

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ ПЕРЕСТРОЙКИ СТРУКТУРЫ КОСТНОЙ ТКАНИ

И.И. Демидова, А.А. Кондратьева

*Санкт-Петербургский государственный университет,  
198904 СПб, Ст.Петергоф, Библиотечная пл.2, НИИММ  
E-mail: lom@niimm.spb.su*

Согласно закону Мейра-Вульфа, костные структуры в живых организмах растут по линиям главных напряжений. Для построения полей изостат и линий скольжения в моделях челюстей предлагается использовать метод фотоупругости. Показывается возможность перестройки костной структуры при оперативных вмешательствах на примере задач об изгибе и одноосном растяжении полосы с отверстиями.

В конце прошлого века несколькими исследователями был сформулирован закон, получивший название Мейра-Вульфа, о влиянии поля напряжений на рост трабекул (жестких перегородок) спонгиозной кости. Этот закон и вообще трабекулярная теория, были приняты как истина на протяжении многих лет, хотя основывались в значительной степени на эмпирических наблюдениях. В. Ру в 1883 г. доказал, что давление является единственным биомеханическим стимулятором роста кости, а в 1897 г. Вульф сформулировал закон трансформации кости: "Каждое изменение в функции кости имеет следствием определенные изменения в архитектуре и внешней форме согласно математическим законам" [1].

Закон является основой для анализа напряженно-деформированного состояния в биологических конструкциях при их функционировании и оценки влияния различных оперативных вмешательств в них. Важным является построение поля изостат – линий главных напряжений. Г.В. Колосов в своей монографии по теории функций комплексного переменного в 1935 г. отмечал, что с линиями главных напряжений мы часто встречаемся в природе при выработывании каким-нибудь организмом или растением наиболее прочного материала. Например, губчатое вещество костей человека и высших позвоночных расположено по этим линиям. В монографии Г.В. Колосова [2] представлен рисунок поля изостат бедренной кости. Теоретически семейство изостат можно построить, если известна функция Эри или аналитическое решение задачи [2, 3]. Кроме того, если покрыть конструкцию лаком, то после деформирования можно увидеть трещины, располагающиеся по линиям изостат.

Методом фотоупругости такое семейство легко строится после фиксации семейства изоклин (рис.1, [3]). Изоклины – это геометрическое место точек, в которых ориентация главных осей диэлектрического тензора одинакова. В фотоупругости эти линии отождествляются с линиями главных напряжений или деформаций. Для анализа напряженного состояния поле изоклин впервые использовал Д. Максвелл (1850 г.), который по полю изоклин в треугольной пластинке из неотожженного стекла построил линии изостат, а затем по ним вычислил главные напряжения. В последующих работах

исследователей были построены не только изостаты, но и линии скольжения, необходимые при анализе задач пластичности.

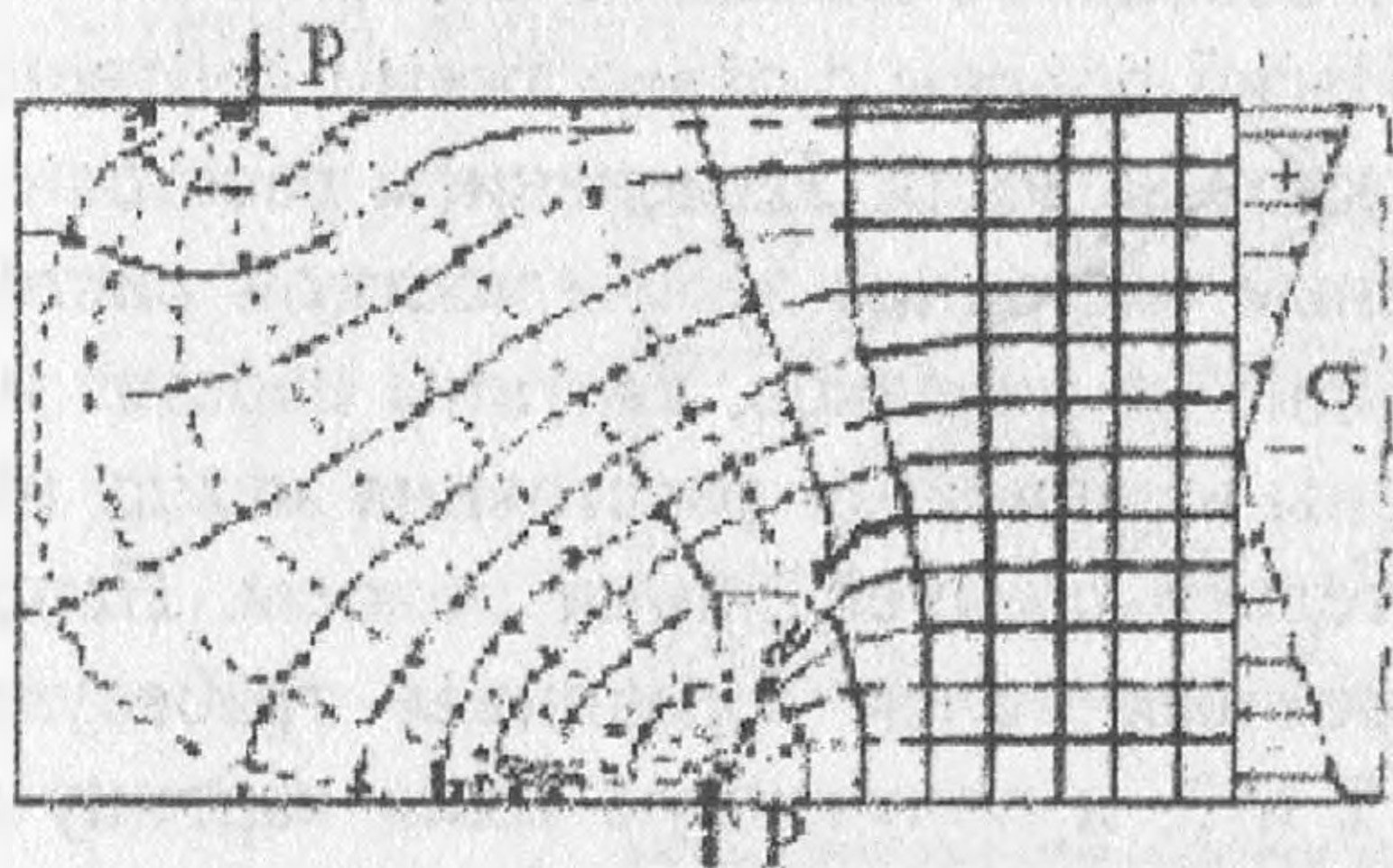


Рис 1. Изостаты в балке при чистом изгибе.

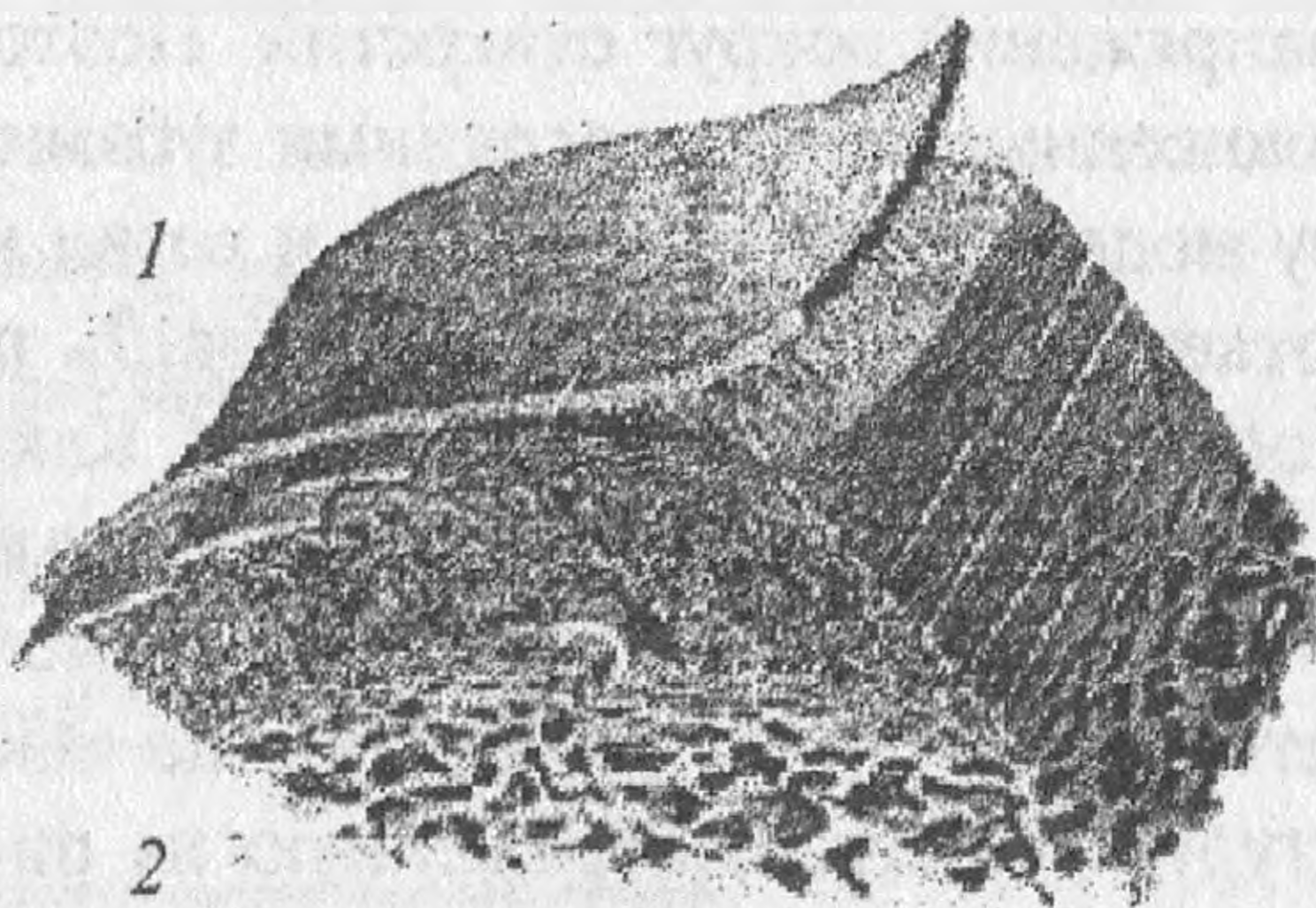


Рис. 2. Строение кости нижней челюсти: 1 – компактная кость, 2 – спонгиозная.

Метод фотоупругости нередко применяют для моделирования физиологических процессов в биологических конструкциях. Для проблем стоматологии М. Noonan предложил использовать этот метод в 1949 году при решении задачи о выборе оптимальной формы пломбы. Разнообразные исследования были проведены для систем зуб – кость челюсти, зуб – пломба, зуб – имплантат [4, 5]. Костные структуры челюсти тоже образуются по механическим законам. Например, уже в 1802 году П. Загорский первым в России, наряду с другими частями тела человека, описал строение челюстных костей и отметил, что «степень развития челюстей состоит в связи со степенью развития жевательных мускулов». Я. Катц подметил, что костный материал распределен в зависимости от сопротивления и возможной работы челюсти [6]. Известно, что из-за изменения характера пищи наблюдается задержка в прорезывании восьмерок или их отсутствие.

В настоящей работе предлагаются две задачи об изгибе и одноосном растяжении полосы с отверстиями для моделирования образования и перестройки структуры.

**Изгиб.** Форма нижней кости челюсти – кривой брус (рис.3.), для которого известно, что наружные слои модели растянуты, а внутренние сжаты. Поэтому ткань кости челюсти на внутренней и внешней поверхности более плотная. Именно такую структуру компактной наружной кости можно наблюдать на рис. 2 и 3. Область между ними представляет собой спонгиозную ткань, которая менее плотна за счет губчатой структуры. Ч. Турнер в своей статье [7] отмечает, что костные перегородки, образующие губчатую ткань, замыкаются в фигуры, близкие к эллипсам, оси которых сонаправлены линиям главных напряжений (рис.4).

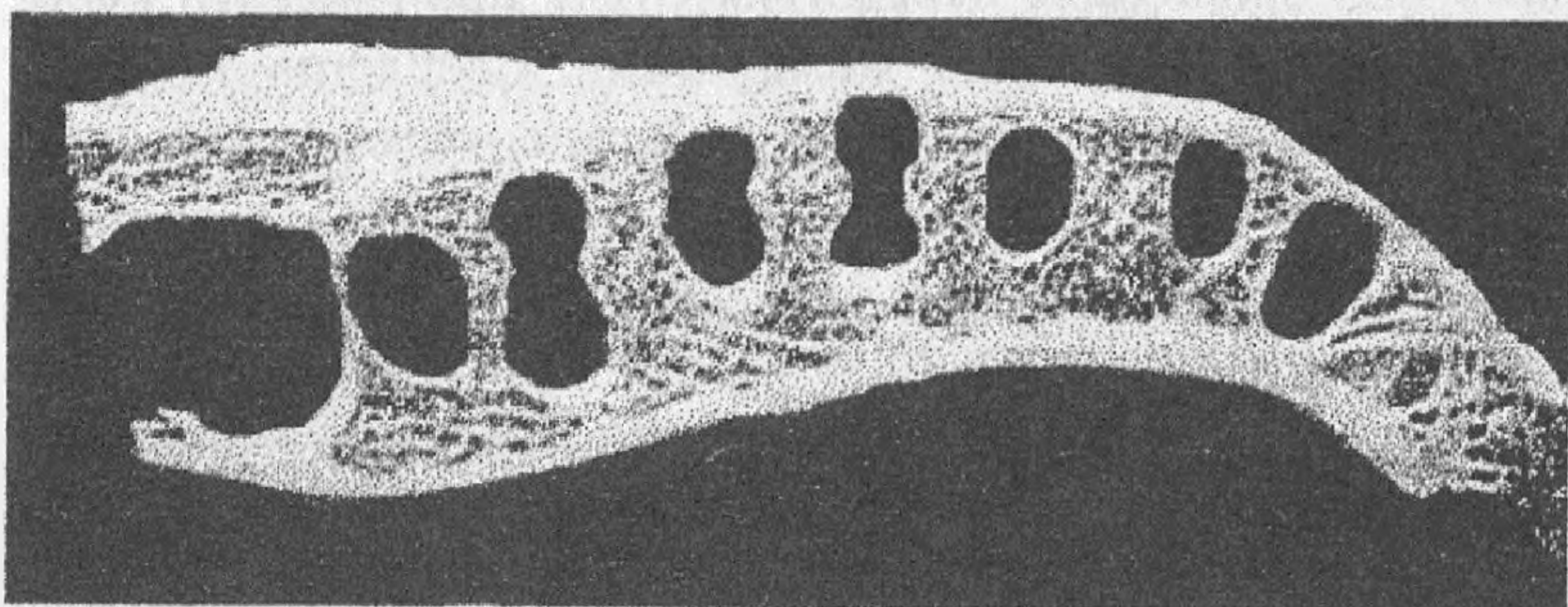


Рис. 3. Ветвь челюсти.

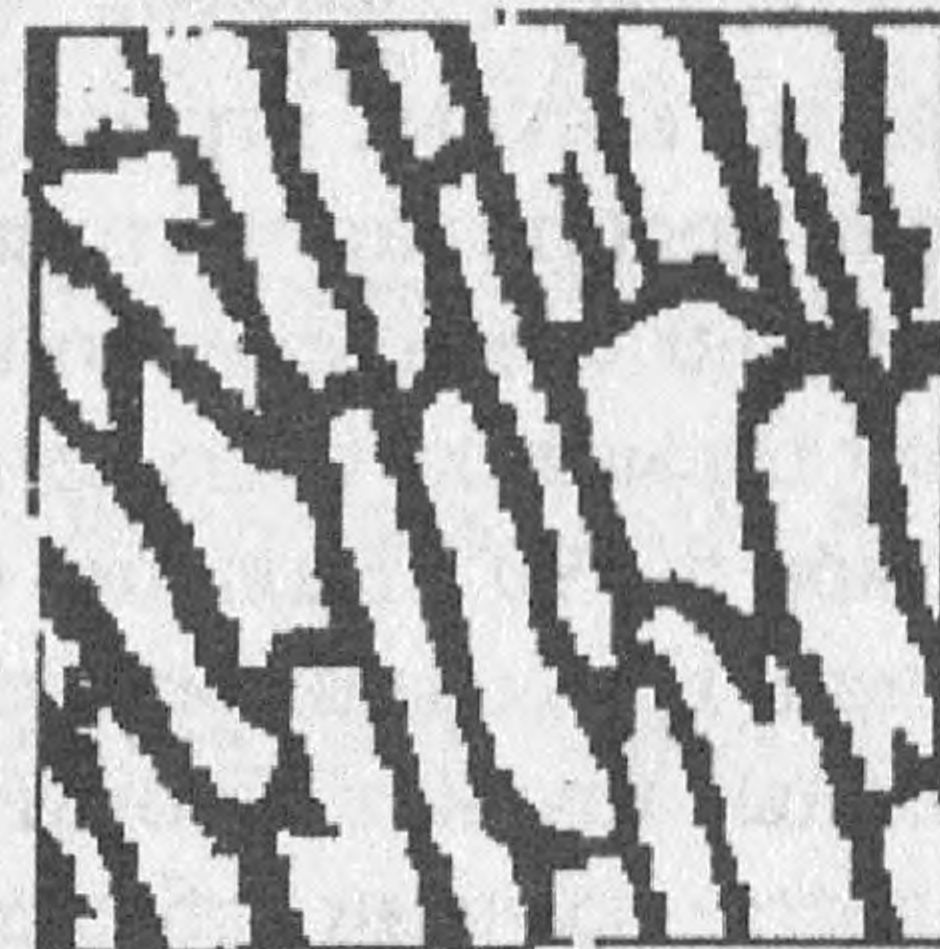


Рис.4. Строение спонгиозной ткани.

Такое же распределение напряжений в целом будет и для полосы с отверстиями. Но наличие отверстий, как известно, приводит к возникновению местной концентрации напряжений вокруг отверстий. Поэтому особенное внимание обратим на участки, расположенные между соседними зубами. Изгиб полосы с отверстиями соответствует изгибу модели верхней челюсти и ветви нижней челюсти. Изменением расстояния между отверстиями можно моделировать разные состояния зубочелюстной системы, в частности, диастему передних зубов. Как видно из рисунков, картины изостат на участках между соседними отверстиями различны и зависят от расстояния между ними, а также от расположения отверстий относительно средней линии полосы. Например, меняется характер и расположение изотропных точек. Сравнивая трабекулярную структуру челюсти, изображенную на рис. 2 и 3, и полученную нами картину линий скольжения (рис. 5, в), видим, что даже такая простая модель, как полоса с отверстиями, дает результат, близкий к реальности. Как костные перегородки, так и линии скольжения подходят к контуру под некоторым углом, создавая некоторое подобие решетки. В промежутках между зубами архитектура кости более сложная, это видно также и на нашей модели. Действительно, в областях между отверстиями линии скольжения имеют уже другой вид. Видимо, это происходит из-за наличия здесь изотропных точек, которые хорошо видны на картинах изоклин и изостат.

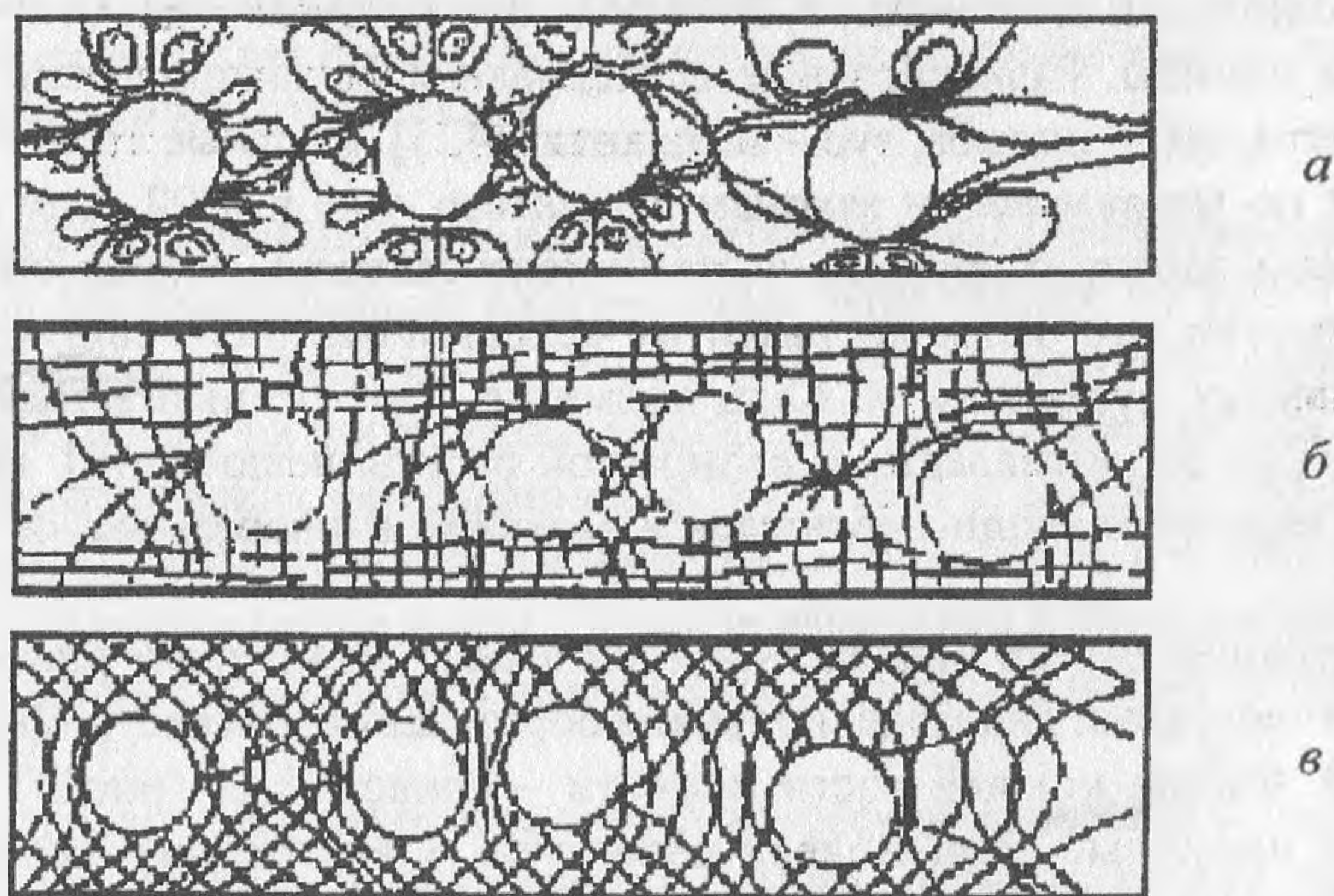


Рис. 5. Картины изоклин (а), изостат (б) и линий скольжения (в) при изгибе.

**Одноосное растяжение.** Если в однородно напряженной растянутой структуре просверлить отверстие, то даже при свободных отверстиях будет происходить перестройка костных структур, зависящая от расстояния между ними. Сверление костной ткани достаточно часто встречающееся в практике врачей действие, которое они проводят для соединения отломков шурупами.

Если бы модель была однородна, то изоклина на всем поле была бы одинаковой и равнялась бы  $90^\circ$ . Наличие отверстий приводит к дополнительной концентрации напряжений. На модели, изображенной на рис. 6, а между отверстиями в полосе видны изотропные точки, т.е. точки, где главные напряжения равны между собой. Именно в этих областях врачами наблюдается возникновение воспалительных процессов.

Заметим, что любое изменение в воздействии на костную структуру приводит к её перестройке. Поэтому во врачебной практике важно учитывать направления и величину сил, прикладываемых к отломкам челюсти, чтобы они в большей степени соответ-

ствовавали естественным направлениям трабекул, минимально травмируя костную ткань челюсти. Полученные результаты наглядно показывают возможные варианты перестройки тканей челюсти.

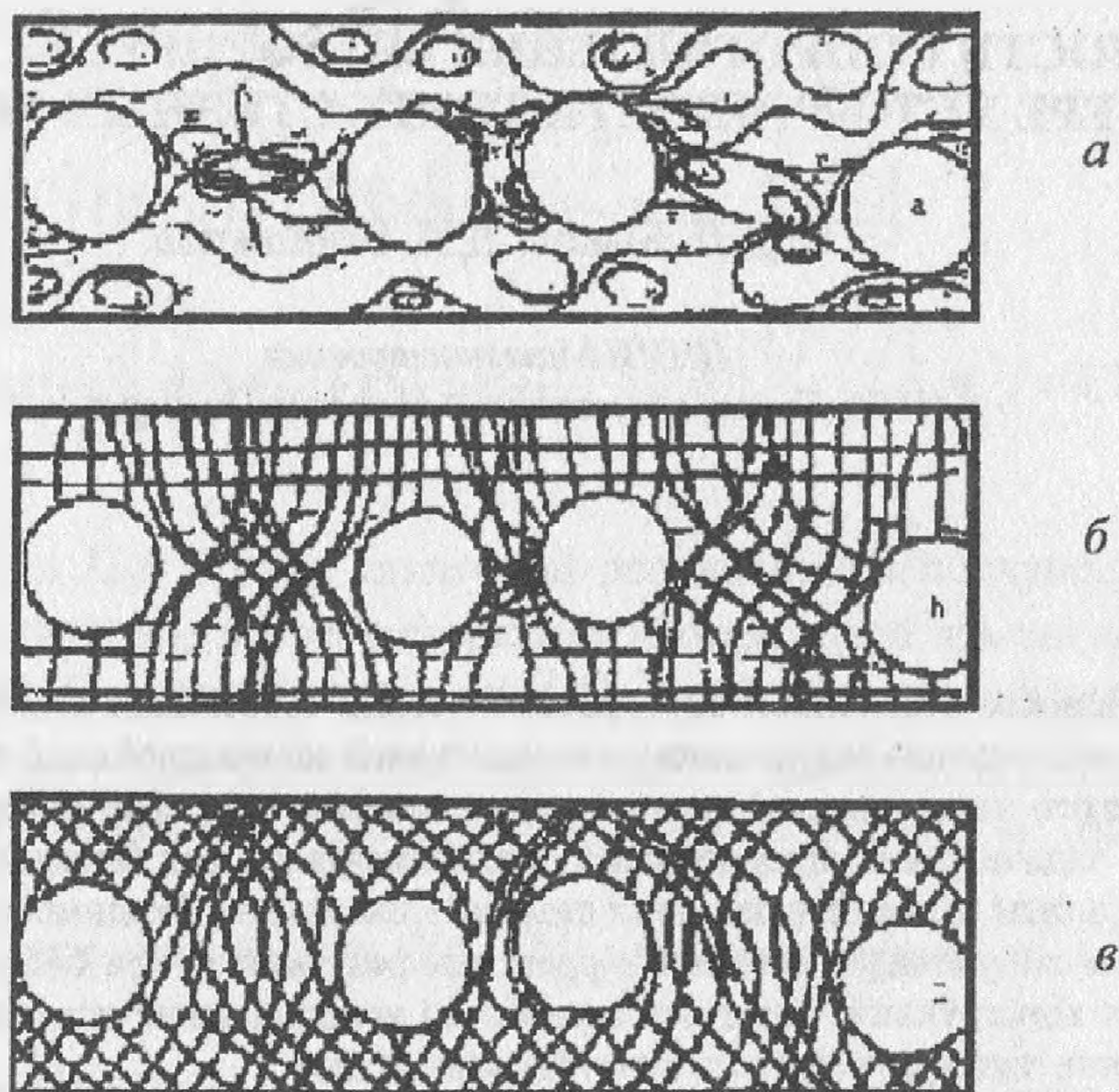


Рис. 6. Картины изоклин (а), изостат (б) и линий скольжения (в) при одноосном растяжении

Таким образом, методом фотоупругости можно моделировать разные варианты строения зубочелюстной системы, чтобы при стоматологических операциях учитывать особенности некоторых участков челюстей, например, промежутков между зубами. Это поможет уменьшить травматичность лечения. Такой же предварительный анализ распределения напряжений можно проводить и для других костных конструкций.

### Список литературы

1. Нападов М.А. Ортодонтический атлас. М. 1967.120 с.
2. Колосов Г.В. Применение комплексной переменной к теории упругости. М.-Л.: ОНТИ. 1935. 224 с.
3. Фрохт М.М.. Фотоупругость. М.-Л.: ОГИЗ. 1948. т. 1. 432 с.
4. Хесин Г.Л., Курляндский В.Ю. Изучение напряженного состояния в челюсти методом фотоупругости.// *Стоматология*. 1962. № 2.
5. Демидова И. И., Улитовский С.Б. Скрытые трещины в интактном зубе//*Вестник ЛГУ*. 1991. Вып. 2. С. 69 -75.
6. Катц А.Я. Архитектура нижней челюсти.// *Советская стоматология*. 1931. № 6. С.8-28.
7. Turner C. H. On Wolf's law of trabecular architecture.// *J.Biomech*.1992. Vol.25, N 1. P.1-9.