

СНИЖЕНИЕ РАЗМЕРНОСТИ ПРИЗНАКОВОГО ПРОСТРАНСТВА ПРИ ОЦЕНКЕ ЖЕСТКОСТИ МАТЕРИАЛОВ ВЕРХА ОБУВИ

Горбачик В.Е.; Линник А.И.; Фукин В.А.

В работе [1] было показано, что для характеристики жесткости обувных материалов и их систем, составляющих заготовку верха обуви, из довольно большого количества различных показателей, характеризующих их жесткость, необходимо выделить наиболее информативные с точки зрения полноты и точности описания изучаемой характеристики.

Одним из методов снижения размерности исходного признакового пространства является метод главных компонент. Он позволяет решить следующие задачи:

- обнаружение скрытых, но объективно существующих закономерностей, которые обусловлены воздействием как внутренних, так и внешних причин;
- описание исследуемого свойства числом главных компонент, значительно меньшим, чем число исходных показателей (признаков). Этим достигается редукция имеющейся информации с минимальными потерями. Следует отметить, что выделенные главные компоненты содержат в среднем больше информации, чем отдельные непосредственно измеряемые показатели;
- выявление и изучение статистических связей показателей с главными компонентами, что позволяет определить исходные показатели, наиболее тесно связанные с найденными главными компонентами;
- использование полученных результатов для объективной и полной характеристики изучаемого свойства на основе знания величин отдельных главных компонент.

В данной статье рассматриваются основные этапы выделения наиболее информативных показателей для характеристики жесткости материалов наружных деталей верха обуви с использованием метода главных компонент.

На основании экспериментальных данных составляем таблицу "объекты-показатели", т.е. матрицу данных:

Таблица 1. Матрица данных

Объекты	Показатели			
	Π^1	Π^2	...	Π^n
O_1	Π_1^1	Π_1^2	...	Π_1^n
O_2	Π_2^1	Π_2^2	...	Π_2^n
	
O_N	Π_N^1	Π_N^2	...	Π_N^n

Строки в табл. 1 соответствуют объектам наблюдения, т.е. исследуемым материалам - O_N , столбцы соответствуют признакам Π_N^n , где N- количество исследуемых материалов, n - количество показателей, характеризующих жесткость.

В качестве объектов исследования были выбраны искусственные, синтетические кожи различной структуры (барекс, порвайр, винибан, СК-8, замша искусственная), а также натуральные кожи (эластичный выросток, полукожник, нубук, яловка, бычок). В качестве показателей, характеризующих жесткость материалов выбраны:

- Π^1 - жесткость при одноосном растяжении при относительном удлинении $\varepsilon = 10\%$, Н;

- Π^2 - жёсткость при одноосном растяжении при $\varepsilon = 0,75\varepsilon_p$, Н (ε_p - удлинение при разрыве);
- Π^3 - жёсткость при двухосном симметричном растяжении при $\varepsilon=10\%$, Н;
- Π^4 - жёсткость при двухосном симметричном растяжении при $\varepsilon = 0,75\varepsilon_p$, Н;
- Π^5 - жёсткость при двухосном симметричном растяжении сферическим пуансоном при $\varepsilon = 10\%$, Н;
- Π^6 - жёсткость при двухосном симметричном растяжении сферическим пуансоном при $\varepsilon = 0,75\varepsilon_p$, Н;
- Π^7 - жёсткость на приборе ПЖУ, Н;
- Π^8 - коэффициент удлинения, %;
- Π^9 - удлинение при разрыве, %.

Матрицу данных затем нормируем, учитывая, что, показатели имеют различную размерность, а поэтому различную единицу масштаба. Нормировку показателей производим по формуле

$$Z_i^k = \frac{\Pi_i^k - m(\Pi^k)}{D(\Pi^k)}, k = 1, \dots, 9 (n), i = 1, \dots, 10 (N). \quad (1)$$

где $m(\Pi^k)$ - среднее арифметическое значение к-того показателя:

$$m(\Pi^k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Pi_i^k; \quad (2)$$

$D(\Pi^k)$ - дисперсия к-того показателя:

$$D(\Pi^k) = \frac{\sum [\Pi_i^k - m(\Pi^k)]^2}{n - 1}. \quad (3)$$

Нормированные показатели обладают следующими свойствами:

$$m(Z^k) = 0, \quad D(Z^k) = 1.$$

По нормированной матрице данных составляем корреляционную (табл.2) и ковариационную матрицы показателей.

Таблица 2. Корреляционная матрица

	Π^1	Π^2	Π^3	Π^4	Π^5	Π^6	Π^7	Π^8	Π^9
Π^1	1,00	0,61	0,14	0,33	0,54	0,66	0,19	-0,86	-0,41
Π^2		1,00	-0,17	0,77	0,29	0,51	0,14	-0,82	-0,22
Π^3			1,00	0,20	0,63	0,52	0,18	-0,05	-0,20
Π^4				1,00	0,04	0,63	0,21	-0,58	-0,15
Π^5					1,00	0,75	0,02	-0,33	-0,79
Π^6						1,00	0,01	-0,56	-0,70
Π^7							1,00	-0,21	0,06
Π^8								1,00	0,25
Π^9									1,00

Коэффициенты парной корреляции между признаками Z^k и Z^l рассчитываются по формуле

$$r(Z^k, Z^l) = \frac{m(L^k Z^l) - m(Z^k) \cdot m(Z^l)}{\sqrt{D(Z^k) \cdot D(Z^l)}}, k, l = 1 \dots n \quad (5)$$

которая с учетом (4) приобретает вид:

$$r(Z^k, Z^l) = m(Z^k, Z^l) = \frac{1}{N} (Z^k Z^l), \quad (6)$$

где $(Z^k Z^l)$ - скалярное произведение векторов Z^k и Z^l .

Находим собственные значения ковариационной матрицы и соответствующий им ортогональный базис из собственных векторов. В результате преобразований получаем нормированную линейную комбинацию исходных показателей вида

$$Y_i = L_{i1} Z^1 + L_{i2} Z^2 + \dots + L_{in} Z^n,$$

где вектор L_i , определяющий преобразование перехода от Z^n к Y_i , является так называемым i -м собственным вектором ковариационной матрицы.

В методе главных компонент первоначально находят n главных компонент (по числу показателей), которые затем ранжируются по некоторому критерию и незначительными по этому критерию главными компонентами пренебрегают. Основанием для выбора наиболее информативных показателей служит достаточно высокая изменчивость их значений как необходимое условие чувствительности параметра к изменению данного свойства.

В табл. 3 представлены собственные значения ковариационной матрицы, дисперсия главных компонент и их накопленный вклад в суммарную дисперсию всех показателей.

Таблица 3. Накопленный вклад главных компонент

Главные компоненты	Собственные значения ковариационной матрицы	Дисперсия главных компонент	Накопленный вклад главных компонент в суммарную дисперсию
1	4,23	47,0	47,0
2	2,01	22,2	69,2
3	1,15	12,8	82,0
4	0,85	9,5	91,5
5	0,57	6,3	97,8
6	0,12	1,3	99,1
7	0,06	0,7	99,8
8	0,02	0,2	100,0
9	0,00	0,0	100,0

Для полного описания исследуемого свойства в нашем случае было оставлено 4 главные компоненты, суммарный вклад которых в дисперсию всех признаков составляет 91,5%. Для облегчения интерпретации главных компонент необходимо более тесно привязать их к определенным показателям. Это достигается путем вращения осей главных компонент в пространстве признаков до нахождения оптимального решения.

Факторная матрица после вращения представлена в таблице 4. Она содержит матрицу факторных нагрузок (корреляций) четырех оставленных нами главных компонент и исследуемых признаков.

Таким образом, для объективной и полной характеристики жесткости материалов наружных деталей верха обуви выделены следующие показатели: жесткость при двухосном растяжении сферическим пуансоном при $\varepsilon = 10\%$ (вклад в дисперсию признаков 47%); жесткость при одноосном растяжении при $\varepsilon = 10\%$ (вклад в дисперсию признаков 22,3%); жесткость при двухосном симметричном растяжении при $\varepsilon = 0,75\varepsilon_p$ (вклад в дисперсию признаков 12,8%); жесткость на приборе ПЖУ-12М (вклад в дисперсию признаков 9,5%).

Таблица 4. Матрица факторных нагрузок

Показатели	Главные компоненты			
	1	2	3	4
Π^1	0,43	0,82	0,10	0,16
Π^2	0,05	0,75	0,62	-0,04
Π^3	0,71	-0,40	0,29	0,40
Π^4	0,07	0,28	0,94	0,09
Π^5	0,97	0,16	-0,08	0,05
Π^6	0,77	0,32	0,51	-0,04
Π^7	0,05	0,17	0,04	0,93
Π^8	0,19	-0,80	0,38	0,14
Π^9	0,78	-0,31	0,03	0,24

Вклад каждого показателя в характеристику исследуемого свойства не одинаков, что в дальнейшем учитывалось при расчете комплексных показателей [1].

Литература:

1. Горбачик В.Е., Линник А.И., Фукин В.А. Разработка методики расчета распорной жесткости обуви. Сб. статей 31 НТК. Витебск, 1998, с. 89-91.

SUMMARY:

The article is devoted to the problem of singling out the most important indices characterizing shoe upper stiffness.

The method of major components was used to process the data.