процесса термообработки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити линейной плотности 30 текс, вложением высокоусадочного компонента 30%, при температуре 190°C для получения максимального значения усадки. Очевидно, что при увеличении содержания высокоусадочного компонента этого времени будет достаточно для завершения процессов релаксации [17].

При оптимальной продолжительности процесса термообработки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити линейной плотности 30 текс была построена диаграмма зависимости усадки от

процентного вложения высокоусадочного компонента в интервале рабочих температур горячего воздуха в термокамере (рис. 5.2).

Используя данную номограмму, можно с достаточной точностью определять ожидаемую усадку комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити при данном соотношении низко- и высокоусадочного компонента при заданной температуре горячего воздуха.

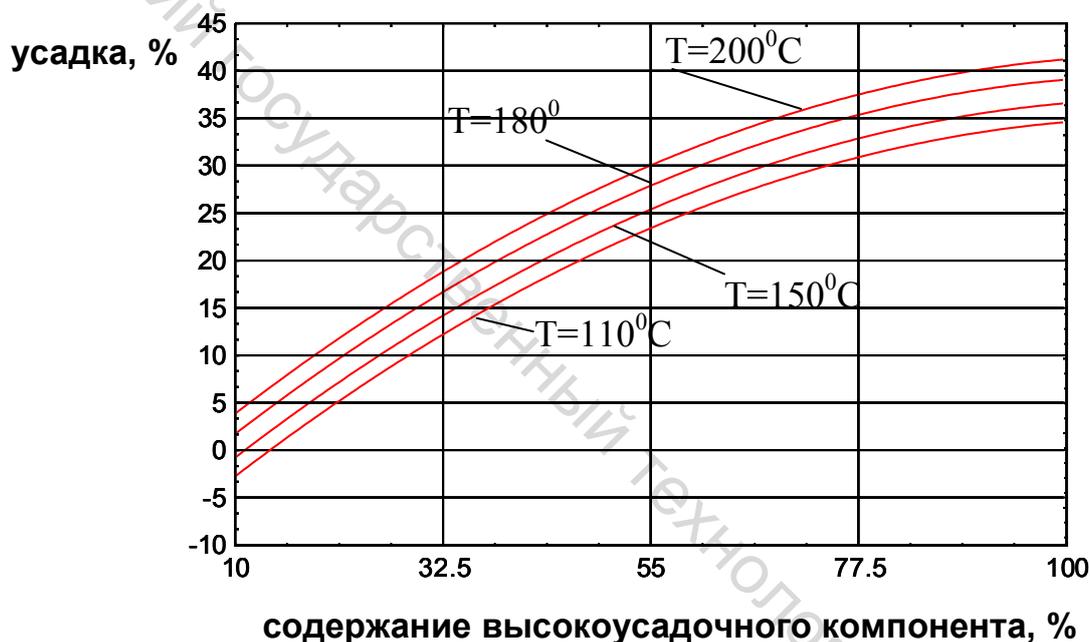


Рис. 5.2. Номограмма для определения усадки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити 30текс в зависимости от содержания высокоусадочного компонента

5.3. Сравнительный анализ полученных теоретических и экспериментальных зависимостей процесса термообработки комбинированных пневмотекстурированных высокоусадочных нитей

Теоретическое исследование закона распределения температуры в нестационарных условиях прогрева комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити от продолжительности процесса термообработки показало, что интенсивность прогрева практически не зависит от процентного содержания высокоусадочного компонента. Графическая интерпретация закона распределения температуры по толщине комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити линейной плотности 30 текс представлена на рис. 5.3. Для дальнейшего сравнительного анализа теоретических и экспериментальных результатов были выбраны экспериментальные зависимости усадки комбинированной пневмотекстурированной нити с 30%-ным и 90%-ным содержанием высокоусадочного компонента от продолжительности процесса термообработки.

Рассмотрим вариант с максимальным содержанием высокоусадочного компонента (рис. 5.5)

Исследование полученных экспериментальных зависимостей показало наличие двух временных областей с разными закономерностями усадки, очевидно, связанными с различием механизмов процессов.

За промежуток времени τ_1 (рис.5.3) центр стержневой высокоусадочной нити прогрелся до температуры стеклования ($T_{ст}=100-120^{\circ}\text{C}$), а элементарные нити, находящиеся на периферии достигли этой температуры намного раньше. С повышением температуры воздуха в термокамере от 130°C до 190°C прогревание нити до температуры стеклования $T_{ст}$ ускоряется. За это время происходит основная часть процесса усадки (рис.5.5) комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити ($U_{\tau_1}=0,7U_{\text{равновесная}}$). При дальнейшем нагревании скорость процесса резко уменьшается, что связано с

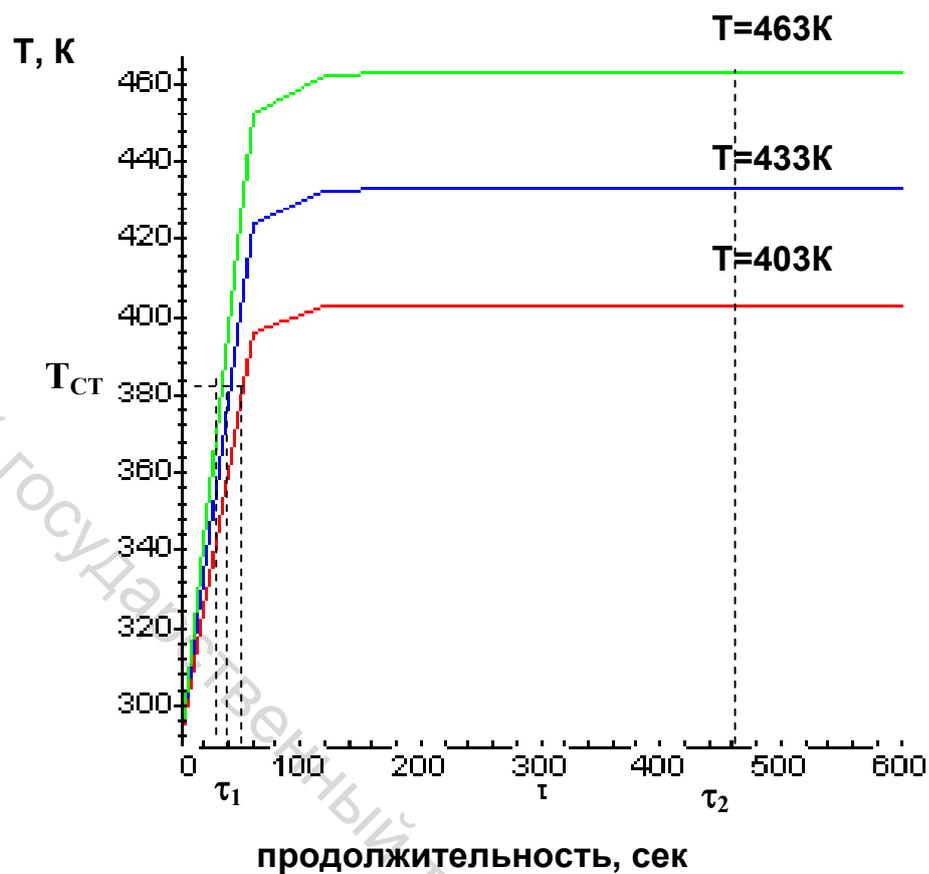


Рис. 5.3. Зависимость температуры прогревания комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити от продолжительности процесса термообработки

«насыщением» аморфных областей высокоусадочной полиэфирной нити новыми межмолекулярными связями. За промежуток времени τ_2 нить полностью прогревается до заданной температуры, и релаксационные процессы завершаются, усадка достигает своего равновесного значения при данной температуре. Поскольку усадка является термоактивационным процессом, с повышением температуры величина усадки в момент времени τ_1 возрастает, равновесное значение усадки достигается быстрее.

Расчетные данные температуры прогревания комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити, представленные в табл.4.4, показывают, что центральная часть нити прогревается до заданной

температуры за 480 сек (8 мин). Экспериментально установлено, что оптимальная продолжительность термообработки для достижения равновесного значения усадки также равна 8-8,5 мин.

При термообработке комбинированной пневмотекстурированной нити с 30%-ным содержанием высокоусадочного компонента (рис.5.4), скорость релаксационных процессов в промежуток времени $0-\tau_1$ при $T = 130\text{ }^{\circ}\text{C}$ значительно уменьшается. Значение усадки в момент τ_1 $Y = 0,2U_{\text{равновесная}}$.

Это объясняется наличием сил, оказывающих сопротивление усадке, в частности, сил трения, обусловленных присутствием низкоусадочного компонента, и не связано с изменением продолжительности прогревания комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити. Рассмотрение в термодинамическом аспекте процесса термообработки высокоусадочной нити показывает, что он является самопроизвольно протекающим процессом с изменением свободной энергии системы, подчиняющийся уравнению [4]:

$$A = \tau \Delta L = \Delta U - T\Delta S + p\Delta V + A' = \Delta H - T\Delta S + A' \quad (5.7)$$

где A - механическая работа внешних сил (работа усадки); P - сила усадки; ΔL - изменение длины нити; U - внутренняя энергия; S - энтропия; V - объем образца; H - теплосодержание; A' - прочие виды работ (преодоление внутреннего трения и т.п.);

Для исследуемых нитей величины ΔV очень мала, поэтому $P\Delta V \ll p\Delta L$.

При проведении термообработки, по мере роста межмолекулярных взаимодействий происходит уменьшение теплосодержания системы ($\Delta H < 0$), а также увеличение энтропии системы (за счет дезориентационных процессов) $\Delta S > 0$. В соответствии с уравнением (5.7), независимо от соотношения абсолютных величин изменений теплосодержания и энтропии ($|T\Delta S| > |\Delta H|$) при термической обработке процесс идет самопроизвольно с совершением внешней работы ($A < 0$) за счет усадки нити.

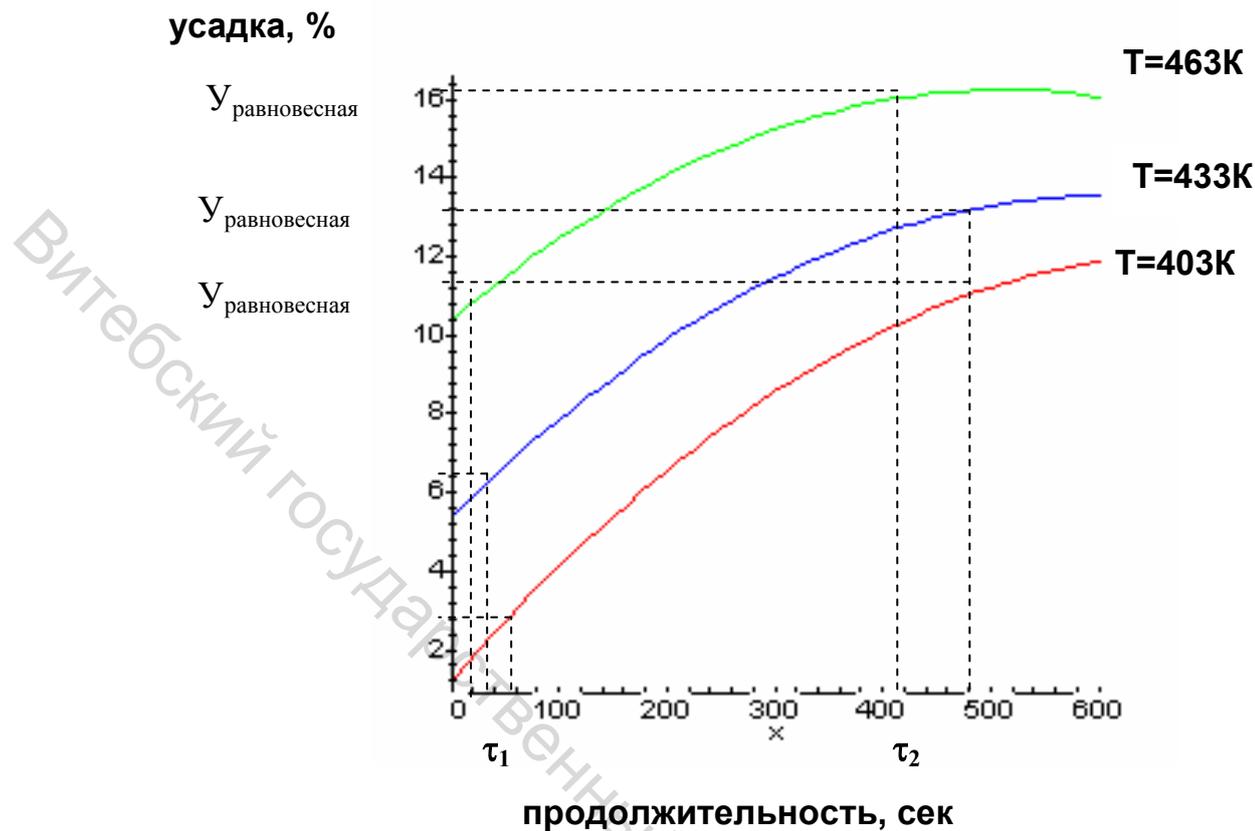


Рис. 5.4. Экспериментальная зависимость усадки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити с 30%-ым содержанием высокоусадочного компонента от продолжительности процесса термообработки

Таблица 5.1

Экспериментальные значения усадки

τ , сек	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
$Y_{130^{\circ}\text{C}}$	3.005	4.62	6.09	7.39	8.54	9.52	10.35	11.02	11.52	11.81
$Y_{160^{\circ}\text{C}}$	6.92	8.29	9.50	10.56	11.46	12.19	12.78	13.19	13.45	13.54
$Y_{190^{\circ}\text{C}}$	11.69	12.81	13.7	14.58	15.23	15.71	16.05	16.21	16.22	16.22

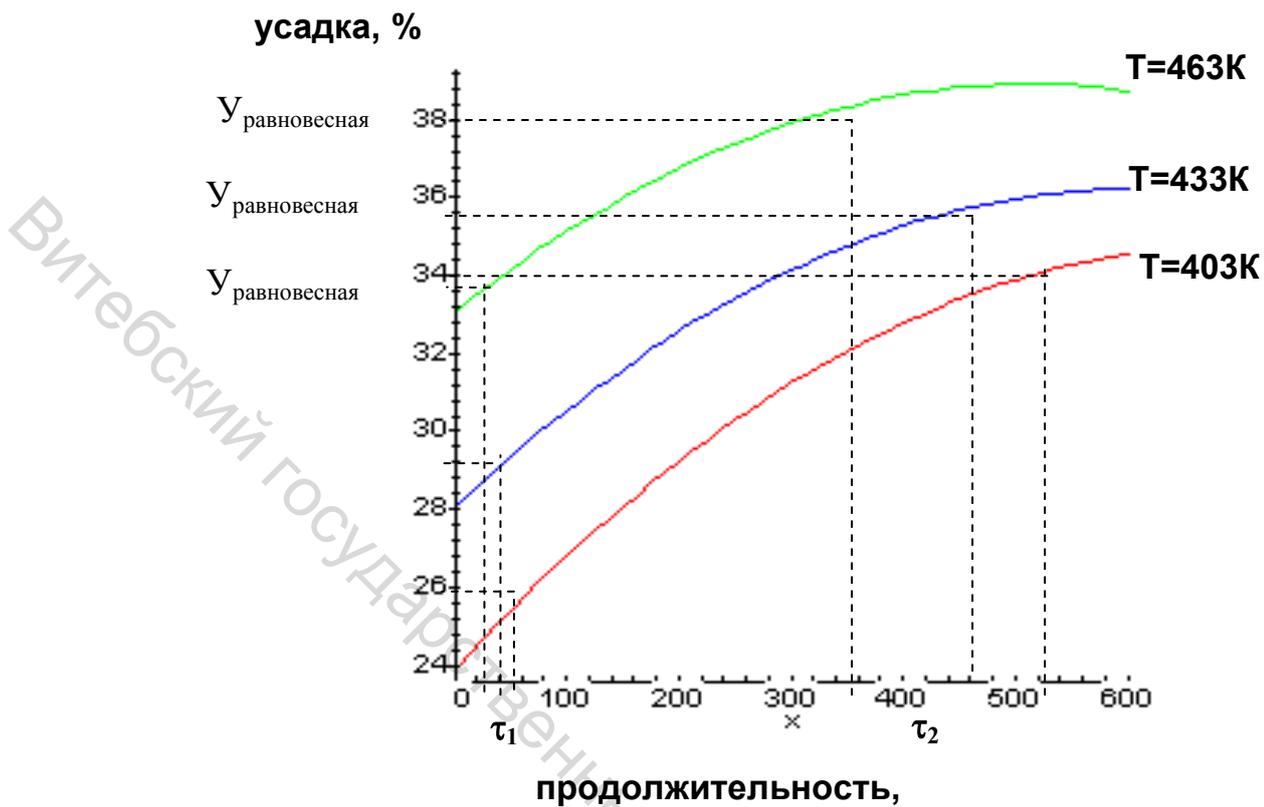


Рис. 5.5. Экспериментальная зависимость усадки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити с 90%-ым содержанием высокоусадочного компонента от продолжительности процесса термообработки

Таблица 5.2

Экспериментальные значения усадки

τ , сек	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
$Y_{130^{\circ}\text{C}}$ 9	25.6	27.31	28.77	30.08	31.22	32.21	33.03	33.70	34.21	34.55
$Y_{160^{\circ}\text{C}}$ 9	29.5	30.96	32.18	33.24	34.14	34.87	35.45	35.87	36.12	36.22
$Y_{190^{\circ}\text{C}}$ 6	34.3	35.49	36.46	37.26	37.91	38.39	38.73	38.89	38.90	38.75

Наличие внешнего сопротивления (низкоусадочный компонент, крутка и т.п.) оказывает значительное влияние на процесс термообработки, незначительно меняя теплосодержание системы, но весьма сильно влияя на изменение подвижности сегментов макромолекул и соответственно на изменение энтропии. Чем больше внешнее сопротивление, тем меньше возможность конформационного перехода и связанная с этим усадка нити.

С увеличением температуры до $190\text{ }^{\circ}\text{C}$ подвижность макромолекул увеличивается, скорость усадки увеличивается, за промежуток времени $0-\tau_1$ (рис.5.3) проходит основная часть усадки комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити (рис.5.4). Исследование процесса термической обработки комбинированной нити с 30%-ным содержанием высокоусадочного компонента показало, что независимо от скорости протекания процесса, продолжительность термообработки для достижения равновесного значения усадки не изменяется.

Совместный анализ полученных теоретических и экспериментальных зависимостей, доказывает возможность практического использования уравнения (4.62) для описания релаксационных процессов, протекающих при термообработке комбинированных нитей различной линейной плотности, состоящих из однородных по своим термическим свойствам компонентов [18].

5.4. Экспериментальное исследование процесса термообработки комбинированной высокоусадочной нити классического способа формирования

Объектом исследования была комбинированная хлопколавсановая высокоусадочная нить линейной плотности 40 текс, полученная при оптимальных параметрах технологического процесса на кольцепрядильной машине П-66-5М.

Основными показателями, характеризующими пряжу и нити с высокоусадочным компонентом, являются объемность и усадка. Поскольку, на объемность нити влияет, главным образом, соотношение низко- и высокоусадочного компонента и оптимальное соотношение для получения максимальной объемности было установлено экспериментально, то в данном исследовании оптимизируемым параметром являлась усадка комбинированной высокоусадочной нити ($Y, \%$). Для проведения эксперимента был использован центральный некомпозиционный почти ротатабельный план эксперимента (ЦНКЭ).

Известно, что для каждого вида волокна имеется оптимальная рабочая область температур термообработки. Верхняя граница этой области определяется температурой разрушения нити. Нижняя граница определяется температурой, ниже которой термообработка становится неэффективной. Термообработка стержневой высокоусадочной полиэфирной нити, для достижения максимального значения усадки, проводится при температуре, равной $T = 0,8 T_{\text{плавления}}$. Но, т.к. комбинированная нить покрыта хлопковым волокном, то максимальная возможная температура термообработки 150°C .

Полученная модель исследуемого процесса усадки комбинированной высокоусадочной нити классического способа формирования имеет вид:

$$Y = -4,6776 + 0,9781X_2 + 0,0012X_1X_3 - 0,0370X_2^2 + 0,00055X_3^2 \quad (5.8)$$

Исследование полученной математической модели показывает, что при уменьшении процентного вложения высокоусадочного компонента (X_1) необходимо увеличивать температуру горячего воздуха и продолжительность

процесса термообработки для получения определенной величины усадки (Y). Для достижения равновесного значения усадки хлопколавсановой высокоусадочной нити требуется значительно больше времени, чем для пневмотекстурированной высокоусадочной нити. Это объясняется меньшим коэффициентом теплопроводности λ_2 и большей плотностью γ_2 хлопкового покрытия. Скорость усадки увеличивается с увеличением содержания высокоусадочного компонента и с увеличением температуры горячего воздуха в термокамере. Изменение линейных размеров комбинированной высокоусадочной нити протекает интенсивно в интервале времени от 0 до 6 минут, при дальнейшей термообработке скорость процесса уменьшается. Одной из целей проведенного эксперимента является определение оптимальных параметров процесса термообработки хлопколавсановой высокоусадочной нити линейной плотности 40 текс, при которых усадка достигает максимального значения. При повышении температуры усадка полиэфирных нитей увеличивается. Для хлопколавсановой высокоусадочной нити максимально возможная температура горячего воздуха в термокамере равна $150\text{ }^{\circ}\text{C}$. Из полученных экспериментальных зависимостей видно, что интенсивность процесса усадки резко зависит от процентного содержания высокоусадочного компонента в промежуток времени от 0 до 6 минут, а время достижения равновесного значения практически не зависит от содержания высокоусадочного компонента. Поэтому, оптимальную продолжительность процесса термообработки находим для параметра X_1 , фиксированного на нижнем уровне, когда толщина хлопкового покрытия максимальная. Учитывая изложенное выше, оптимизация выполняется при следующих условиях и ограничениях:

- $Y \rightarrow \max$, (усадка принимает максимальное значение);
- $X_1 = 20\%$, (процентное вложение высокоусадочного компонента);
- $X_3 = 150\text{ }^{\circ}\text{C}$, (температура воздуха в термокамере).

Математическая модель процесса усадки (5.8) при фиксированных значениях X_1 и X_3 принимает следующий вид:

$$Y = 11,2974 + 0,9781 \cdot X_2 - 0,037 \cdot X_2^2 \quad (5.9)$$

Для поиска оптимальной продолжительности термообработки использован градиентный метод поиска, согласно которому производная от целевой функции в точке, соответствующей ее максимальному значению, равна нулю.

Дифференцированием уравнения (5.9) и приравниванием производной нулю, получаем:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_2} = 0.9781 - 0.074 * X_2; \quad (5.10)$$

Откуда получим время термообработки

$$X_2 = 13.22 \text{ (мин.)}$$

Для получения максимального значения равновесной усадки хлопколавсановой высокоусадочной нити линейной плотности 40 текс, термообработку в горячем воздухе необходимо проводить при следующих технологических параметрах:

- температура среды (горячего воздуха) в термокамере 150 °С;
- продолжительность процесса термообработки 13 минут (780сек).

5.5. Сравнительный анализ теоретических и экспериментальных зависимостей процесса термообработки комбинированных высокоусадочных нитей классического способа формирования

Для проведения сравнительного анализа полученных экспериментальных и теоретических зависимостей выбрана хлопколавсановая высокоусадочная нить с 40%-ым содержанием высокоусадочного компонента и для нее построены:

- теоретическая зависимость температуры прогревания комбинированной нити от продолжительности процесса термообработки $T(r, \tau) = f(\tau)$ (рис.5.6);

•экспериментальная зависимость усадки нити от продолжительности процесса термообработки $Y=f(\tau)$ (рис. 5.7).

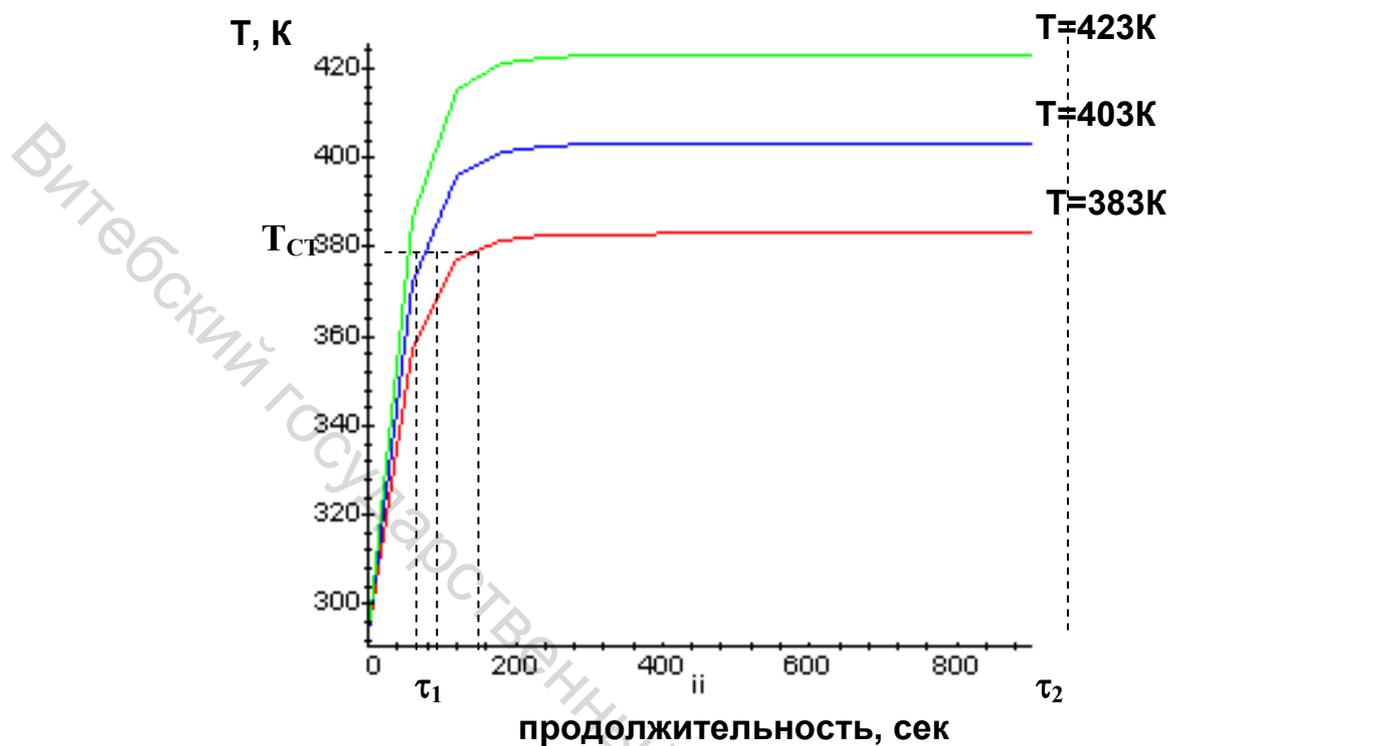


Рис. 5.6. Зависимость температуры прогрева от продолжительности процесса термообработки

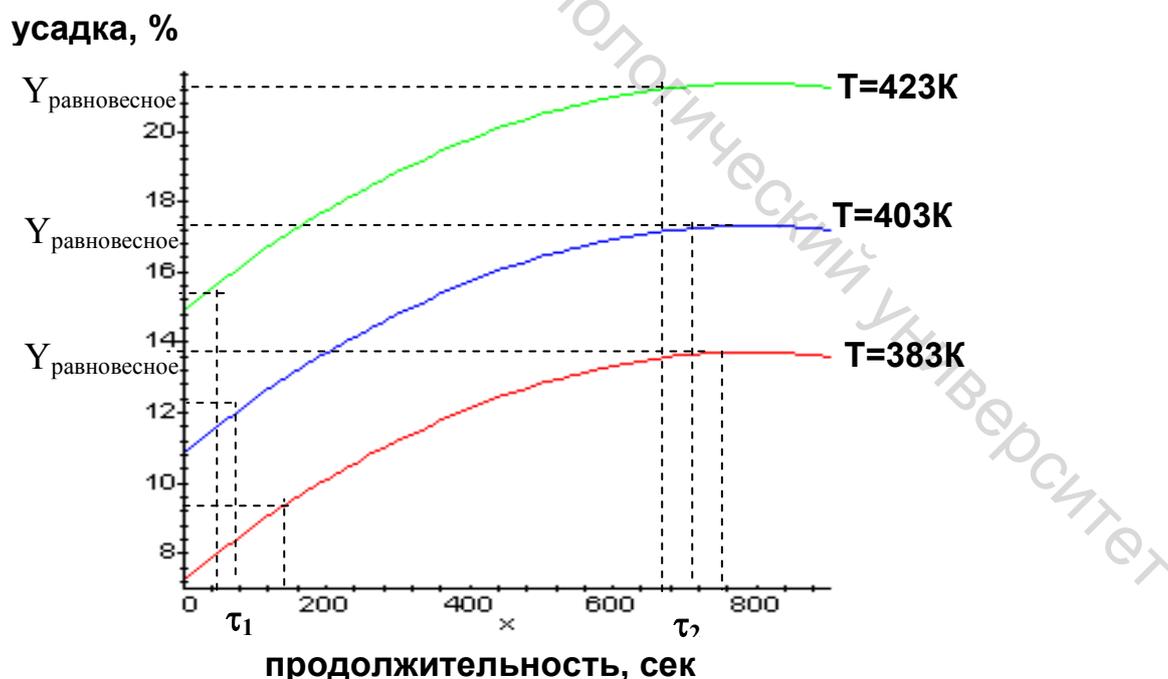


Рис. 5.7. Экспериментальная зависимость усадки от продолжительности процесса термообработки

На полученной экспериментальной зависимости усадки от продолжительности термообработки (рис. 5.7) видно, что за время τ_1 усадка нити достигла своего значения равного $Y=(0.7-0.8)Y_{\text{равновесная}}$ и релаксационные процессы завершились.

Для получения комбинированной высокоусадочной нити, обладающей равновесной структурой и не проявляющей усадку при повторной термообработке, необходимо продолжить процесс до времени τ_2 . Интервал времени $\tau_1-\tau_2$ характеризует вторую стадию процесса термообработки, во время которой происходит образования новых межмолекулярных связей.

Продолжительность этой стадии превышает длительность первой стадии, и скорость процессов протекающих на второй стадии зависит от температуры. С ростом температуры скорость достижения равновесного значения усадки увеличивается.

Расчетные данные температуры прогрева хлопколавсановой высокоусадочной нити, представленные в таблице 4.5 показывают, что центральная часть нити прогревается до заданной температуры в течение 13-15 минут оптимальная продолжительность процесса термообработки для достижения максимального значения усадки, полученная экспериментально равна 13 минут.

Таким образом, результаты экспериментальных исследований подтверждают возможность практического использования уравнения (4.76) для описания процесса усадки комбинированных нитей различной линейной плотности, состоящей из двух компонентов, отличающихся по своим свойствам.

Программа расчета оптимальной продолжительности процесса термообработки комбинированной нити, в состав которой входят компоненты, обладающие различными термическими свойствами, для достижения равновесного значения усадки представлена в приложении.

6. ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССА ТЕРМООБРАБОТКИ ХИМИЧЕСКИХ НИТЕЙ

6.1 Основные направления в интенсификации процесса термообработки влажных материалов

Способ термообработки и конструкция устройства для термообработки влажных материалов определяются оптимальным режимом для данного материала. Невозможно отвлеченно от конкретного материала говорить о лучшем методе термообработки (нагретым воздухом, паром, инфракрасными лучами и т.д.), а также о лучшей конструкции устройства для термообработке. Но некоторое обобщение можно сделать на основе учения о формах связи влаги с материалом. Все материалы можно разделить на три основные группы: капиллярнопористые, коллоидные, и капиллярнопористые коллоидные тела.

Методы, а также и режимы термообработки материалов одной группы при одинаковой дисперсности или одинаковой форме тел близки между собой. При таком подходе к выбору оптимального режима термообработки и конструкции устройства можно с меньшей ошибкой наметить наиболее рациональную схему технологического процесса.

Большое значение для выбора режима термообработки влажных материалов имеет правильное использование законов переноса влаги и тепла. Перенос влаги происходит под действием перепада влагосодержания (изотермическая диффузия), перепада температуры (термическая диффузия) и перепада общего давления (конвективная диффузия).

Градиенты влагосодержания и температуры при соответствующем построении режима термообработки могут иметь одинаковое направление или противоположное. В первом случае они усиливают движение влаги, а во втором случае один градиент тормозит действие другого.

В этом случае движение влаги в виде жидкости затруднено, что приводит к усилению испарения внутри тела. Только разумное использование

этих основных положений теории переноса позволяет улучшить качество термообрабатываемого материала путем регулирования внутреннего испарения.

Рассмотрим некоторые пути интенсификации процесса термообработки влажных материалов с точки зрения теории сушки [3].

Интенсивность термообработки влажных материалов нагретыми газами определяется следующим соотношением, представляющим собой балансовое уравнение тепла:

$$\alpha(t_c - t_n) = rj_n + c\rho_0 R_v dt / d\tau \quad (6.1)$$

Коэффициент теплообмена α зависит от гидродинамики потока, физических свойств нагретого газа, а для второго периода сушки – и от влагосодержания тела.

Расход тепла на нагревание влажного материала обычно меньше расхода тепла на испарение из него влаги ($Rb \ll 1$), поэтому второй член правой части уравнения (6.1) мал по сравнению с первым, так что им можно пренебречь в первом периоде сушки.

Чтобы увеличить интенсивность сушки j_n , необходимо повысить теплообмен тела с окружающей средой. Это можно сделать в первую очередь за счет увеличения коэффициента теплообмена α . Известно, что с увеличением скорости движения газа коэффициент теплообмена увеличивается. Однако большие скорости движения газа требуют и больших расходов электроэнергии.

Второй путь интенсификации теплообмена – увеличение температуры газа t_c . Обычно считают, что повышение температуры газов до 300-600⁰С не повлечет за собой резкого увеличения температуры поверхности материала t_n , которая принимается в первом периоде сушки равной температуре мокрого термометра ($t_n = t_m$). В результате создается большой перепад температур, обеспечивающий интенсивную сушку. Такое предположение не всегда

оправдывается. Температура поверхности материала близка к температуре мокрого термометра только в случае сушки влажных материалов с малой интенсивностью. При сушке с большой интенсивностью температура поверхности материала увеличивается с самого начала процесса сушки. При этом внутри материала возникает значительный перепад температур за счет испарения влаги внутри материала. Разница между температурой поверхности и центра тел простейшей геометрической формы в период постоянной скорости равна

$$t_n - t_u = (t_c - t_0) \frac{1}{2} K i_m \varepsilon K o L u \quad (6.2)$$

С увеличением интенсивности j_n критерий $K i_m$ увеличивается, следовательно, перепад температуры $(t_n - t_u)$ возрастает больше, чем интенсивность сушки. Этот перепад температур препятствует движению влаги к поверхности тела и одновременно уменьшает интенсивность теплообмена за счет уменьшения разности температур $(t_c - t_n)$.

Считается, что при сушке мелких частиц величина $(t_n - t_u)$ очень мала, так как критерий Био незначителен. В действительности даже очень мелкие частицы имеют значительный перепад температур, обусловленный тем, что происходит прогрев не сухого, а влажного тела, в котором перепад температур создается в основном из-за испарения. При этом температура поверхности достигает большой величины. Практика сушки подтверждает вывод о том, что высокая температура сушильного агента приводит к резкому повышению температуры поверхности частиц.

Для многих материалов, в особенности текстильных, высокие температуры сушильного агента нежелательны, поскольку приводят к ухудшению физико-механических свойств или процессам деструкции.

Отсюда следует вывод, что беспредельно интенсифицировать процесс сушки путем уменьшения размера частиц и только повышения температуры, не изменяя свойств материала, нельзя. Поэтому интенсификация процесса

термообработки с конвективным подводом тепла может быть осуществлена путем повышения температуры и скорости движения газа в соответствии с законами тепло- и влагопереноса.

Критерий фазового превращения ε характеризует величину испарения влаги внутри материала. Тепло, необходимое для испарения влаги внутри материала, передается через поверхностный слой материала, что вызывает его перегрев. Поэтому при больших интенсивностях сушки, когда ε близок к единице, перепады температуры внутри материала велики, что приводит к ухудшению его свойств. Критерий ε зависит от влагосодержания материала. С уменьшением влагосодержания материала критерий ε увеличивается. Поэтому при постоянной интенсивности (первый период сушки) перепад температур внутри материала по мере сушки увеличивается, что приводит к вышеотмеченным нежелательным явлениям. Для уменьшения перепада температур необходимо уменьшить величину критерия ε , т.е. изменить механизм переноса влаги в сторону увеличения переноса жидкости и уменьшения переноса пара. Это можно осуществить путем создания переменного режима сушки, в основном за счет изменения температуры и скорости движения газа.

Следовательно, режим термообработки не должен быть постоянным на протяжении всего процесса, а должен изменяться по ходу процесса в соответствии с закономерностями переноса тепла и влаги в данном материале.

Осуществить переменные режимы можно различными способами: подавать в отдельные зоны устройства для термообработки теплоноситель определенных параметров, применять комбинированные методы подвода тепла, подвергать материал периодическому обдуву и т.д.

Если материал термоустойчив, то конечно, эффективным будет применение топочных газов. При таком способе получают хорошие теплоэнергетические показатели процесса, но не следует забывать, что

термообработка является технологическим процессом, в котором качество материала является основным показателем.

Выбор температуры теплоносителя определяется не только технологическими свойствами материала, но и конкретными условиями производства. При термообработке влажных материалов с температурой теплоносителя 100-200⁰С рационально применять нагретый воздух, если имеется возможность использовать для его нагрева отборный пар из турбин ТЭЦ.

Как было отмечено выше, одним из факторов повышения интенсивности процесса термообработки является увеличение теплообмена с окружающей средой путем повышения коэффициента теплообмена. Это повышение может быть достигнуто увеличением скорости движения газа и, кроме того, изменением направления потока газа. Например, замена продольного обтекания на перпендикулярное увеличивает теплообмен примерно вдвое.

Отсюда вытекает метод локального омывания термообрабатываемого материала с помощью соплового дутья. Струя нагретого газа вытекает из сопла со скоростью от 3 до 100 м/сек и ударяется о поверхность материала. При этом процесс термообработки резко интенсифицируется. Для большей интенсивности при этом можно использовать комбинированный способ подвода тепла (радиационно-конвективный метод). При радиационно-конвективном подводе тепла интенсивность термообработки влажных материалов j_n в первом периоде процесса приблизительно определяется по соотношению

$$j_n = \frac{\alpha}{r}(t_c - t_{н.м.}) + \frac{q_u}{r} \quad (6.3)$$

При этом интенсивность термообработки увеличивается не только за счет радиационного потока тепла q_u , но и в результате повышения коэффициента теплообмена α . Последний зависит не только от гидродинамики потока (критерия Re) и физических свойств среды (критерии Pr

и G_u), но и от параметрического критерия (T_H/T_C). Особенно хорош данный способ для термообработки тонких влажных материалов.

Сопловой или локальный обдув также позволяет интенсифицировать термообработку таких термонеустойчивых материалов, как коллоидные тела. Схема процесса, построенная по такому принципу, дает возможность использовать очень важный фактор для термообработки коллоидных тел – переменное воздействие теплоносителя разного потенциала.

Интенсивность термообработки влажного материала приближенно определяется соотношением

$$j_n = \frac{\alpha}{r}(t_c - t_n) = a_m \rho_0 (\nabla u + \delta \nabla t)_n \quad (6.4)$$

Правая часть уравнения (6.4) отражает количество влаги, подведенной к поверхности термообрабатываемого материала. Чтобы увеличить интенсивность термообработки j_g , необходимо увеличить коэффициент диффузии влаги a_m и градиент влагосодержания ∇u . При этом направление градиентов влагосодержания ∇u и температуры ∇t противоположны, т.е. величина в скобках $(\nabla u + \delta \nabla t)$ меньше величины ∇u .

Коэффициент диффузии влаги быстро увеличивается с повышением температуры материала. Поэтому для интенсификации процесса термообработки необходимо увеличить температуру материала без заметного увеличения градиента температуры. При этом необходимо, чтобы величина $\alpha(t_c - t_n)$ была достаточно большой.

Отсюда следует принцип локального обдува материала (резкое увеличение коэффициента теплообмена) с периодическим воздействием теплоносителя разной температуры (уменьшение температурного градиента).

Таким образом, основные пути интенсификации процесса термообработки в первую очередь определяются технологическими и физико-

механическими свойствами термообрабатываемого материала и теплоэнергетическими процессами всего производства в целом.

6.2. Термообработка комбинированных высокоусадочных нитей в условиях вынужденного конвективного теплообмена

Для определения закона распределения температуры по толщине комбинированной высокоусадочной нити в условиях вынужденного конвективного теплообмена, рассмотрим систему двух бесконечных цилиндрических тел (см. рис. 4.8). В начальный момент времени система помещается в среду с температурой $T_c > T_0$. Теплообмен между покрытием и средой происходит по закону вынужденного конвективного теплообмена между поверхностью нити и окружающей средой при постоянном потоке тепла по закону [2].

$$q_n = \alpha(T_n - T_c), \quad (6.5)$$

где α – коэффициент теплообмена ($\text{Вт}/\text{м}^2\text{град}$);

T_n - температура на поверхности нити;

T_c - температура среды.

Граничные условия будут иметь вид:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = a_1 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) (r) 0; r \leq r \leq R_1); \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} (\tau) 0; R_1 \leq r \leq R_2); \quad (6.7)$$

$$T_1(r, 0) = T_2(r, 0) = T_0 = const; \quad (6.8)$$

$$T_1(R_1, \tau) = T_2(R_1, \tau); \lambda_1 \frac{\partial T_1(R_1, \tau)}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(R_2, \tau)}{\partial r}; \quad (6.9)$$

$$T_1(0, \tau) \rightarrow \infty; -\lambda_2 \frac{\partial T_2(R_2, \tau)}{\partial r} + \alpha [T_c - T_2(R_2, \tau)] = 0. \quad (6.10)$$

Используя преобразования Лапласа, получим решение в виде:

$$\frac{T_2(r, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = 1 - \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_n \left[J_0(\mu_n) \cos \mu_n K_a^{1/2} \left(\frac{r}{R_1} - 1 \right) \right] - \left[-K_{\Sigma} J_1(\mu_n) \sin \left[\mu_n K_a^{1/2} \left(\frac{r}{R_1} - 1 \right) \right] \right] \right] \exp(-\mu_n^2 F_0), \quad (6.11)$$

где μ_n - корни характеристического уравнения в интегральном преобразовании Лапласа функции (6.12).

$$J_0(\mu) [Bi \cos K_a^{1/2} (K_R - 1) \mu - K_a^{1/2} \mu \sin K_a^{1/2} (K_R - 1) \mu] - K_{\Sigma} J_1(\mu) * \\ * [Bi \sin K_a^{1/2} (K_R - 1) \mu + K_a^{1/2} K_R \mu \cos K_a^{1/2} (K_R - 1) \mu] = 0, \quad (6.12)$$

где $K_R = \frac{R_2}{R_1}$; R_2 - радиус комбинированной высокоусадочной нити, м;

R_1 - радиус стержневой высокоусадочной нити, м;

$Bi = \frac{\alpha_2}{\lambda_2} R_2$ - критерий Био, характеризующий связь между полем температур

в комбинированной высокоусадочной нити и условиями теплоотдачи на ее поверхности;

α_2 - коэффициент теплоотдачи волокнистого покрытия.

Учитывая, что $J_0(\mu_n) = 1$ и $J_1(\mu) = 0,52$ уравнение (6.12) преобразуется в виде:

$$\begin{aligned} & [Bi \cos K_a^{1/2}(K_R - 1)\mu - K_a^{1/2}\mu \sin K_a^{1/2}(K_R - 1)\mu] - K_\Sigma 0,52 \times \\ & [Bi \sin K_a^{1/2}(K_R - 1)\mu + K_a^{1/2}K_R\mu \cos K_a^{1/2}(K_R - 1)\mu] = 0. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Уравнение (6.13) позволяет определить значение корня μ характеристического уравнения, вычислив предварительно критерий Био. Поскольку, решение этого уравнения достаточно сложное, воспользуемся для определения корня μ характеристического уравнения графической зависимостью $\mu_1 = f(Bi)$, приведенной в [2]. Для нахождения значения критерия Bi , определим критерий Нуссельта

$$Nu = 0,018 Re^{0,8}, \quad (6.14)$$

где $Re = \frac{V_b D_k}{\nu_b}$ - критерий Рейнольдса, характеризующий режим движения

воздуха в термокамере ;

V_b - скорость теплового потока, равная 2,5 м/с;

ν_b - кинематическая вязкость воздуха, равная $15,6 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

λ_B - коэффициент теплопроводности воздуха, равный 0,00006 Вт/м² град

D_k - диаметр термокамеры, равный 0.5 м

С другой стороны, критерий Нуссельта равен

$$Nu = \frac{\alpha_2 D_H}{\lambda_{\text{воздуха}}}, \quad (6.15)$$

откуда

$$\alpha_2 = \frac{Nu \lambda_{\text{воздуха}}}{D_H},$$

где D_n - диаметр комбинированной высокоусадочной нити, равный $0,43 \cdot 10^{-3}$ м.

Подставляя значения скорости теплового потока, диаметра термокамеры и диаметра комбинированной высокоусадочной нити, исследуемой в данной работе, получаем:

$$Re = 80128,2; N_U = 150,7651; \alpha_2 = 21,0369; Bi = 90,4587.$$

В соответствии с рекомендациями [2] при $Bi \approx 90$, значения $\mu = 2,37$, $A_n = 1,6$. Тогда, уравнение (6.13) преобразуется следующим образом:

$$\frac{T_2(r, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = 1 - [1.6 \cos(\mu K_a^{1/2} (\frac{R_2}{R_1} - 1)) - K_\Sigma 0.52 \sin(\mu K_a^{1/2} (\frac{R_1}{R_2} - 1))] * \exp(-\mu^2 Fo) \quad (6.16)$$

Откуда температура комбинированной высокоусадочной нити в момент времени τ в условиях вынужденного конвективного теплообмена равна:

$$T_2(r, \tau) = T_0 + (T_c - T_0) * (1 - [1.6 \cos(2.37 K_a^{1/2} (\frac{R_2}{R_1} - 1)) - K_\Sigma 0.52 \sin(2.37 K_a^{1/2} (\frac{R_1}{R_2} - 1))] \exp(-5.62 \frac{a_2 \tau}{R_2})) \quad (6.17)$$

где T_0 – начальная температура комбинированной высокоусадочной нити, °С

T_c – температура сухого воздуха в термокамере, °С

K_a – критерий, характеризующий теплоинерционные свойства волокон покрытия относительно стержневой полиэфирной высокоусадочной нити

K_Σ - критерий, характеризующий тепловую активность стержневой высокоусадочной нити по отношению к волокнистой оболочке покрытия

R_1 – радиус стержневой высокоусадочной нити, м

R_2 – радиус комбинированной высокоусадочной нити, м

a_2 – коэффициент температуропроводности волокнистого покрытия, м²/с

τ - время процесса термообработки, сек.

Полученное уравнение [19] использовалось для определения закона распределения температуры по толщине хлопколавсановой высокоусадочной нити линейной плотности 40 текс в условиях вынужденной конвекции. Радиус комбинированной высокоусадочной нити R_2 , радиус стержневой нити R_1 , критерии K_a и K_z были определены в разделе . Далее для каждого варианта нити в интервале времени от 0 до 900 секунд построены графические зависимости закона распределения температуры по толщине нити (рис.6.1). Из полученных графических зависимостей видно, что нестационарная теплопередача для вынужденного конвективного теплообмена имеет такие же характерные участки, как и при свободном конвективном теплообмене. Участок АВ характеризуется прогреванием внешней оболочки нити, ВС – прогревание хлопкового покрытия, CD – прогревание стержневой высокоусадочной нити и выравнивание температуры центральной части нити с температурой воздуха в термокамере. Отличительной особенностью этого процесса является сокращение времени τ_1 , необходимого для прогрева нити до температуры, при которой начинается усадка (температуры стеклования $T_{ст}$). С повышением температуры воздуха в термокамере процесс прогрева нити ускоряется.

Расчет температуры прогрева центральной части нити, и построение графических зависимостей проводился с использованием математической системы Maple V .

Для сравнения в табл. 6.1 представлены расчетные значения температуры прогрева стержневой высокоусадочной нити до заданной температуры воздуха в термокамере в условиях естественной и вынужденной конвекции через равные промежутки времени. За время $\tau_1=60$ сек. высокоусадочная нить прогревается до температуры T_{C1} , за время $\tau_2=120$ сек. - до температуры T_{C2} , за время $\tau_3=180$ сек. – до температуры T_{C3} . Полное прогревание комбинированной высокоусадочной нити до температуры воздуха в термокамере в условиях вынужденной конвекции происходит за 480 сек. Как видно, в условиях вынужденной конвекции прогревание нити с 20%-

ым и 40%-ым содержанием высокоусадочного компонента протекает интенсивнее, а для комбинированной нити с 60%-ым содержанием высокоусадочного компонента расчетные значения температуры прогревания в условиях естественной и вынужденной конвекции через равные промежутки времени принимают одинаковые значения. Таким образом, можно сделать вывод о том, что интенсификацию процесса термообработки потоками циркулирующего воздуха целесообразно проводить при содержании высокоусадочного компонента в комбинированной нити меньше 60%.

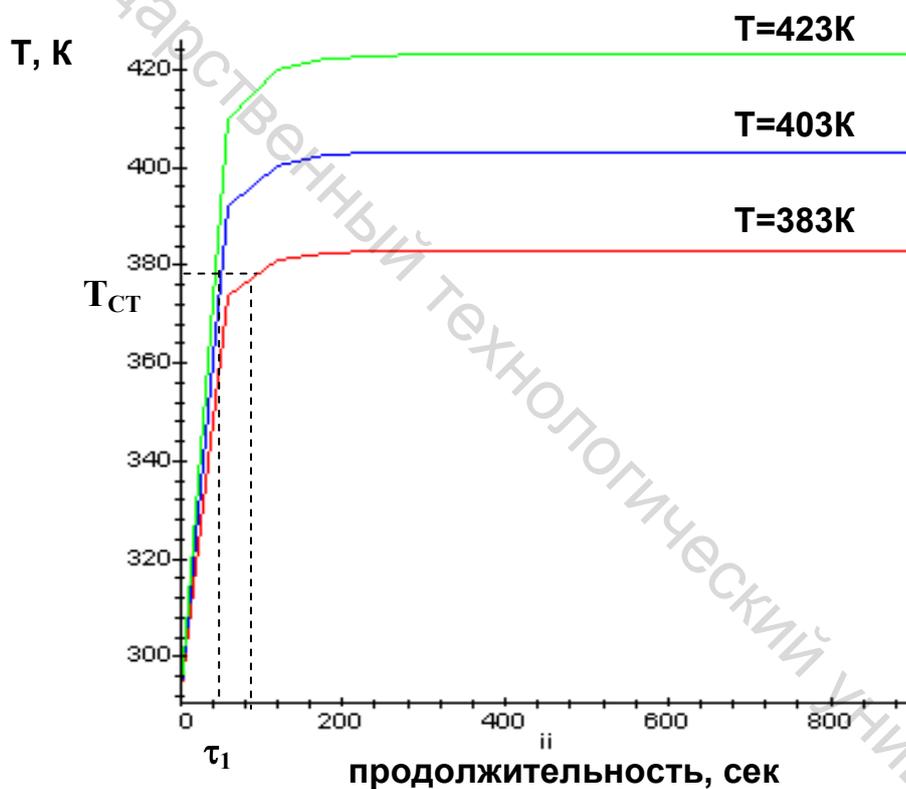


Рис.6.1 Зависимость температуры прогревания хлопколавсановой высокоусадочной нити с 40%-ым содержанием высокоусадочного компонента от продолжительности процесса термообработки в условиях вынужденной конвекции

Таблица 6.1

Расчетные значения температуры прогрева комбинированной высокоусадочной нити линейной плотности 40текс в условиях естественной и вынужденной конвекции

Температура нити, К	20%-ое содержание высокоусадочного компонента		40%-ое содержание высокоусадочного компонента		60%-ое содержание высокоусадочного компонента	
	естественная	вынужденная	естественная	вынужденная	естественная	вынужденная
При $T_{\text{среды}}=383\text{K}$						
$T_{\text{с1}}$	344.41	370.55	357.62	373.93	377.35	377.21
$T_{\text{с2}}$	374.40	380.14	377.46	380.92	381.71	381.67
$T_{\text{с3}}$	381.12	382.35	381.79	382.52	382.70	382.70
При $T_{\text{среды}}=403\text{K}$						
$T_{\text{с1}}$	355.81	387.80	372.06	391.91	395.94	395.92
$T_{\text{с2}}$	392.56	399.51	396.17	400.46	401.45	401.38
$T_{\text{с3}}$	400.60	402.19	401.53	402.42	402.70	402.63
При $T_{\text{среды}}=423\text{K}$						
$T_{\text{с1}}$	367.31	405.02	386.43	409.89	414.62	414.63
$T_{\text{с2}}$	410.67	418.87	414.96	419.90	421.17	421.05
$T_{\text{с3}}$	420.23	422.05	421.11	422.31	422.64	422.56

6.3. Термообработка комбинированных высокоусадочных нитей влажным паром

Водяной пар является распространенным теплоносителем для производственных целей в текстильной промышленности. Его преимуществами являются: высокая теплота парообразования, высокие значения коэффициента теплоотдачи при кипении воды и при конденсации пара, возможность поддержания постоянного режима процесса термообработки, нетоксичность, доступность. Водяной пар имеет сравнительно невысокую вязкость и приемлемую плотность. Для повышения температуры насыщенного пара необходимо значительно повышать давление. Например, абсолютному давлению $P_a=0.2$ МПа соответствует температура насыщенного пара 120°C , давлению $P_a=0.5$ МПа - температура 152°C , давлению $P_a=1$ МПа – температура 180°C [20].

Исследование явления усадки в процессе сушки является одной из основных задач теории этого процесса. Поэтому, при исследовании процесса усадки комбинированной высокоусадочной нити в условиях влажного пара был проведен сравнительный анализ с процессом сушки различных капиллярно-пористых коллоидных материалов перегретым паром. Эта задача достаточно подробно рассмотрена в работах акад. П.А. Ребиндера, А.В. Лыкова и других ученых. Поэтому, для изучения терморелаксации комбинированной высокоусадочной нити можно использовать, как применяемый при этом математический аппарат, так и некоторые теоретические выводы, приводимые в литературе.

Основными режимными параметрами термообработки влажным паром являются температура T , скорость движения пара V , давление.

Анализируя кривые скорости сушки влажным паром различных материалов [3] и, проводя аналогию процессов термофиксации и термоусадки, можно выделить три характерные зоны. Первая зона, специфическая для термообработки паром, - зона с увеличивающимся

влажностен. Для тонких нитей время первого периода τ_1 можно определить по эмпирической формуле [3] :

$$\tau_1 \approx 0.15 \lg W_0, \quad (6.18)$$

где W_0 – начальное влагосодержание пара, %

Первый период термообработки влажным паром продолжается до тех пор, пока влагосодержание нити достигнет некоторого предела, называемого критическим влагосодержанием. При воздействии водяного пара, молекулы воды проникают в полярные группы полимера и гидролизуют его. Кроме того, располагаясь в межмолекулярном пространстве, они увеличивают расстояние между отдельными молекулами по оси нити, вследствие чего она набухает. Величина критического влагосодержания на поверхности нити в общем случае зависит от режима термообработки и от гигроскопических свойств обрабатываемого материала [3]. В данных исследованиях режим термообработки постоянен и на величину критического влагосодержания решающее влияние оказывает волокнистый состав комбинированной нити.

Принимая $W_0 = 90\%$, получим для комбинированных высокоусадочных нитей линейной плотности 20–100 текс время прогревания с увеличивающимся влагосодержанием $\tau_1 = 0.30$ сек.

Вторая зона - зона термической усадки в периоде постоянной скорости. Благодаря пластифицирующему действию паров воды, подвижность макромолекул увеличивается, а также с увеличением расстояния между активными группами соседних молекул энергия межмолекулярных связей уменьшается, и эти связи могут частично разрушаться. В этот период происходит релаксация напряжений высокоусадочного компонента и удаление влаги. Время τ_2 этого периода можно определить по формуле:

$$\tau_2 = \frac{(W_0 - W_{кр.п.})}{N}, \quad (6.19)$$

где $W_{кр.п.}$ – приведенное критическое влагосодержание;

$N = dW / d\tau$ - скорость термической усадки во втором периоде.

В свою очередь

$$\frac{dW}{d\tau} = \frac{jF}{M_c}, \quad (6.20)$$

где $j = \rho_n \Delta V$ -плотность потока массы ,

ρ_n - плотность пара ,кг/м³;

ΔV – перепад скорости движения пара, м/с;

F – площадь поверхности комбинированной высокоусадочной нити м²;

M_c – масса сухой комбинированной высокоусадочной нити, кг.

Приведенное критическое влагосодержание $W_{кр.п.}$ можно определить по формуле:

$$W_{кр.п.} = W_p + \frac{1}{\chi}, \quad (6.21)$$

где $\chi = 1.8 / W_0$ - приведенное влагосодержание ;

W_p – равновесное влагосодержание нити, %

При начальном влагосодержании $W_0=90\%$ приведенное влагосодержание $\chi = 0.02$. Значение критического влагосодержания находим по формуле (6.21), при равновесном влагосодержании в нити $W_p=10\%$, значение критического влагосодержания $W_{кр.п.} = 60\%$. Перепад скорости движения пара принимаем равным $\Delta V=1$ м. Площадь поверхности нити:

$$F = 2 \pi R (R+h) ,$$

где R – радиус комбинированной высокоусадочной нити, м;

h – длина обрабатываемого участка нити, м

Для комбинированных высокоусадочных нитей линейной плотности 30-40текс исследуемых в данной работе, $F=0.6753 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$. Масса обрабатываемого участка нити $M_c=0.015 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$. Плотность пара при $t_n = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ равна $\rho_n = 0.705 \text{ кг/м}^3$.

По формуле (6.19) находим скорость термической усадки во втором периоде:

$$N = \frac{dW}{d\tau} = \frac{0.705 \cdot 1 \cdot 0.6753 \cdot 10^{-3}}{0.015 \cdot 10^{-3}} = 31.74 \% / \text{с},$$

и рассчитываем время второго периода термообработки влажным паром

$$\tau_2 = (90 - 60) / 31.74 = 0.9452 \text{ сек.}$$

Третья зона-период падающей скорости тепломассопереноса и непрерывного повышения температуры комбинированной высокоусадочной нити. За время этого периода происходит полное удаление влаги из комбинированной высокоусадочной нити и ее высыхание. Для расчета времени, необходимого для полного высыхания нити в термообрабатываемых камерах с сопловым обдувом можно применять уравнение вида [20]:

$$t_{\text{в.н.}} - t_c = 0.2B \frac{10^3 - 1.7H^2}{\tau_3 \sqrt[3]{V_n}} \sqrt[3]{f} (211g \frac{W_0}{W_K} + W_0 - W_K) + t_m, \quad (6.22)$$

где B – масса 1 м^2 комбинированной высокоусадочной нити, кг ;

V_n – скорость движения пара, $V_n=2,5 \text{ м/с}$;

f – площадь поверхности нити, приходящаяся на единицу площади выходного отверстия сопла $f = 18 \div 48$ [20];

W_0 – начальное влагосодержание пара, %;

W_K – кондиционная влажность, $W_K=7-8\%$ [13];

H – расстояние между соплом и нитью, $H=0,075$ м;

t_c – температура центральной части нити, $^{\circ}\text{C}$;

t_m – температура мокрого термометра, $t_m=8,7$ $^{\circ}\text{C}$;

$t_{в.п.}$ – температура влажного пара, $^{\circ}\text{C}$;

τ_3 – время прогревания центральной части нити до температуры среды, сек.

Таким образом, общая продолжительность термообработки комбинированной высокоусадочной нити в условиях влажного пара равна $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$ и зависит от волокнистого состава и линейной плотности нити, режимных параметров теплоносителя (пара), а также конструктивных параметров термокамеры.

Для процесса термообработки влажным паром при температуре $T=100$ $^{\circ}\text{C}$ комбинированной высокоусадочной нити линейной плотности 40 текс на терморелаксационной установке “Хакоба” уравнение (6.22) принимает вид:

$$t_c = 91.3 - \frac{0.06431}{\tau_3}. \quad (6.23)$$

Графическая зависимость температуры прогревания хлопколавсановой высокоусадочной нити с 40%-ым содержанием высокоусадочного компонента от продолжительности процесса термообработки в интервале времени $\tau \leq \tau_3 \leq \tau_c$, представлена на рис.6.2.

где $\tau = \tau_1 + \tau_2$ общая продолжительность первой и второй стадии процесса термообработки влажным паром, сек.

τ_c – время прогревания центральной части нити, сек.

За время τ_1 и τ_2 изменение линейных размеров нити происходит за счет проникновения молекул воды в межмолекулярное пространство полимера, и при “расслаблении” первоначальной напряженной структуры происходит релаксация напряжений. За время τ_3 усадка нити происходит за счет удаления молекул воды. Анализ процесса термообработки влажным паром позволяет предположить, что продолжительность первой и второй стадии процесса

усадки (“расслабление” первоначальной структуры нити и образование новых межмолекулярных связей) значительно уменьшается, благодаря пластифицирующему действию воды.

Таким образом, теоретически рассчитанное значение продолжительности процесса термообработки комбинированной высокоусадочной нити линейной плотности 40 текс в условиях влажного пара с полным высушиванием равна $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 25$ сек.

Экспериментальное доказательство возможности определения продолжительности процесса термообработки в условиях влажного пара по формулам (6.18), (6.19), (6.22) представлено далее.

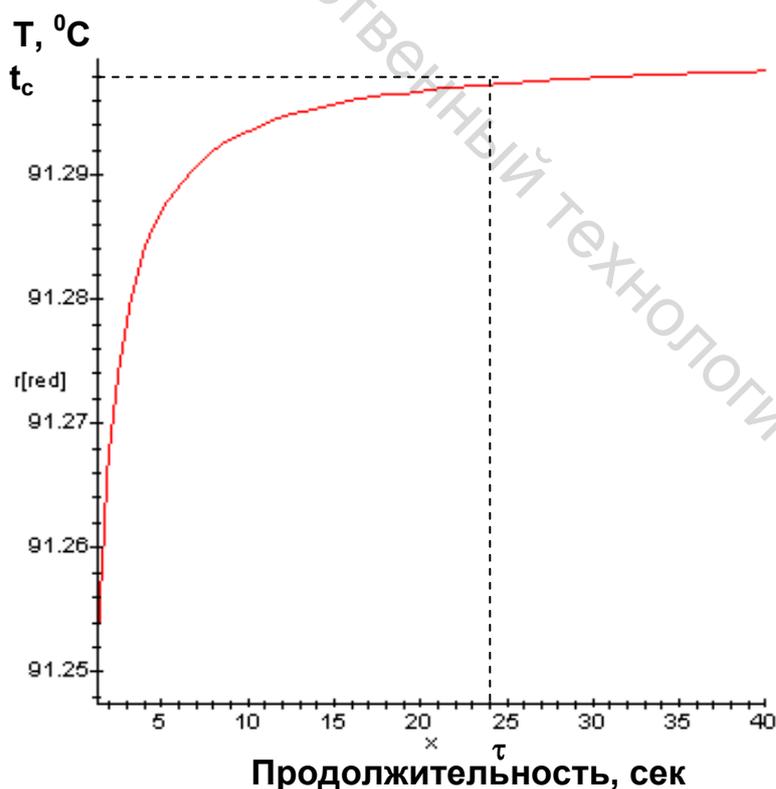


Рис. 6.2. Зависимость температуры прогревания комбинированной высокоусадочной нити линейной плотности 40текс от продолжительности процесса термообработки в условиях влажного пара

6.4. Исследование усадки комбинированной высокоусадочной нити в условиях интенсификации процесса термообработки

Согласно результатам теоретического исследования, а также предварительного эксперимента по термообработке комбинированных высокоусадочных нитей установлено, что усадка хлопколавсановых нитей в горячем воздухе происходит медленно. Это связано с увеличением продолжительности стадии прогревания стержневой высокоусадочной нити до температуры, при которой происходит расфиксация первоначальной структуры и ослабление межмолекулярных связей. Кроме того, в ходе теоретического анализа термообработки комбинированной высокоусадочной нити линейной плотности 40 текс с различным содержанием высокоусадочного компонента установлено, что интенсификация процесса имеет смысл при содержании высокоусадочного компонента менее 60%. Последующие эксперименты имели следующие цели:

- проверка возможности использования теоретической зависимости, полученной в разделе 6.2 для расчета оптимальной продолжительности процесса усадки в условиях вынужденного конвективного теплообмена;
- проверка возможности использования теоретических зависимостей, полученных в разделе 6.3 для расчета оптимальной продолжительности процесса усадки в условиях влажного пара.

При проведении первого эксперимента исследовался процесс термообработки комбинированной хлопколавсановой высокоусадочной нити линейной плотности 40 текс с различным содержанием комплексной полиэфирной высокоусадочной нити.

В качестве факторов эксперимента были приняты следующие:

X_1 – содержание высокоусадочного компонента, %;

X_2 – продолжительность термообработки, мин;

X_3 – температура циркулирующего в термокамере воздуха, °С.

По результатам эксперимента была получена математическая модель зависимости усадки комбинированной высокоусадочной нити от описанных факторов, которая в натуральных значениях выглядит следующим образом

$$Y=0.4225X_2+0.0123X_1X_2+0.0020X_1X_3-0.00274X_1^2-0.0409X_2^2+0.000415X_3^2$$

(6.24)

Оптимизация процесса термообработки комбинированной высокоусадочной нити для нахождения оптимальной продолжительности в условиях вынужденной конвекции выполнялась при тех же условиях и ограничения, что и в условиях естественной конвекции:

- $Y \rightarrow \max$;
- $X_1 = 20\%$;
- $X_3 = 150^\circ\text{C}$.

После дифференцирования уравнения (6.24) и приравнивания производной нулю, получаем оптимальную продолжительность X_2 процесса термообработки для достижения максимального равновесного значения усадки: $X_2 = 8.17$ мин.

Для сравнения экспериментальных зависимостей процесса усадки в условиях естественной и вынужденной конвекции построены совмещенные графики (рис.6.3) и рассчитаны значения усадки в интервале времени от 60 до 660 сек. (табл.6.2).

Исследование полученной математической модели и графических зависимостей позволяет сделать следующие выводы:

- Усадка комбинированной высокоусадочной нити в условиях вынужденной конвекции протекает интенсивнее, что объясняется сокращением продолжительности стадии прогрева стержневой высокоусадочной нити до температуры стеклования.
- Продолжительность процесса термообработки для достижения равновесного значения усадки в условиях вынужденной конвекции сокращается по сравнению с продолжительностью процесса в условиях

естественной конвекции ($\tau_{\text{опт}}=13.22$ мин – для естественной конвекции, $\tau_{\text{опт}}=8.17$ мин – для вынужденной конвекции). Полученное оптимальное значение продолжительности практически совпадает с расчетным (8мин), что подтверждает возможность использования теоретической формулы для практического применения.

- Результаты эксперимента показали, что для комбинированной высокоусадочной нити интенсификация процесса усадки имеет смысл при содержании высокоусадочного компонента менее 60%.

Целью второго эксперимента было исследование процесса усадки комбинированной высокоусадочной нити в условиях влажного пара. Для этого комбинированная высокоусадочная нить линейной плотности 40 текс, содержащая 40% комплексной полиэфирной нити и 60% хлопковой ровницы, была подвергнута влажно-тепловой обработке на релаксационной машине «Хакоба» при различных режимах ее работы. На данной машине нить в свободном состоянии подвергается действию тепла и влаги.

Факторами эксперимента были выбраны:

X_1 – температура пара, $^{\circ}\text{C}$;

X_2 – продолжительность термообработки, сек.

Предварительный эксперимент по термообработке комбинированной высокоусадочной нити показал, что усадка нити протекает практически мгновенно, поэтому исследование процесса проводилось в интервале времени от 5 до 25 сек.

Графическая интерпретация результатов эксперимента представлена на рис. 6.4.

Из представленных зависимостей видно, что усадка комбинированной высокоусадочной нити в условиях влажного пара зависит от продолжительности и температуры термообработки. С увеличением температуры от 100 до 180 $^{\circ}\text{C}$ усадка комбинированной высокоусадочной нити увеличивается на 37-42%. Продолжительность процесса термообработки для достижения равновесного значения усадки уменьшается с увеличением

температуры (рис.6.4). Оптимальная продолжительность при температуре $T=100^{\circ}\text{C}$ (373K) равна $\tau_{\text{опт}}=27.06$ сек, при $T=140^{\circ}\text{C}$ (413K) - $\tau_{\text{опт}}=21.82$ сек, при $T=180^{\circ}\text{C}$ (453K) - $\tau_{\text{опт}}=16.59$ сек.. Как показал эксперимент, усадка интенсивно возрастает в интервале времени от 0 до 2 сек, что соответствует первой и второй стадии процесса термообработки влажным паром τ_1 и τ_2 . При дальнейшей обработке усадка изменяется незначительно за счет полного удаления влаги из комбинированной высокоусадочной нити, что соответствует продолжительности третьей стадии процесса τ_3 . Экспериментальное значение оптимальной продолжительности процесса термообработки в условиях влажного пара при температуре 100°C практически совпадает с рассчитанным теоретически (25сек), что подтверждает возможность практического использования теоретических формул.

При сравнении экспериментальных данных процесса термообработки в среде горячего воздуха и в среде влажного пара видно, что при одинаковых температурах сред (150°C для горячего воздуха и 140°C для пара) комбинированная высокоусадочная нить значительно меньше усаживается в горячем воздухе (15-20% в горячем воздухе, 37-42% в среде влажного пара). Усадка в горячем воздухе приближается к усадке в паре, когда температура воздуха повышается до 180°C [21]. Неоднозначное поведение комбинированной высокоусадочной нити при термообработке в различных средах объясняется различной степенью ее набухания. Набухание нити в процессе термообработки существенно влияет на усадку. Для набухших нитей требуется значительно меньше тепла по сравнению с количеством тепла, необходимым для получения того же эффекта при обработке ненабухших нитей. Кроме того, пары воды оказывают действие смазки, увеличивая подвижность молекул и расстояние между активными группами соседних молекул, энергия межмолекулярных связей уменьшается.

Таблица 6.2

Продолжительность, с	Естественная конвекция							Вынужденная конвекция						
	60	120	240	360	480	600	660	60	120	240	360	480	600	660
Y_{110}^0 C	5.55	6.43	7.94	9.15	10.07	10.69	10.89	8.54	9.21	10.27	10.96	11.29	11.27	11.13
Y_{130}^0 C	8.67	9.54	11.06	12.27	13.19	13.81	14.04	11.17	11.84	12.89	13.59	13.93	13.91	13.76
Y_{150}^0 C	12.24	13.10	14.62	15.84	16.75	17.38	17.58	14.13	14.79	15.86	16.56	16.89	16.87	16.72

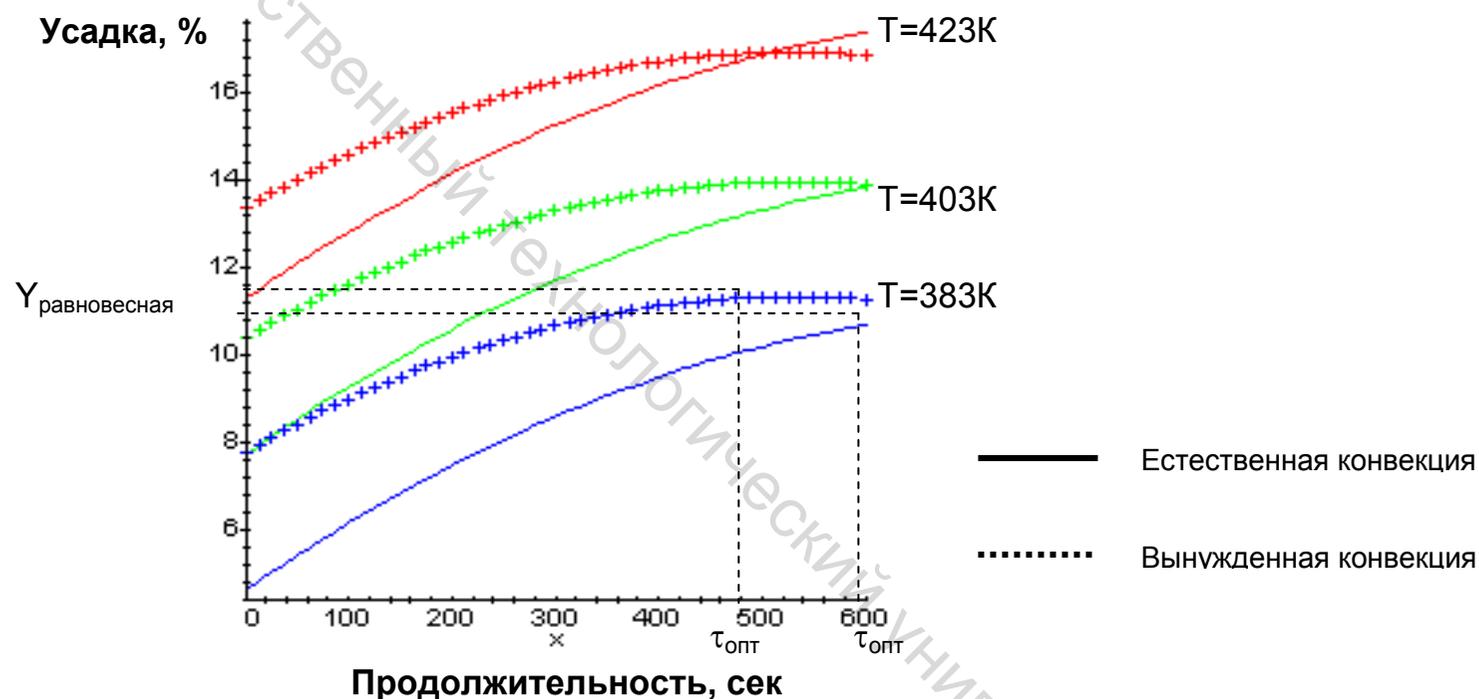


Рис. 6.3. Зависимость усадки комбинированной высокоусадочной нити с 20%-ым содержанием высокоусадочного компонента от продолжительности процесса термообработки

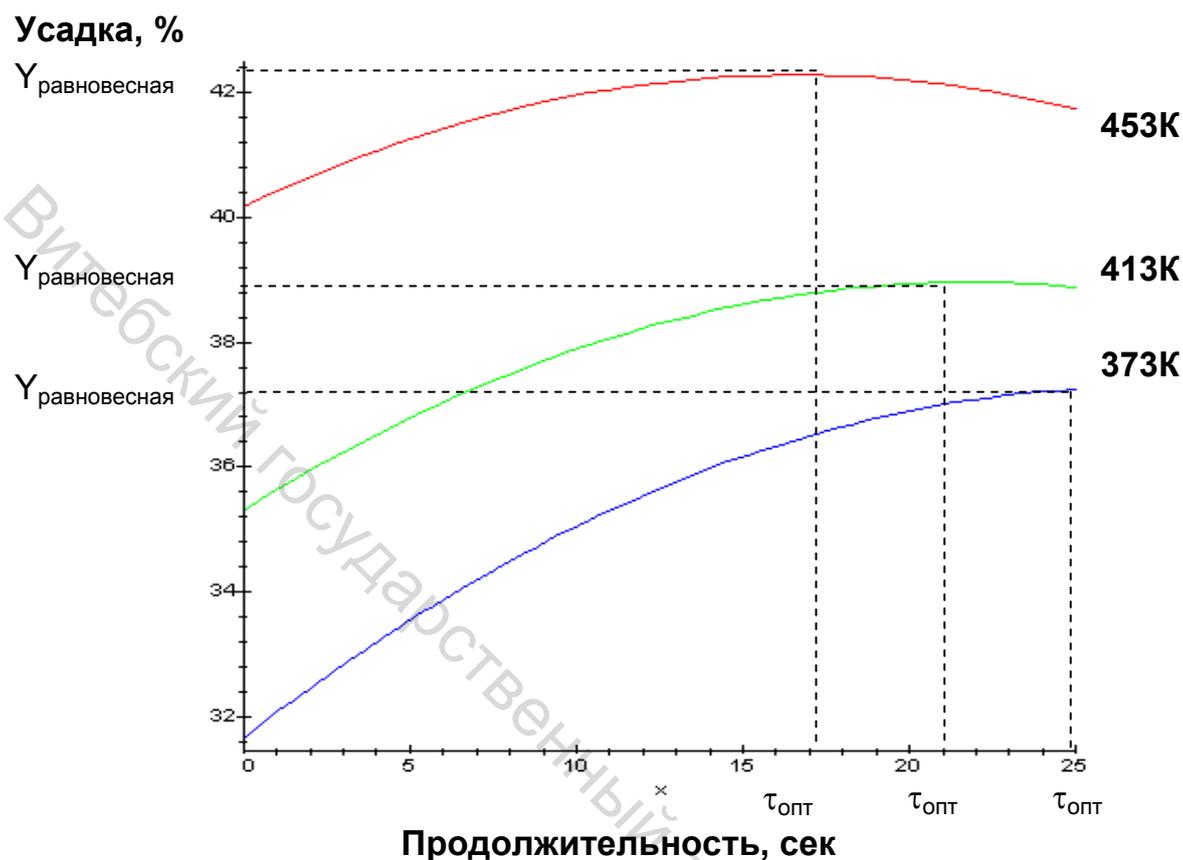


Рис. 6.4. Зависимость усадки комбинированной высокоусадочной нити с 40%-ым содержанием высокоусадочного компонента от продолжительности процесса термообработки в условиях влажного пара

Вышеизложенные факторы объясняют различия в степени усадки комбинированных высокоусадочных нитей при обработке в разных средах. Для комбинированных высокоусадочных нитей, содержащих волокна неустойчивые к действию высоких температур, наиболее подходящей средой термообработки для достижения максимального равновесного значения усадки является влажный пар.

При термообработке в условиях влажного пара усадка практически не зависит от температуры (рис. 6.5) и достигает своего равновесного значения при температуре $T=100-110^{\circ}\text{C}$. Кроме того, с повышением температуры пара ухудшаются органолептические свойства комбинированной высокоусадочной нити, она становится жестче.

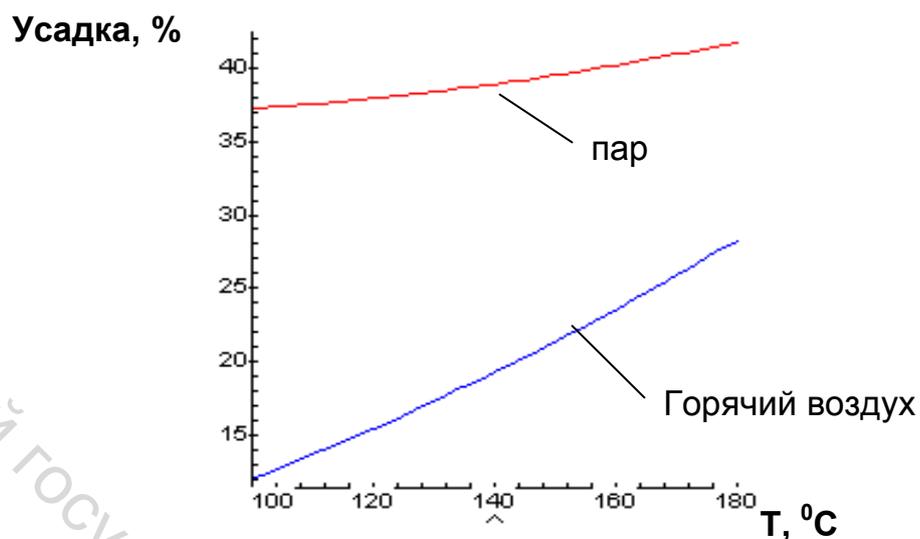


Рис. 6.5. Зависимость усадки комбинированной высокоусадочной нити от температуры среды

Таким образом, процесс термообработки в условиях влажного пара рекомендуется проводить при температуре $T=100-110^{\circ}\text{C}$ в течение времени $\tau=20-25$ сек.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной монографии представлен систематизированный и обобщенный материал об основах процесса термообработки текстильных материалов.

В работе изложены методы решения задач нестационарной теплопроводности при различных краевых условиях, рассмотрены основы физико-химических процессов, протекающих при термообработке текстильных материалов.

Выполненные теоретические исследования позволили установить зависимости, позволяющие определять оптимальные параметры процесса термообработки нитей и пряжи различного сырьевого состава и линейных плотностей в условиях естественного и вынужденного конвективного теплообмена, а также при термообработке паром. Экспериментальные исследования, проведенные авторами, подтвердили теоретические зависимости, что дает возможность использовать предложенные методики для расчета оптимальных тепловых режимов технологического процесса термообработки текстильных материалов на промышленных предприятиях.

В монографии представлены результаты исследования механизма процесса усадки комбинированных высокоусадочных нитей при термообработке в различных условиях. Полученные модели позволяют определять оптимальные тепловые режимы для достижения равновесного, а также заданного значения усадки.

Результаты исследований позволяют научно обоснованно определять рациональные энергосберегающие режимы процесса термообработки текстильных материалов, а также проектировать и эксплуатировать новые технологические процессы и оборудование для ведения высокоинтенсивных тепловых процессов на текстильных предприятиях Республики Беларусь и стран СНГ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков И.И., Воскресенский К.Д. Прикладная термодинамика и теплопередача. М., Госатомиздат, 1961. – 518с.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 598 с.
3. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 472с.
4. Перепелкин К.Е. Физико-химические основы процессов формирования химических волокон. М.: Химия, 1978. – 320с.
5. Ribnik A., *Tech. Res. J.*, 1969, v. 39, №5, p. 428-434; №8, p 742-748.
6. Ясинская Н.Н. Разработка и исследование технологического процесса получения комбинированных высокоусадочных нитей: Диссертация на соискание ученой степени кандидат технических наук. Спец. 05.19.02 – Технология и первичная обработка текстильных материалов и сырья/ Науч. рук. А.Г.Коган; ВГТУ. – Витебск, 2000 – 237с.
7. Пакшвер С.А, Александрыйский А.А, Айзенштейн Э.М. Влияние температуры вытягивания на поведение полиэфирных нитей при последующей тепловой обработке. // Химические волокна. – 1985. - №6. – С.19.
8. Киреев В.А. Курс физической химии: Учебник для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Химия, 1975. – 776с.
9. Ясинская Н.Н., Коган А.Г. Определение оптимальных параметров влажно-тепловой обработки комбинированных высокоусадочных нитей. //Сборник статей 30 научно-технической конференции «Совершенствование технологических процессов и организации производства в легкой промышленности и машиностроении». / ВГТУ – Витебск, 1997. – С. 119 – 122.
10. Пакшвер А.Б. Физико-химические основы технологии химических волокон. – М.: Химия, 1972. – 432с.
11. Карслау Г, Егер Д. Теплопроводность твердых тел. - М.: Наука, 1964. – 754с.
12. Петухов Б.В. Полиэфирные волокна. – М.: Химия, 1976. – 272с.

13. Кукин Г.Н., Соловьев А.Н., Кобляков А.И. Текстильное материаловедение (волокна и нити): Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: Легпромбытиздат, 1989. – 352 с.
14. Севостьянов А.Г. Методы и средства исследования механико-технологических процессов текстильной промышленности: Учебник для вузов текст. пром-ти. – М.: Легкая индустрия, 1980. – 392с.
15. Литовский С.М. Статистические методы в экспериментальных исследованиях: Учебное пособие / ВГТУ. – Витебск, 1996. – 63 с.
16. Ясинская Н.Н., Коган А.Г. Физико-химические закономерности процесса усадки химических нитей при термообработке. // Сборник тезисов докладов 29 научно-технической конференции преподавателей и студентов ВГТУ. – Витебск, 1996. – С. 50.
17. Ясинская Н.Н. Исследование технологического процесса тепловой обработки изделий из комбинированных высокоусадочных нитей. // Сборник тезисов докладов 32 научно-технической конференции преподавателей и студентов ВГТУ. – Витебск, 1999. – С. 69.
18. Ясинская Н.Н., Ольшанский В.И. Сравнительный анализ теоретических и экспериментальных зависимостей процесса термообработки комбинированных пневмотекстурированных высокоусадочных нитей. // Сборник материалов Международной научно-технической конференции «Новое в технике и технологии текстильной и легкой промышленности». / ВГТУ – Витебск, 2000. -
19. Ясинская Н.Н., Ольшанский В.И., Коган А.Г. Интенсификация процесса термообработки комбинированных высокоусадочных нитей. // Сборник научных трудов аспирантов ВГТУ. – Витебск. – 2000. – С. 64.
20. Ганин Е.А. Теплоизолирующие установки в текстильной промышленности. – М.: Легпромбытиздат, 1989. – 324 с.
21. Ясинская Н.Н., Коган А.Г. Структурные изменения высокоусадочных нитей при влажно-тепловой обработке. // Сборник научных трудов «Современные энергоресурсосберегающие и экологобезопасные

- технологии в машиностроении и легкой промышленности». / ВГТУ. – Витебск, 1998. – С.66-69.
22. Пятов Л.И., Наумов В.Н., Термические расчеты и автоматизация тепловых процессов в легкой промышленности. М., Легкая индустрия, 1972. – 387с.
23. Карбоцепные синтетические волокна / Под ред.К.Е. Перепелкина. – М.: Химия, 1973. – 589 с.
24. Геллер Б.Э. Релаксация напряжений при ориентационном вытягивании синтетических волокон. // Химические волокна. – 1993. - №3. – С.21.
25. Усадочные свойства синтетических нитей / Gupta V.D., Kedia Hemant, Huilgol S.R. // Indian I. Fibre and Text. Res. – 1996. – 21, №2. – С. 101-108.
26. Мортон В.Е., Херл Д.В.С. Механические свойства текстильных волокон. – Л.: Легкая индустрия, 1971. – 182 с.
27. Ясинская Н.Н., Коган А.Г. Исследование процесса релаксации высокоусадочных нитей. // Сборник материалов Международной научно-технической конференции «Современные наукоемкие технологии и перспективные материалы текстильной и легкой промышленности» (Прогресс-98) / ИГТА. – Иваново, 1998. – С. 23-25.
28. Папков С.П. Физико-химические основы производства искусственных и синтетических волокон. – М.: Химия, 1972. – 312с.
29. Ясинская Н.Н., Коган А.Г., Скобова Н.В. Особенности переработки комбинированных высокоусадочных нитей. // Сборник материалов Международной научно-технической конференции «Достижения текстильной химии – в производство» (текстильная химия – 2000) / Ивановский гос. Химико-технологический ун-т. – Иваново, 2000. - С.70-71.
30. Ясинская Н.Н., Капустина И.М. Исследование усадки комбинированных химических нитей // Сборник тезисов докладов 35 научно-технической конференции преподавателей и студентов ВГТУ. – Витебск, 2002. – С. 28.

Программа для исследования процесса термообработки комбинированной однородной нити при различных температурах воздуха в термокамере

> restart;

Ввод исходных данных

1. Начальная температура нити T_0 , К

> T0:=293;

$$T0 := 293$$

2. Радиус пневмотекстурированной высокоусадочной нити, м

r[1]:=0.0003328;

r[2]:=0.0002878;

r[3]:=0.0002433;

$$r_1 := .0003328$$

$$r_2 := .0002878$$

$$r_3 := .0002433$$

3. Коэффициент температуропроводности комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити, m^2/c

a[1]:=0.88*10⁽⁻⁹⁾;

a[2]:=0.656*10⁽⁻⁹⁾;

a[3]:=0.481*10⁽⁻⁹⁾;

$$a1 := .8800000000 \cdot 10^{-9}$$

$$a2 := .6560000000 \cdot 10^{-9}$$

$$a3 := .4810000000 \cdot 10^{-9}$$

Температура среды, T_c , К

> Tc[1]:=403;Tc[2]:=433;Tc[3]==463;

$$TC_1 := 403$$

$$TC_2 := 433$$

$$TC_3 := 463$$

Исследование процесса распределения температуры внутри комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити

1. Определение критерия Фурье

> f0:=a[j]*tau/(r[j]^2) ;

$$f0 = 600 \frac{a^4}{r^2}$$

2. Определение относительного изменения температуры

> Q:=exp(-5.76*f0);

$$\left(\begin{array}{c} a_j \tau \\ -5.76 \frac{j}{2} \\ r_j \end{array} \right)$$

Q := e

3. Ввод закона распределения температуры по сечению пневмотекстурированной высокоусадочной нити

> T:=Tc[h]-(Tc[h]-T0)*Q;

$$\left(\begin{array}{c} a_j \tau \\ -5.76 \frac{j}{2} \\ r_j \end{array} \right)$$

T := T_{ch} - (T_{ch} - 293) e

4. Расчет массива и построение графических зависимостей изменения температуры комбинированной пневмотекстурированной высокоусадочной нити при различных значениях температуры воздуха в термокамере для различного процентного содержания высокоусадочного компонента

>for h from 1 to 3 do

for j from 1 to 3 do

for i from 0 to 10 do

tau:=i*60;

FF[i,j,h]:=f0;QQ[i,j,h]:=Q;TT[i,j,h]:=T;od:od:od:

> for j from 1 to 3 do

x1[j]:=[[ii*60,TT[ii,j,1]] \$ii=0..10]:

x2[j]:=[[ii*60,TT[ii,j,2]] \$ii=0..10]:

x3[j]:=[[ii*60,TT[ii,j,3]] \$ii=0..10]:

od:

>for j from 1 to 3 do

plot([x1[j],x2[j],x3[j]], t=0..600, color=[red,blue,green]);od;

> for j from 1 to 3 do

x1:=[[ii*60,FF[ii,j,1],QQ[ii,j,1],TT[ii,j,1]] \$ii=0..10]

x2:=[[ii*60,FF[ii,j,2],QQ[ii,j,2],TT[ii,j,2]] \$ii=0..10]

x3:=[[ii*60,FF[ii,j,3],QQ[ii,j,3],TT[ii,j,3]] \$ii=0..10]

od;

Программа для исследования процесса термообработки неоднородной нити при различных температурах воздуха в термокамере

> restart;

Ввод исходных данных

1. Начальная температура нити T_0 , К

> T[0] := 293;

$T_0 := 293$

2. Температура среды T_c , К

> Tc[1] := 383; Tc[2] := 403; Tc[3] := 423;

$T_{c1} := 383$

$T_{c2} := 403$

$T_{c3} := 423$

3. Радиус стержневой нити R_i , м

> R[1,1] := evalf(5*10⁻⁵, 1);

R[1,2] := evalf(9*10⁻⁵, 1);

R[1,3] := evalf(14*10⁻⁵, 2);

$R_{1.1} := .00005$

$R_{1.2} := .00009$

$R_{1.3} := .00014$

4. Радиус нити R_2 , м

> R[2] := evalf(2.15*10⁻⁴, 3);

$R_2 = .000215$

5. Коэффициент теплопроводности стержневой нити $\lambda_{1.}$, Вт/(м*град)

> lambda[1] := 0.083;

$\lambda_1 := .083$

6. Коэффициент теплопроводности волокон покрытия λ_2 , Вт/(м*град)

> lambda[2] := 0.05;

$\lambda_2 := .05$

7. Теплоемкость стержневой нити C_1 , Дж/(кг*град)

> C[1] := 1.1 * (10³);

$C_1 := 1100.0$

8. Теплоемкость волокон покрытия C_2 , Дж/(кг*град)

> C[2] := 1.63 * (10³);

$C_2 := 1630.00$

9. Объемная масса стержневой нити P_1 , кг/м³

$$\rho[1] := 1.38 \cdot (10^5);$$

$$P_1 := 138000.00$$

10. Объемная масса волокон покрытия P_2 , кг/м³

$$\rho[2] := 1.52 \cdot (10^5);$$

$$P_2 := 152000.00$$

Исследование процесса распределения температуры внутри комбинированной высокоусадочной нити

1. Определение коэффициента температуропроводности стержневой нити a_1 , м²/с

$$a[1] := \lambda[1] / (C[1] \cdot \rho[1]);$$

$$a_1 := .5467720685 \cdot 10^{-9}$$

2. Определение коэффициента температуропроводности волокон покрытия a_2 , м²/с

$$a[2] := \lambda[2] / (C[2] \cdot \rho[2]);$$

$$a_2 := .2018082015 \cdot 10^{-9}$$

3. Оценка критерия, характеризующего теплоинерционные свойства волокон покрытия относительно стержневой нити K_a

$$K[a] := a[1] / a[2];$$

$$K_a := 2.709364954$$

4. Оценка критерия, характеризующего относительную теплопроводность комбинированной высокоусадочной нити K_λ

$$K[\lambda] := \lambda[1] / \lambda[2];$$

$$K_\lambda := 1.660000000$$

5. Оценка критерия, характеризующего тепловую активность стержневой нити по отношению к волокнам покрытия K_Δ

$$K[\Delta] := K[\lambda] / \sqrt{K[a]};$$

$$K_\Delta := 1.008496356$$

6. Ввод закона распределения температуры по сечению $T_{r,t}$

$$T_{r,t} = T_0 + (T_{c_k} - T_0)$$

$$\left(1 - \left(\cos \left(2.4 \sqrt{K_a} \left(\frac{R}{2} - 1 \right) \right) - K_\Delta \cdot 52 \sin \left(2.4 \sqrt{K_a} \left(\frac{R}{2} - 1 \right) \right) \right) e^{-\frac{5.76 a t}{R^2}} \right)$$

7. Расчет массива изменения температуры комбинированной высокоусадочной нити при различных температурах воздуха в термокамере для различного процентного содержания высокоусадочного компонента в зависимости от продолжительности процесса термообработки

$$i := 'i' : j := 'j' : k := 'k':$$

```

for k from 1 to 3 do
for j from 1 to 3 do
for i from 1 to 15 do tau :=i*60;
    s[R[1,k],tau,Tc[j]]:=cos (2.4*sqrt<K[a])*(R[1, k]/R[2]-1));
s1[R[1,k],tau,Tc[j]]:=K[Delta]*0.52*sin(2.4*sqrt<K[a])*(R[1,k]/R[2]-1));
    w[R[1,k],tau,Tc[j]]:=(1-(s[R[1, k],tau,Tc[j]] - s1[R[1,k],tau,Tc[j]]))*exp(-5.76*(a[2]*tau)/R[2]^2);
    T[R[1,к], tau,Tc[j]] :=T[0]+(Tc[j]-T[0])*(1-w[R[1,k],tau,Tc[j]]);
    od;
    od;
    od;

```

8. Зависимость температуры прогревания комбинированной высокоусадочной нити от продолжительности процесса термообработки при различных температурах воздуха в термокамере для 20% содержания высокоусадочного компонента,
>1:='1':

```

T[R[1,1],0,Tc[1]]:=T[0]:T[R[1,1],0,Tc[2]]:=T[0]:T[R[1,1],0,Tc[3]]:=T[0]:
x1:=[[11*60,T[R[1,1],11*60,Tc[1]]] $11=0..15];
x2:=[[11*60,T[R[1,1],11*60,Tc[2]]] $11=0..15];
x3:=[[11*60,T[R[1,1],11*60,Tc[3]]] $11=0..15];
plot([x1,x2,x3], color=[red,blue,green];

```

9. Зависимость температуры прогревания комбинированной высокоусадочной нити от продолжительности процесса термообработки при различных температурах воздуха в термокамере для 40% содержания высокоусадочного компонента.

```

>
1:='1':T[R[1,2],0,Tc[1]]:=T[0]:T[R[1,2],0,Tc[2]]:=T[0]:T[R[1,2],0,Tc[3]]:=T[0]:
y1:=[[11*60,T[R[1,2],11*60,Tc[1]]] $11=0..15];
y2:=[[11*60,T[R[1,2],11*60,Tc[2]]] $11=0..15];
y3:=[[11*60,T[R[1,2],11*60,Tc[3]]] $11=0..15];
plot ([y1,y2,y3], color=[red, blue, green]);

```

10. Зависимость температуры прогревания комбинированной высокоусадочной нити от продолжительности процесса термообработки при различных температурах воздуха в термокамере для 60% содержания высокоусадочного компонента.

```

>
1:='1':T[R[1,3],0,Tc[1]]:=T[0]:T[R[1,3],0,Tc[2]]:=T[0]:T[R[1,3],0,Tc[3]]:=T[0]:
z1:=[[11*60,T[R[1,1],11*60,Tc[1]]] $11=0..15];
z2:=[[11*60,T[R[1,1],11*60,Tc[2]]] $11=0..15];
z3:=[[11*60,T[R[1,1],11*60,Tc[3]]] $11=0..15];
plot([z1,z2,z3], color=[red,blue,green]);

```

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

*Ясинская Наталья Николаевна
Ольшанский Валерий Иосифович
Коган Александр Григорьевич*

Нестационарная теплопроводность текстильных материалов

Редактор Платонов А.П.
Технический редактор Махаринский Е.И.
Корректор Покатович Т. К.
Компьютерная верстка

Подписано к печати 26.03.2003 г. Формат 60x84/16 Уч.-изд. Лист 7.3.
Печать ризографическая, тираж 61, заказ № 160

Отпечатано на ризографе ВГТУ. Лицензия ЛП №89 от 21 января 2001г.
210035, Витебск, Московский пр-т, 72.