

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ МАТЕРИАЛОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

Ю.Б. Какулия, А.М. Шарыгин

*Ухтинский государственный технический университет
169300 Республика Коми, г. Ухта, ул. Первомайская, 13
E-mail: yuri@uui.sever.ru*

Разработан метод решения двумерных задач механики деформируемых тел для материалов с памятью формы, основанный на применении метода конечных элементов в сочетании со структурно-аналитической теорией прочности. В качестве примера приведены результаты расчета напряжений и перемещений в пластине из материала с памятью формы при различных температурно-силовых воздействиях.

Общий подход к решению краевой задачи механики деформируемых тел для материалов с памятью формы сформулирован в структурно-аналитической теории прочности [1]. Реализация предложенной методологии продемонстрирована в ряде работ, в которых показана возможность решения в упрощенной постановке некоторых простейших задач (бесконечно длинный цилиндр и бесконечно длинная толстостенная труба под воздействием температуры, давления и осевой нагрузки). Широкий круг проблем, возникающих при проектировании и практическом использовании элементов из материалов с памятью формы, вызывает необходимость создания универсальных методов расчета напряженно-деформированных состояний, возникающих в таких элементах. Для этих целей было предложено [2] применение наиболее плодотворного численного метода механики сплошных сред – метода конечных элементов [3] – в сочетании с уравнениями структурно-аналитической теории прочности.

В процессе практической реализации предложенной концепции разработан алгоритм и создана программа для решения методом конечных элементов (МКЭ) двумерных задач (плоское напряженное состояние, плоская деформация, осесимметричные задачи) для материалов с памятью формы. Материал математического объекта исследований принят макроскопически изотропным, суммарная деформация складывается из упругой, тепловой и фазовой. Последнюю определяли методами структурно – аналитической теории прочности, используя соотношения для материалов с фазовыми реакциями первого рода. Использовали метод конечных элементов в варианте перемещений. Рассчитываемую область разбивали на возможно большее число подобластей – конечных элементов треугольной формы. Вершины треугольников, называемые узлами, имеют две степени свободы, поэтому в каждом узле задавали горизонтальное и вертикальное линейные перемещения. Объединенные вместе для всех узловых точек, они образуют вектор узловых перемещений конструкции. Применение процедуры МКЭ приводит к системе линейных алгебраических уравнений, решение которой даёт значения компонент вектора узловых перемещений. По ним определяют напряжения в каждом конечном элементе. При используемых аппроксимационных функциях напряжения внутри каждого конечного элемента получаются постоянными.

Предусмотрены следующие возможности температурно-силового воздействия на исследуемый объект: задание нагрузки либо перемещений на границах, нагрев или охлаждение в интервалах прямого и обратного превращений в различных сочетаниях и последовательности. Изменение температуры, нагрузки или перемещения производили с выбранным малым шагом, при этом изменение температуры задавали настолько медленным, что температурное поле можно было считать стационарным. Входящие в определяющие соотношения МКЭ модуль упругости E , коэффициент Пуассона μ и температурный коэффициент линейного расширения α на каждом шаге вычислений корректировали для каждого элемента в зависимости от текущего значения мартенситной фазы Φ в данном элементе по формулам:

$$E = \frac{E_m E_a}{E_a \Phi + E_m (1 - \Phi)}; \mu = \frac{\mu_m \mu_a}{\mu_a \Phi + \mu_m (1 - \Phi)}; \alpha = \alpha_m \Phi + \alpha_a (1 - \Phi),$$

где индекс m соответствует мартенситному, индекс a – аустенитному состояниям.

В качестве примера рассмотрим некоторые результаты решения для пластины постоянной толщины, растянутой линейно распределенной по торцу нагрузкой (рис. 1, а).

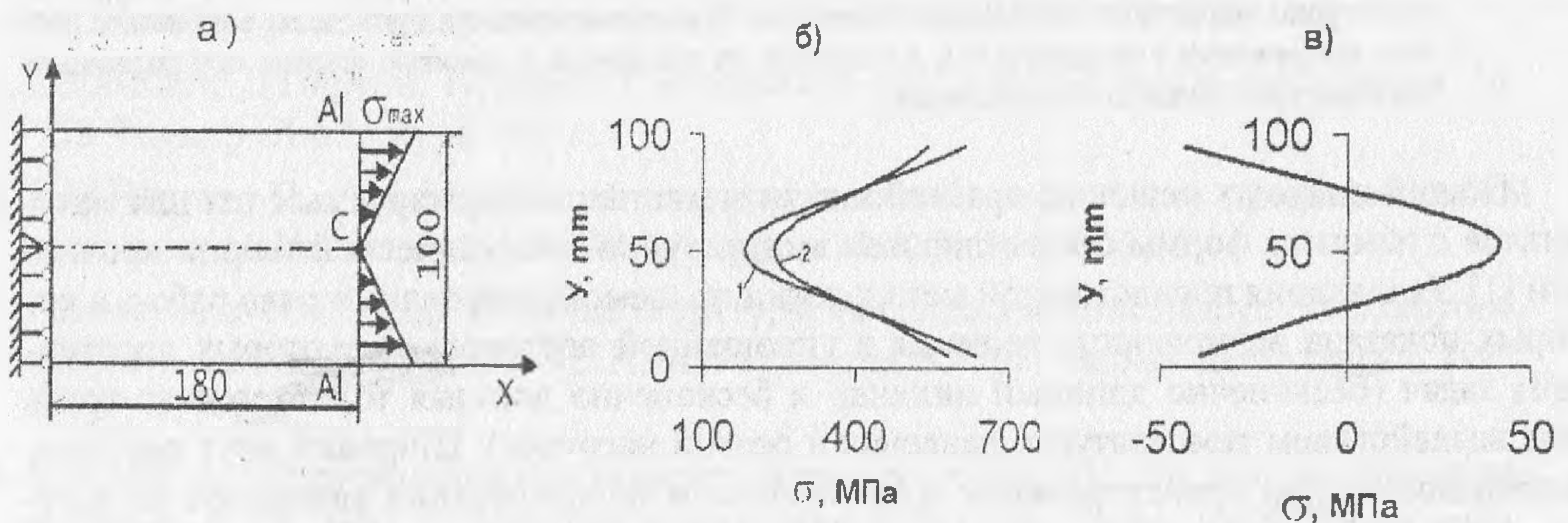


Рис. 1. Расчетная схема (а); распределение напряжений σ_x в сечении А-А при $\sigma_{\max} = 800$ МПа, $T = 270$ К (1 – без учета фазовой деформации, 2 – с учетом) (б); остаточные напряжения после снятия нагрузки в сечении А-А (в).

При расчетах приняты следующие параметры материала: $E_a = 7,42 \cdot 10^4$ МПа, $E_m = 6,8 \cdot 10^4$ МПа, $\mu_a = 0,33$, $\mu_m = 0,48$, $\alpha_a = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_m = 0,6 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Характеристические температуры фазовых превращений $A_H = 410 \text{ K}$, $A_K = 460 \text{ K}$, $M_H = 340 \text{ K}$, $M_K = 290 \text{ K}$, $T_0 = 400 \text{ K}$; ненулевые компоненты дисторсии $D_{31} = D_{13} = 0,15$; тепловой эффект реакции $q_0 = 200 \text{ МДж/м}^3$. Рассчитываемую область разбивали на 11 строк с 10 узлами в каждой строке. Произведен расчет для следующих режимов воздействия на исследуемый объект:

1. Нагружение и полная разгрузка в мартенситном состоянии ($T = 270 \text{ K}$) с последующим нагревом в интервале обратного превращения до $T = 470 \text{ K}$.
2. Нагружение в аустенитном состоянии при $T = 470 \text{ K}$ и последующее охлаждение под нагрузкой в интервале прямого превращения до $T = 270 \text{ K}$.

Результаты расчетов приведены на рис. 1, б, в и рис. 2. Вблизи правого торца пластины (сечение А-А на рис. 1, а) неравномерность распределения напряжения σ_x по сечению

при учете фазовой деформации оказалась значительно меньшей, чем в случае решения задачи в упругой постановке (соответственно кривые 2 и 1 на рис. 1, б). Таким образом, включение каналов фазовой деформации приводит к выравниванию напряжений. После снятия нагрузки в этом сечении имели место остаточные напряжения (рис. 1, в), которые исчезали при последующем нагреве. На рис. 2, а показано изменение горизонтального перемещения точки С (рис. 1, а) в процессе приложения и снятия нагрузки в

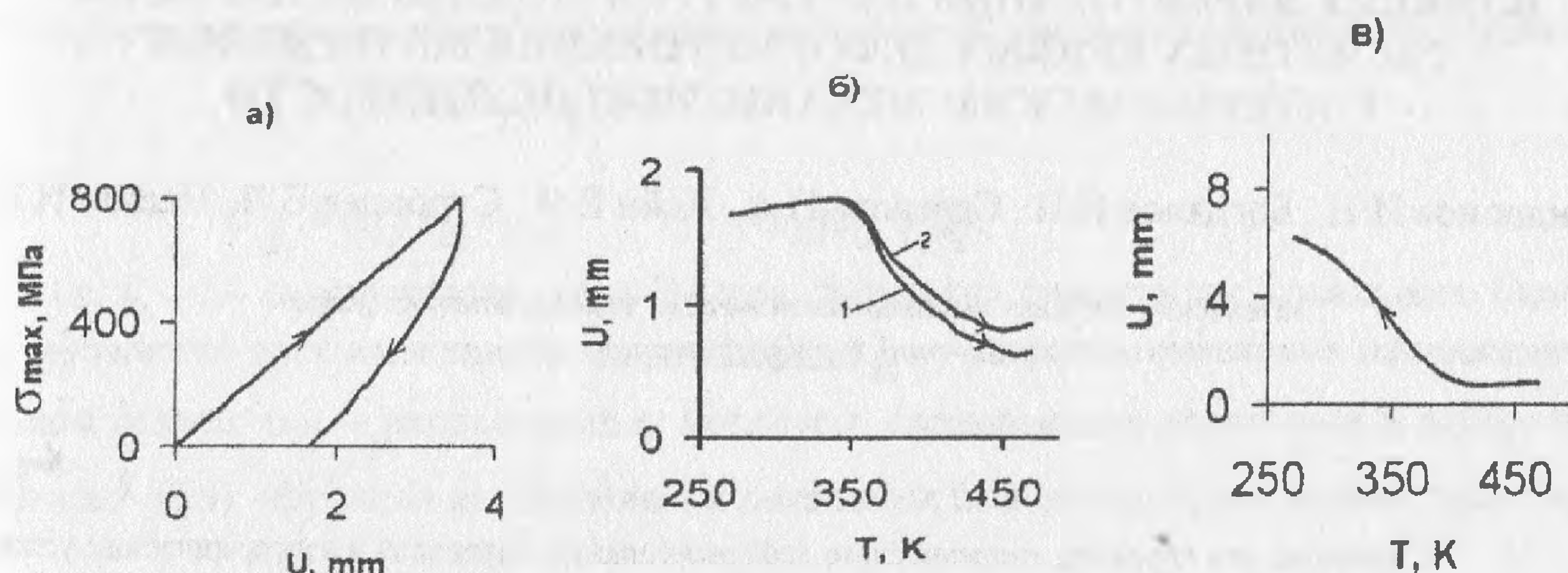


Рис. 2. Изменение горизонтального перемещения U точки С (рис. 1, а) при нагружении и разгрузке при $T = 270$ К (а) и последующем нагреве до $T = 470$ К без учета (1) и с учетом (2) изменения констант материала (б); зависимость перемещения U от температуры при охлаждении под нагрузкой $\sigma_{\max} = 800$ МПа от 470 К до 270 К (в).

этом сечении имели место остаточные напряжения (рис. 1, в), которые исчезали при последующем нагреве. На рис. 2, а показано изменение горизонтального перемещения точки С (рис. 1, а) в процессе приложения и снятия нагрузки в мартенситном состоянии, а на рис. 2, б – при последующем нагреве в интервале обратной мартенситной реакции. Учет зависимости констант E , μ и α от фазового состава (кривая 2) дает кинетику перемещения, несколько отличающуюся от той, которая имеет место при постоянстве этих констант (кривая 1). Впрочем, это отличие не слишком значительно, а в случае прямого превращения под нагрузкой (рис. 2, в) практически незаметно.

Список литературы

1. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Структурно-аналитическая теория прочности. СПб: Наука, 1993. 471 с.
2. Какулия Ю.Б., Лихачев В.А., Шарыгин А.М. Конечноэлементный анализ тел из материалов с эффектом памяти формы // Физика прочности и пластичности материалов: Тез. докл. XIV Междунар. конференции, Самара, 27-30 июня 1995г. – Самара, 1995. С.305-306.
3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975г.