МОДЕЛЬ ПРОХОЖДЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В МАТЕРИАЛЕ С ГРАДИЕНТНОЙ СТРУКТУРОЙ

Сарычев В.Д., Невский С.А., Громов В.Е.
Сибирский государственный индустриальный университет,
г. Новокузнецк, Россия, E-mail: nevskiy_sa@physics.sibsiu.ru

Известно, что скорость ультразвука является физической величиной, зависящей от упругих характеристик и физических свойств материала [1]. Если с изделием происходят какие-нибудь изменения, вызванные, например нанесением покрытия методом наплавки, термообработкой, интенсивной пластической деформацией, то возникает градиент структуры и фазового состава материала и скорость ультразвука неизбежно изменяется. При эксплуатации таких материалов неизбежно возникают микротрещины. Поэтому определение степени поврежденности материала, т.е. того момента, когда микротрещины достигают размера макротрещин, является важной задачей, так как своевременное определение стадии предразрушения позволяет избежать наступления различного рода катастрофических ситуаций [2]. Для диагностики накопления микроповреждений используются различные методы неразрушающего контроля [3]. К таким методам относится, например, теневой метод измерения акустических параметров среды. Суть метода заключается в периодическом возбуждении излучающего преобразователя (датчик совмещает приемный и излучающий пьезопреобразователи), преобразователь формирует поверхностную акустическую волну в исследуемом материале. Волна распространяется от излучающего к приемному преобразователю, где преобразуется в электрический сигнал, поступающий на вход осциллографа [4]. При различном состоянии материала (трещины, поры и т.п.) изменяется длина ультразвукового пути и по изменению скорости звука и резонансной частоты можно судить о степени поврежденности материала.

Для объяснения вышеотмеченных изменений в настоящей работе предлагается теоретическая модель прохождения ультразвука по материалу с усталостными трещинами в приближении воздушной пробки. Суть этого приближения состоит в том, что ультразвуковой тракт представляется в виде трех слоев: бездефектный материал - воздушная прослойка - бездефектный материал. Обратимся к теории прохождения ультразвука через три слоя с целью получения определяющего уравнения для резонансной частоты [5]. Пусть имеются следующие характеристики трех слоев: координаты, волновые числа и модули Юнга. Запишем волновые уравнения для каждого слоя:

$$\frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2} = c_n^2 \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} \tag{1}$$

где n = 1, 2, 3 – номер слоя.

Решение волнового уравнения будем искать в виде:

$$U_n(x;t) = (A_n \cdot e^{-i\cdot x\cdot k_n} + B_n \cdot e^{+i\cdot x\cdot k_n}) \cdot e^{i\cdot\omega\cdot t} \tag{2}$$

где x_n – координата; $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{\omega}{c_n}$ - волновое число; c_n – скорость звука; $\omega=2\pi f$– частота; A_n, B_n – комплексные амплитуды.

Граничные условия прохождения звука в материале с дефектами имеют вид:

$$U = A_1 + B_1; U = A_3 \exp(-ik_3 x_3) + B_3 \exp(ik_3 x_3) \tag{3}$$

Амплитудные значения в (2) можно определить из граничных условий (3) и условий непрерывности напряжений и смещений:

$$U_n(x_n) = U_{n+1}(x_n)\,;\ E_n(x_n) = E_{n+1}(x_n) \tag{4}$$

где E_n – модуль Юнга. Для простоты вычислений воспользуемся матричным методом [6], суть которого состоит в записи условий (3), например, на границе $x=x_1$ в виде:

$$M_{11} f_1 = M_{12} f_2 \quad (5)$$

где

$$f_1 = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix};\ f_2 = \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix},\ M_{11} = \begin{bmatrix} \exp(-ix_1k_1) & \exp(ix_1k_1) \\ -E_1k_1\exp(-ix_1k_1) & E_1k_1\exp(ix_1k_1) \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \exp(-ix_1k_2) & \exp(ix_1k_2) \\ -E_2k_2\exp(-ix_1k_2) & E_2k_2\exp(ix_1k_2) \end{bmatrix}$$

Из (4) получаем $f_2 = M_{12}^{-1} \cdot M_{11} \cdot f_1$ или, обозначив через $R_{21} = M_{12}^{-1} \cdot M_{11}$, имеем $f_2 = R_{21} \cdot f_1$. Аналогично $f_3 = R_{32} \cdot f_2$. Тогда связь между f_1 и f_3 может быть представлена в виде:

$$f_3 = R_{32} \cdot f_2 = R_{32} \cdot R_{21} \cdot f_1 \text{ или } f_3 = S \cdot f_1 \quad (6)$$

где $S = R_{32} \cdot R_{21}$. Формула (6) в развернутом виде:

$$A_3 = S_{11}A_1 + S_{12}B_1,\ B_3 = S_{21}A_1 + S_{22}B_1 \quad (7)$$

и с учетом (3) получаем:

$$\begin{cases} U_0 = A_1 + B_1 \\ U_3 = (e^{-i\cdot x_3\cdot k_3} \cdot S_{11} + e^{i\cdot x_3\cdot k_3} \cdot S_{21}) \cdot A_1 + (e^{-i\cdot x_3\cdot k_3} \cdot S_{12} + e^{i\cdot x_3\cdot k_3} \cdot S_{22}) \cdot B_1 \end{cases} \quad (8)$$

Для собственных частот системы необходимо, чтобы определитель системы (6) обращался в ноль:

$$\Delta = e^{-i\cdot x_3 k_3}(S_{12} - S_{11}) + e^{i\cdot x_3\cdot k_3}(S_{22} - S_{21}) = 0 \quad (9)$$

После аналитических преобразований получим:

$$\Delta = tg(\varphi_1) + z_2 \cdot tg(\varphi_2) + z_3 \cdot tg(\varphi_3) - \frac{z_3}{z_2} \cdot tg(\varphi_1) \cdot tg(\varphi_2) \cdot tg(\varphi_3) = 0 \quad (10)$$

где

$$z_2 = \sqrt{\frac{E_1 \cdot \rho_1}{E_2 \cdot \rho_2}};\ z_3 = \sqrt{\frac{E_1 \cdot \rho_1}{E_3 \cdot \rho_3}};\ \varphi_n = \frac{\omega \cdot d_n}{c_n} \quad (11)$$

Для сравнения с результатами эксперимента была рассмотрена следующая ситуация:

$$z_3 = 1;\ k_1 = k_3 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{2\pi}{c_1 \cdot T} = \frac{\omega}{c_1};\ k_2 = \frac{\omega}{c_2}.$$

Данные параметры позволяют определить наличие трещин. Тогда (10) примет вид:

$$\Delta = tg(\frac{\omega \cdot d_1}{c_1}) + z_2 \cdot tg(\frac{\omega \cdot d_2}{c_2}) + tg(\frac{\omega \cdot d_3}{c_1}) - \frac{1}{z_2} \cdot tg(\frac{\omega \cdot d_1}{c_1}) \cdot tg(\frac{\omega \cdot d_2}{c_2}) \cdot tg(\frac{\omega \cdot d_3}{c_1}) \quad (12)$$

Введем обозначения: $\Psi_1 = \frac{\omega \cdot d_1}{c_1}$; $\Psi_2 = arctg(z_2 \cdot tg(\frac{\omega \cdot d_2}{c_2}))$; $\Psi_3 = \frac{\omega \cdot d_3}{c_1}$. Тогда (12) примет вид:

$$\Delta = tg(\Psi_1) + tg(\Psi_2) + tg(\Psi_3) - tg(\Psi_1) \cdot tg(\Psi_2) \cdot tg(\Psi_3) = 0 \quad (13)$$

$$(1-tg(\Psi_2)\cdot tg(\Psi_3))\cdot(tg(\Psi_1)+tg(\Psi_2+\Psi_3))=0$$
$$(1-tg(\Psi_2)\cdot tg(\Psi_3))\cdot(1-tg(\Psi_1)\cdot tg(\Psi_2+\Psi_3))\cdot tg(\Psi_1+\Psi_2+\Psi_3)=0$$

Первые два множителя в ноль обращаться не могут, так как ω будет принимать такие значения, при которых Δ=0. Действительно, пусть ω_0 такое, что $tg(\Psi_2)\cdot tg(\Psi_3)=1$. Тогда $tg(\Psi_3)+tg(\Psi_2)=0$ или $tg(\Psi_3)+\frac{1}{tg(\Psi_3)}=0$, откуда $tg^2(\Psi_3)+1\neq 0$. Это значит, что $\Delta\neq 0$ при таком ω_0. Поэтому окончательно получаем:

$$tg(\Psi_1+\Psi_2+\Psi_3)=0 \qquad (14)$$

Решение уравнения (10) можно записать в виде:

$$\Psi_1+\Psi_2+\Psi_3=\pi\cdot k\text{, где } k=0;\pm1;\pm2;... \qquad (15)$$

Если первая и третья среды одинаковы, а вторая – включение, то оказывается, что размеры d_1 и d_3 по отдельности не входят в уравнение (14) и роль здесь играет расстояние между излучателем и приёмником минус ширина прослойки. Это обстоятельство позволяет выдвинуть гипотезу о консолидации пор и микротрещин в одну, но большую. Данная гипотеза оправдывает использование настоящей модели для описания прохождения звука через среду с усталостными трещинами.

Обозначим через $d = d_1 + d_2 + d_3$, тогда (14) можно представить в виде:

$$\frac{\omega\cdot(d-d_2)}{c_1}+Arctg(z_2\cdot tg(\frac{\omega\cdot d_2}{c_2}))=\pi\cdot k \qquad (16)$$

Для удобства нахождения резонансной частоты перепишем (16) в новых переменных:

$$x+arctg(z_2\cdot tg(a\cdot x))=\pi\cdot k \qquad (17)$$

где: $x=\frac{\omega\cdot(d-d_3)}{c_1}$, $a=\frac{d_2\cdot c_1}{c_2\cdot(d-d_2)}$.

Разрешая уравнение (17) относительно x для каждого k, получим все возможные варианты. Таким образом, разработана и протестирована модель прохождения ультразвука в материале, содержащем дефекты.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (№ проекта 15-19-00065)

Список литературы:

1. Rushchitsky, J. J. Nonlinear Elastic Waves in Materials / J. J. Rushchitsky. – Berlin: Springer. – 2013. – 440 p.
2. Махутов, Н. А. Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность в 2-х частях / Н.А. Махутов. – Новосибирск: Наука, 2005. – Ч.1. – 494 с.
3. Муравьев, В. В. Скорость звука и структура сталей и сплавов / В. В. Муравьев, Л. Б. Зуев, К. Л. Комаров – Новосибирск: Наука, 1996. – 270с.
4. Алешин, Н. П. Ультразвуковой контроль / Н. П. Алешин [и др.]. – М.: Спектр, 2011. – 224 с.
5. А.А. Ботаки, В.Л. Ульянов, А.В. Шарко. Ультразвуковой контроль прочностных свойств конструкционных материалов / А. А. Ботаки, В. Л. Ульянов, А. В. Шарко – М.: Машиностроение, 1981 – 80 с.
6. Sarychev, V.D., Nevskii, S.A., Gromov V.E. The theoretical analysis of stress-strain state of materials with gradient structure / V.D. Sarychev, S.A. Nevskii, V.E. Gromov // Materials physics and mechanics – 2015. – V. 22. – P. 157 – 169.