МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

ТЕПЛОМАССООБМЕН

Методические указания по выполнению практических работ
для студентов специальности
1-43 01 07 «Техническая эксплуатация энергооборудования организаций»

Витебск
2020

УДК 621.1.016.4(076.5)(075.8)

Составители:

А. М. Гусаров, А. С. Марущак

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом УО «ВГТУ», протокол № 1 от 10.09.2020.

Тепломассообмен: методические указания по выполнению практических работ / сост. А. М. Гусаров, А. С. Марущак. – Витебск: УО «ВГТУ», 2020. – 37 с.

Методические указания составлены в соответствии с программой дисциплины «Тепломассообмен» для энергетических специальностей вузов. Типовые задачи выбраны таким образом, чтобы сосредоточить внимание студентов на основных практических расчётах тепловых процессов, используемых в теплотехнологиях различных отраслей хозяйства Республики Беларусь.

УДК 621.1.016.4(076.5)(075.8)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Тепломассообмен» играет важную роль в формировании инженера-энергетика, работающего в системе ТЭК, на промышленных предприятиях и в других энергопотребляющих отраслях народного хозяйства.

Теплотехнологические процессы лежат в основе ряда производств, а также определяют режим работы многих устройств, производств и установок. Глубокое понимание процессов, протекающих в теплотехнологических установках, предполагает знание и усвоение студентами теоретических положений теплотехники, включающих основы теории тепломассообмена.

Изучение дисциплины «Тепломассообмен» является основой для углубленного освоения современного теплоэнергетического оборудования, технологических процессов различных отраслей народного хозяйства с целью максимальной экономии топлива и материальных ресурсов, интенсификации и оптимизации современных теплотехнологических процессов, выявления и использования вторичных энергоресурсов (ВЭР), диверсификации инновационных энергосберегающих технологий в энергетической, машиностроительной и других отраслях промышленного производства.

Цель изучения дисциплины – подготовка студентов к усвоению вопросов тепломассообмена в спецкурсах и к использованию полученных знаний и навыков в профессиональной деятельности. Изучению дисциплины должны предшествовать глубокая проработка современного состояния энергетики в Республике Беларусь, пути совершенствования теплоэнергетического оборудования и теплотехнологий промышленного производства.

Задачи изучения дисциплины:

– овладение закономерностями основных процессов переноса теплоты и массы, в частности процессов тепло- и массообмена, протекающих совместно;

– усвоение основных результатов теоретических и экспериментальных исследований;

– ознакомление с путями решения современных проблем тепломассообмена;

– приобретение умений и навыков в проведении тепловых расчетов и решении практических задач, связанных с тепломассообменом в элементах энергетических установок.

Для изучения дисциплины необходимо знание высшей математики, физики, гидродинамики и термодинамики.

1 ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

1.1 Краткие теоретические сведения

При установившемся, или стационарном, тепловом режиме температура тела не зависит от времени. Рассмотрим однородную и изотропную стенку толщиной δ с постоянным коэффициентом теплопроводности λ (рис. 1.1):

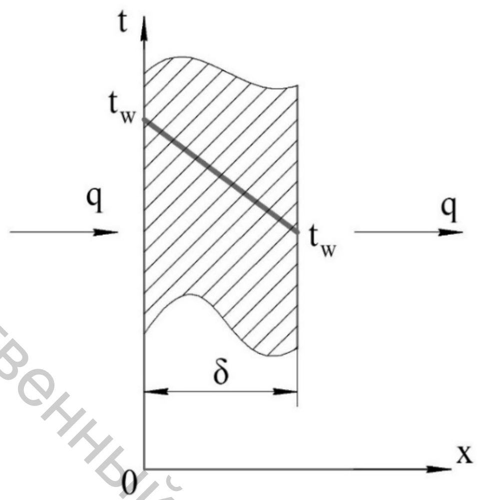

Рисунок 1.1 – Однородная плоская стенка

На наружных поверхностях стенки температуры поддерживаются постоянными и равными: при $x = 0 \rightarrow t = t_{W1}$; при $x = \delta \rightarrow t = t_{W2}$.

Удельный тепловой поток, или плотность теплового потока, т. е. количество тепла, проходящего через единицу поверхности стенки в единицу времени, будет равно:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} \cdot (t_{w1} - t_{w2}), \text{Вт/м}^2. \quad (1.1)$$

Для многослойной плоской стенки, состоящей из n однородных слоев, принимая во внимание, что контакт между слоями совершенный и температура на соприкасающихся поверхностях двух слоев одинакова, удельный тепловой поток будет равен:

$$q = \frac{t_{w1} - t_{w(n-1)}}{\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i}}, \text{Вт/м}^2, \quad (1.2)$$

где i – номер слоя.

Удельный тепловой поток через поверхность контакта можно выразить формулой:

$$q = \frac{1}{R_k}(t'_w - t''_w), \text{Вт/м}^2, \tag{1.3}$$

где R_k – термическое сопротивление контакта; t'_w, t''_w – температуры контактирующих поверхностей.

Удельный тепловой поток через отдельные слои и поверхности контактов равен:

$$q = \frac{t_{w1} - t_{w(n+1)}}{\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum R_{ki}}, \text{Вт/м}^2. \tag{1.4}$$

Передача тепла от одной подвижной среды (жидкости или газа) к другой через разделяющую их однородную или многослойную твердую стенку любой формы называется теплопередачей. Теплопередача включает в себя теплоотдачу от более горячей жидкости к стенке, теплопроводность в стенке, теплоотдачу от стенки к более холодной подвижной среде.

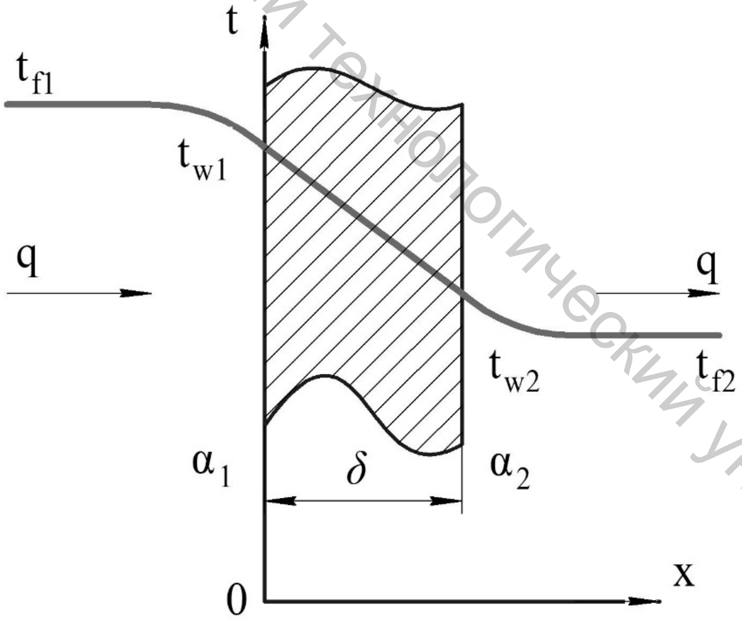

Рисунок 1.2 – Теплопередача через однородную плоскую стенку

Пусть плоская однородная стенка имеет толщину δ (рис. 1.2). Заданы коэффициент теплопроводности стенки λ, температуры окружающей среды t_{f1}, t_{f2}, а также коэффициенты теплоотдачи α_1, α_2; будем считать, что величины α_1, α_2, t_{f1}, t_{f2} постоянны и не меняются вдоль поверхности. Это позволяет рассматривать изменения температур жидкостей и стенки только в направлении, перпендикулярном плоскости стенки. Коэффициенты теплоотдачи определяют интенсивность теплоотдачи от горячей жидкости к стенке и от второй поверхности стенки к холодной жидкости в соответствии с выражениями:

$$q = \alpha_1 \cdot (t_{f1} - t_{w1}), \text{Вт/м}^2, \quad (1.5)$$

$$q = \alpha_2 \cdot (t_{f2} - t_{w2}), \text{Вт/м}^2. \quad (1.6)$$

Удельный тепловой поток q от одной жидкости к другой через разделяющую их стенку будет равен:

$$q = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{Вт/м}^2. \quad (1.7)$$

Определим величину k – называется коэффициентом теплопередачи и имеет ту же размерность, что и α_1, α_2, т. е. Вт/м^2 ·град:

$$q = k \cdot (t_{f1} - t_{f2}), \text{Вт/м}^2. \quad (1.8)$$

1.2 Примеры решения задач

Пример 1.

Плоская стенка выполнена из материала с коэффициентом теплопроводности λ = 20 Вт/(м × К). Толщина стенки δ = 10 мм. На одной стороне стенки температура t_{c1} = 100 °С, на другой 90 °С. Найти плотность теплового потока через стенку и температуру в середине стенки.

Решение.

Плотность теплового потока:

$$q = \frac{\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\delta} = \frac{20(100 - 90)}{10 \cdot 10^{-3}} = 20000 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Так как при λ = const температура в стенке изменяется по линейному закону, то в середине стенки:

$$t_{\text{ср}} = \frac{1}{2}(t_{c1} + t_{c2}) = \frac{1}{2}(100 + 90) = 95\ ^\circ\text{C}.$$

Ответ: $q = 20000\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}, t_{\text{ср}} = 95\ ℃.$

Пример 2. Обмуровка печи состоит из слоев шамотного и красного кирпича, между которыми расположена засыпка из диатомита. Толщина шамотного слоя $\delta_1 = 120$ мм, диатомитовой засыпки $\delta_2 = 50$ мм и красного кирпича $\delta_3 = 250$ мм. Коэффициенты теплопроводности материалов соответственно равны: $\lambda_1 = 0{,}93$ Вт/(м × °С); $\lambda_2 = 0{,}13$ Вт/(м × °С) и $\lambda_3 = 0{,}7$ Вт/(м ×°С). Какой толщины следует сделать слой из красного кирпича δ_3, если отказаться от применения засыпки из диатомита, чтобы тепловой поток через обмуровку оставался неизменным?

Решение.

Коэффициент теплопередачи в обоих случаях равен:

$$k = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{1}{\frac{0{,}12}{0{,}93} + \frac{0{,}05}{0{,}13} + \frac{0{,}25}{0{,}7}} = 1{,}148\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ℃}.$$

Тогда найдем толщину красного кирпича в двухслойной стенке:

$$x = \lambda_3 \left(\frac{1}{k} - \frac{\delta_1}{\lambda_1}\right) = 0{,}7 \cdot \left(\frac{1}{1{,}148} - \frac{0{,}12}{0{,}7}\right) = 0{,}490 \text{ м}.$$

Округляем до кратного размера кирпича: x = 500 мм.

Ответ: x = 500 мм.

Пример 3.

Плоская стенка выполнена из шамотного кирпича толщиной $\delta = 250$ мм. Температура ее поверхностей: $t_{c1} = 1350$ °С и $t_{c2} = 50$ °С. Коэффициент теплопроводности шамотного кирпича является функцией от температуры $\lambda = 0{,}838 \times (1 + 0{,}0007\ t)$. Вычислить и изобразить в масштабе распределение температуры в стенке.

Решение.

В случае линейной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры плотность теплового потока, Вт/м^2,

$$\text{q} = \frac{\lambda_{\text{ср}}}{\delta}(t_{c1} - t_{c2})$$

где $\lambda_{\text{ср}}$ – средний коэффициент теплопроводности, Вт/(м × °С).

$$\lambda_{\text{ср}} = \lambda_0 \left(1 + b\,\frac{t_{c1} + t_{c2}}{2}\right).$$

В рассматриваемом случае:

$$\lambda_{ср} = 0{,}838\left(1 + 0{,}0007\frac{1350 + 50}{2}\right) = 1{,}25\frac{Вт}{м^2},$$
$$q = \frac{1{,}25}{0{,}25}(1350 - 50) = 6500\frac{Вт}{м^2}.$$

Температура на любом расстоянии x от поверхности стенки определяется по формуле:

$$t_x = \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_{c1}\right)^2 - \frac{2qx}{\lambda_0 b}} - \frac{1}{b}.$$

Подставив известное значение λ_0 и найденное значение q, получим:

$$t_x = \sqrt{\left(\frac{1}{0{,}0007} + 1350\right)^2 - \frac{2 \cdot 6500x}{0{,}838 \cdot 0{,}0007}} - \frac{1}{0{,}0007}.$$

Откуда путем математических преобразований получим:

$$t_x = (\sqrt{7{,}74 - 22{,}3x} - 1{,}43) \cdot 10^3.$$

Подставим в полученное уравнение значения x, выраженные в метрах, найдем соответствующие значения температуры стенки. Результаты сведем в таблицу и построим график.

x, мм	0	50	100	125	150	200	225	250
t, °C	1350	1145	920	800	670	390	230	50

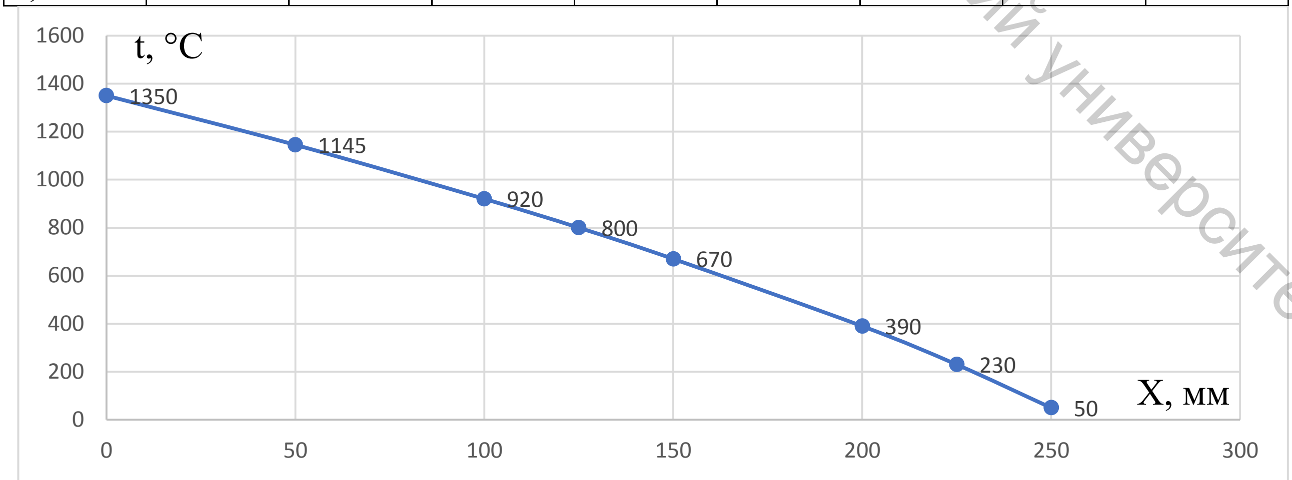

Рисунок 1.3 – График распределения температуры по толщине стенки

Пример 4.

Стальной трубопровод [$\lambda_с = 45{,}4$ Вт/(м × К)] размерами 60 × 5 мм холодильной установки имеет двухслойную тепловую изоляцию: слой мипоры 20 мм [$\lambda_м = 0{,}041$ Вт/(м × К)] и слой шлаковой ваты 30 мм [$\lambda_{ш.в} = 0{,}07$ Вт/(м × К)]. Определить долю каждого из изоляционных слоев и стенки трубы в общем изолирующем действии конструкции.

Решение.

Эффективность изоляции измеряется ее удельным термическим сопротивлением. Общее удельное термическое сопротивление стенки трубы и двух изоляционных слоев равно сумме частных сопротивлений.

В данном случае:

$$R_1 = \frac{1}{2 \cdot 45{,}4} \cdot \ln\frac{60}{50} = 0{,}002\,\frac{\text{м} \cdot \text{К}}{\text{Вт}};$$
$$R_2 = \frac{1}{2 \cdot 0{,}041} \cdot \ln\frac{100}{60} = 6{,}225\,\frac{\text{м} \cdot \text{К}}{\text{Вт}};$$
$$R_3 = \frac{1}{2 \cdot 0{,}07} \cdot \ln\frac{160}{100} = 3{,}353\,\frac{\text{м} \cdot \text{К}}{\text{Вт}};$$

и, следовательно:

$$R = \sum R_i = 9{,}58\,\frac{\text{м} \cdot \text{К}}{\text{Вт}}.$$

Таким образом, доля частных сопротивлений к общему:

$$R_1 = \frac{0{,}002 \cdot 100}{9{,}58} = 0{,}02\,\%,$$
$$R_2 = \frac{6{,}225 \cdot 100}{9{,}58} = 64{,}98\,\%,$$
$$R_1 = \frac{3{,}353 \cdot 100}{9{,}58} = 35\,\%.$$

Необходимо обратить внимание на следующее: доля стенки металлической трубы в общем изоляционном действии конструкции ничтожна; тонкий слой качественной изоляции, положенной непосредственно на трубу, может дать больший изолирующий эффект, чем сравнительно толстый слой изоляции несколько худшего качества, положенный снаружи, на первый слой.

Пример 5.

Змеевики пароперегревателя выполнены из труб жаропрочной стали диаметром $d_1/d_2=32/42$ мм с коэффициентом теплопроводности $\lambda = 14$ Вт/м·град. Температура внешней поверхности трубы $t_{W2} = 580$ °C, внутренней – $t_{W1} = 450$ °C. Вычислить удельный тепловой поток через стенку на единицу длины трубы.

Решение.

Поток тепла, проходящий через единицу трубы, представляющей собой цилиндрическую стенку, равен:

$$q = \frac{\pi(t_{w2} - t_{w1})}{\frac{1}{2\lambda} \cdot \ln\frac{d_2}{d_1}} = \frac{\pi(580 - 450)}{\frac{1}{2 \cdot 14} \cdot \ln\frac{42}{32}} = 42{,}05 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}.$$

Ответ: $q = 42{,}05 \cdot 10^3$ Вт/м.

Пример 6.

По неизолированному трубопроводу диаметром 170/185 мм, проложенному на открытом воздухе, протекает вода со средней температурой t_{f1}= 95 °С, температура окружающего воздуха t_{f2}= -18 °С. Определить потерю теплоты с 1 м длины трубопровода и температуры на внутренней и внешней поверхностях этого трубопровода, если коэффициент теплопроводности материала трубы λ = 58,15 Вт/м·град, коэффициент теплоотдачи от воды к стенке трубы α_1 = 1395 Вт/м·град и от трубы к окружающему воздуху α_2 = 13,95 Вт/м·град.

Решение.

Потеря тепла с 1 м длины трубопровода будет равна:

$$q = \frac{\pi(t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} = \frac{\pi(95 - (-18))}{\frac{1}{1395 \cdot 0{,}170} + \frac{1}{2 \cdot 58{,}15}\ln\frac{185}{170} + \frac{1}{13{,}95 \cdot 0{,}185}} = $$
$$= 904{,}7 \text{ Вт/м}.$$

Температуры на внутренней и внешней поверхностях практически равны (формулы для определения температур аналогичны выражениям (1.5), (1.6) для плоской стенки):

$$t_{w1} = t_{f1} - \frac{q}{\pi\alpha_1 d_1} = 95 - \frac{904{,}7}{\pi \cdot 1395 \cdot 0{,}17} = 93{,}8\ ℃;$$
$$t_{w2} = t_{f2} - \frac{q}{\pi\alpha_2 d_2} = 95 - \frac{904{,}7}{\pi \cdot 13{,}95 \cdot 0{,}185} = 93{,}6\ ℃;$$

Ответ: $q = 904{,}7$ Вт/м, $t_{w1} = 93{,}8$ ℃, $t_{w2} = 93{,}6$ ℃.

1.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Определить толщину тепловой изоляции δ, выполненной из:

1) альфоля и 2) шлаковой ваты. Удельные потери теплоты через изоляционный слой $q = 523$ Вт/м^2, температуры его поверхностей $t_{w1} = 700$ °С и $t_{w2} = 40$ °С. Коэффициент теплопроводности альфоля при толщине воздушных слоев 10 мм $\lambda_а = 0{,}0302 + 0{,}000085t$ и коэффициент теплопроводности шлаковой ваты $\lambda_ш = 0{,}058 + 0{,}000145t$.

2. Плоская стенка выполнена из пеношамота толщиной $\delta = 350$ мм. Температура ее поверхностей: $t_{c1} = 1600$ °С и $t_{c2} = 30$ °С. Коэффициент теплопроводности шамотного кирпича является функцией от температуры $\lambda = 0{,}32 + 0{,}0002\,t$). Вычислить и изобразить в масштабе распределение температуры в стенке.

3. Обмуровка печи состоит из слоев железобетона и керамзитобетона, между которыми расположена засыпка из керамзита. Толщина железобетона $\delta_1 = 150$ мм, керамзитовой засыпки $\delta_2 = 50$ мм и керамзитобетона $\delta_3 = 300$ мм. Коэффициенты теплопроводности материалов соответственно равны: $\lambda_1 = 2$ Вт/(м × °С); $\lambda_2 = 0{,}16$ Вт/(м × °С) и $\lambda_3 = 0{,}35$ Вт/(м × °С).

Какой толщины следует сделать слой из керамзитобетона δ_3, если отказаться от применения засыпки из керамзита, чтобы тепловой поток через обмуровку оставался неизменным?

4. Бронзовый трубопровод [$\lambda_{бр} = 64{,}2$ Вт/(м × К)] размерами 30 × 2 мм холодильной установки имеет двухслойную тепловую изоляцию: слой пенополистирола 10 мм [$\lambda_{пп} = 0{,}029$ Вт/(м × К)] и слой минеральной ваты 15 мм [$\lambda_{м.в} = 0{,}045$ Вт/(м × К)]. Определить долю каждого из изоляционных слоев и стенки трубы в общем изолирующем действии конструкции.

5*. Температуры на поверхности шамотной стенки, толщина которой $\delta = 200$ мм, равны: $t_{c1} = 1000$ °С и $t_{c2} = 200$ °С. Коэффициент теплопроводности шамота изменяется в зависимости от температуры по уравнению: $\lambda = 0{,}813 + 0{,}000582t$. Показать, что плотность теплового потока q, Вт/м^2, в случае линейной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры, может быть вычислена по формуле для постоянного коэффициента теплопроводности, взятого при средней температуре стенки. Найти ошибку в определении температуры в точках $x = 57{,}5$; 110 и 157,5 мм, если вычисления производятся по значению коэффициента теплопроводности, среднему для заданного интервала температур, и построить график распределения температуры в стенке.

6*. Обмуровка печи выполнена из слоя шамотного кирпича с коэффициентом теплопроводности $\lambda = 0{,}84 \times (1 + 0{,}695 \times 10^{-3}\,t)$, Вт/(м × °С); толщина обмуровки $\delta = 250$ мм. Определить потери теплоты с одного квадратного метра поверхности q, Вт/м^2, и температуры на внешних поверхностях стены, если температура газов в печи $t_{ж1} = 1200$ °С и воздуха в помещении $t_{ж2} = 30$ °С, коэффициент теплоотдачи от газов к стенке $\alpha_1 = 30$ Вт/(м^2 × °С) и от обмуровки к окружающему воздуху $\alpha_2 = 10$ Вт/(м^2 × °С).

2 ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

2.1 Краткие теоретические сведения

Среди практических задач нестационарной теплопроводности важное значение имеют две группы процессов:

а) тело стремится к тепловому равновесию;

б) температура тела претерпевает периодические изменения.

К первой группе относятся процессы нагрева или охлаждения тел, помещенных в среду с заданным тепловым состоянием.

Ко второй группе относятся процессы в периодически действующих подогревателях.

В условиях передачи тепла через стенку при внезапном изменении температуры одного из теплоносителей не все тепло будет передаваться через стенку: часть его уйдет на изменение внутренней энергии самой стенки (ее температуры), и только при наступлении стационарного процесса все тепло будет передаваться через стенку от одной жидкости к другой.

При внесении тела в среду с постоянной температурой по мере нагрева (охлаждения тела) температура в каждой точке тела будет асимптотически приближаться по времени к температуре окружающей среды.

Эти примеры указывают на то, что нестационарные тепловые процессы всегда связаны с изменением внутренней энергии или энтальпии вещества. Так как скорость изменения энтальпии прямо пропорциональна способности материала проводить тепло (т. е. коэффициенту теплопроводности λ) и обратно пропорциональна его аккумулирующей способности (т. е. объемной теплоемкости c_ρ), то в целом скорость теплового процесса при нестационарном режиме теплопроводности определяется значением коэффициента температуропроводности a, который здесь имеет такое же важное значение, как и коэффициент теплопроводности при стационарном режиме распространения тепла.

Дифференциальные уравнения теплопроводности в задачах имеют вид:

1. Для полуограниченного тела и неограниченной плоской пластины:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}. \tag{2.1}$$

2. Для неограниченного цилиндра:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right). \tag{2.2}$$

3. Для шара:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right). \quad (2.3)$$

В выражениях (2.1–2.3) t – температура тела; x, r – координаты распространения тепла; τ – время процесса.

Условия однозначности, тепловые схемы и решения задач в критериальном виде приведены также в этой таблице. Относительно решения задач нестационарной теплопроводности следует отметить, что после выбора тепловой схемы задачи и назначения начальных и граничных условий требуемая задача может быть решена аналитически или графически по предложенным выражениям.

В полученных решениях критерий Фурье $F_0 = \frac{a\tau}{\eta^2}$ представляет собой относительное безразмерное время процесса. В нем сопоставлено текущее время τ и группа величин $\frac{h^2}{a}$, имеющая размерность времени и характеризующая скорость перестройки температурного поля в теле. Отношение $\eta = \frac{x}{h}$ является безразмерной координатой.

В задачах с граничными условиями третьего рода, кроме F_o и η, добавляется еще одна независимая переменная – критерий Био $Bi = \frac{ah}{\lambda}$. Здесь a – коэффициент теплообмена внешней среды и тела, λ – коэффициент теплопроводности тела, h – определяющий размер тела: для пластины – толщина, для полуограниченного тела – глубина и т. д. Отношение внутреннего и внешнего тепловых сопротивлений, соответственно $\frac{h}{\lambda}$ и $\frac{1}{\alpha}$, называется критерием Bi:

$$Bi = \frac{h/\lambda}{1/a} = \frac{ah}{\lambda}. \quad (2.4)$$

2.2 Примеры решения задач

Пример 1.

Пластина толщиной $2\delta_0 = 20$ мм, нагретая до $t_0 = 150$ °C, помещена в воздушную среду для охлаждения. Температура воздуха $t_ж = 20$ °C. Коэффициенты теплопроводности и температуропроводности равны соответственно λ = 0,175 Вт/(м × К) и а = 0,833 × 10^{-7} м^2/с. Коэффициент теплоотдачи от поверхности пластины к воздуху α = 70 Вт/(м^2 × К). Определить температуры в трех точках: x = 0; x = $0{,}5\delta_0$; x = δ_0 в момент времени τ = 20 мин.

Решение.
Число Био:

$$Bi = \frac{\alpha \delta_0}{\lambda} = \frac{70 \cdot 0{,}01}{0{,}175} = 4.$$

Число Фурье:

$$F_0 = \frac{a \cdot \tau \cdot 60}{\delta_0^2} = \frac{0{,}833 \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 60}{0{,}01^2} = 1.$$

По справочной таблице находим:

$$\mu_1 = f(Bi) = 1{,}2646,$$
$$D_1 = f(Bi) = 1{,}229.$$

Искомые безразмерные температуры:

$$\Theta = D_1 \cos(\mu_1 X)\, e^{-\mu_1^2 F_0} = 0{,}2483 \cos(1{,}2646 X),$$

$$\Theta_{X=0} = 0{,}2483 \cdot \cos(1{,}2646 \cdot 0) = 0{,}2483,$$
$$\Theta_{X=0,5} = 0{,}2483 \cdot \cos(1{,}2646 \cdot 0{,}5) = 0{,}2003,$$
$$\Theta_{X=1} = 0{,}2483 \cdot \cos(1{,}2646 \cdot 1) = 0{,}0748.$$

Тогда определяем температуры:

$$t_{X=0} = t_ж + (t_0 - t_ж) \cdot \Theta_{X=0} = 20 + (150 - 20) \cdot 0{,}2483 = 52{,}28℃,$$
$$t_{X=0,5} = t_ж + (t_0 - t_ж) \cdot \Theta_{X=0,5} = 20 + (150 - 20) \cdot 0{,}2003 = 46{,}04℃,$$
$$t_{X=1} = t_ж + (t_0 - t_ж) \cdot \Theta_{X=1} = 20 + (150 - 20) \cdot 0{,}0748 = 29{,}72℃.$$

Ответ: $t_{X=0} = 52{,}28℃$; $t_{X=0,5} = 46{,}04℃$; $t_{X=1} = 29{,}72℃$.

Пример 2.
В печь с температурой газов $t_ж$ = 800 °C помещен длинный стальной вал диаметром 120 мм. Физические свойства стали таковы: λ = 42 Вт/(м × К); a = 1,22 × 10^{-5} $м^2$/с. Начальная температура вала t_0 = 30 °C. В процессе нагревания вала α = 140 Вт/($м^2$ × К). Определите время, по истечении которого температура на оси вала станет равной 780 °C.

Решение.
Число Био:

$$Bi = \frac{\alpha r_0}{\lambda} = \frac{140 \cdot 0,06}{42} = 0,2.$$

По справочной таблице находим:

$$\mu_1 = f(Bi) = 0,6170.$$

Функция Бесселя первого рода нулевого и первого порядков:

$$J_0(\mu_1) = J_0(0,6170) = 0,9071,$$
$$J_1(\mu_1) = J_0(0,6170) = 0,2941.$$

Вычисляем:

$$D_1 = \frac{2J_1(\mu_1)}{\mu_1(J_0^2(\mu_1) + J_1^2(\mu_1))} = \frac{2 \cdot 0,2941}{0,6170 \cdot (0,9071^2 + 0,2941^2)} = 1,048.$$

В заданный момент времени безразмерная температура на оси вала:

$$\Theta_{R=0} = \frac{t_{\text{оси}} - t_{\text{ж}}}{t_0 - t_{\text{ж}}} = \frac{780 - 800}{30 - 800} = 0,026,$$
$$\Theta_{R=0} = D_1 \exp(-\mu_1^2 F_0).$$

Отсюда найдем число Фурье:

$$F_0 = \frac{ln\frac{\Theta_{R=0}}{D_1}}{-\mu_1^2} = \frac{ln\frac{0,026}{1,048}}{-0,6170^2} = 0,97045.$$

Искомое время нагревания вала:

$$\tau = \frac{F_0 r_0^2}{3600a} = \frac{9,7045 \cdot 0,06^2}{3600 \cdot 1,22 \cdot 10^{-5}} = 0,795 \text{ ч}.$$

Ответ: $\tau = 0,795$ ч.

2.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Начальная температура листа стали (его толщина 10 мм) $t_0 = 100$ °С. Физические свойства стали: $\lambda = 45$ Вт/(м × К); $\rho = 7900$ кг/м^3; $c_p = 0,46$ кДж/(кг × К). Найдите температуру листа через 1 мин после начала охлаждения в воздухе и в воде. Для воздуха $\alpha = 5$ Вт/(м^2 × К), для воды $\alpha = 500$ Вт/(м^2 × К). И в том, и в другом случае $t_{\text{ж}} = 20$ °С.

2. Длинный стальной вал диаметром $d = 2r_0 = 120$ мм, который имел температуру $t_0 = 20$ °С, был помещен в печь с температурой $t_ж = 820$ °С. Определить время τ, необходимое для нагрева вала, если нагрев считать законченным, когда температура на оси вала $t_{r=0} = 800$ °С. Определить также температуру на поверхности вала $t_{r=r0}$ в конце нагрева. Коэффициенты теплопроводности и температуропроводности стали равны соответственно $\lambda = 21$ Вт/(м × °С); $a = 6{,}11 \times 10^{-6}$ м^2/с. Коэффициент теплоотдачи к поверхности вала $\alpha = 140$ Вт/(м^2 × °С).

3. Стальная плита неограниченной протяженности толщиной 200 мм, равномерно прогретая до температуры $t_0 = 250$ °С, помещена в воздушную среду с температурой $t_ж = 15$ °С; коэффициент теплоотдачи на поверхностях плиты α равен 30 Вт/(м^2 × К), теплопроводность материала плиты $\lambda = 45$ Вт/(м × К), коэффициент температуропроводности $a = 1{,}25 \times 10^{-5}$ м^2/с. Определить температуры в середине и на поверхности плиты через 1 ч после начала охлаждения. Для условия данной задачи определить температуру на расстоянии 50 мм от середины плиты.

4*. Стальной слиток, имеющий форму параллелепипеда с размерами 200 × 400 × 500 мм, имел начальную температуру $t_0 = 20$ °С, а затем был помещен в печь с температурой $t_ж = 1400$ °С. Определить температуру $t_ц$ в центре слитка через $\tau = 1{,}5$ ч после загрузки его в печь. Коэффициенты теплопроводности и температуропроводности стали соответственно равны $\lambda = 37{,}2$ Вт/(м × °С), $a = 6{,}94 \times 10^{-6}$ м^2/с, а коэффициент теплоотдачи на поверхности слитка $\alpha = 186$ Вт/(м^2 × °С).

5*. Внутренняя часть ограждения промышленной печи выполнена из огнеупорного материала (шамотного кирпича), а внешняя представляет собой тепловую изоляцию. Толщина огнеупора $\delta = 250$ мм. Его физические свойства следующие: $\lambda = 1{,}6$ Вт/(м × К); $a = 3{,}5 \times 10^{-7}$ м^2/с. Температура огнеупора и температура в печи $t_0 = 20$ °С. Найдите температуры внутренней и внешней поверхностей огнеупора через 10 ч после того, как температура газов в печи скачком возрастет до 1000 °С. Коэффициент теплоотдачи от газов к стенке $\alpha = 32$ Вт/(м^2 × К). Условно считайте, что через внешнюю поверхность огнеупора тепловой поток отсутствует.

6*. Резиновая пластина толщиной $2\delta = 20$ мм, нагретая до температуры $t_0 = 140$ °С, помещена в воздушную среду с температурой $t_ж = 15$ °С. Определить температуры в середине и на поверхности пластины через $\tau = 20$ мин после начала охлаждения. Коэффициент теплопроводности резины $\lambda = 0{,}175$ Вт/(м × °С). Коэффициент температуропроводности резины $a = 0{,}833 \times 10^{-7}$ м^2/с. Коэффициент теплоотдачи от поверхности пластины к окружающему воздуху $\alpha = 65$ Вт/(м^2 × °С). Для условий данной задачи определить температуру на расстоянии $x = \delta/2 = 5$ мм от середины пластины. Определить также безразмерные температуры в середине и на поверхности пластины расчетным путем и сравнить результаты расчета со значениями $\theta_{x=0}$ и $\theta_{x=\delta}$, полученными в данной задаче ранее.

3 ТЕПЛООТДАЧА ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ

3.1 Краткие теоретические сведения

Вынужденное движение происходит под действием сил, приложенных к жидкости вне рассматриваемой системы. Свободное движение возникает за счет массовых (объемных) сил, приложенных к частицам жидкости внутри системы. Такими силами являются сила тяжести, центробежная сила и некоторые другие. Наиболее хорошо изучено свободное движение жидкости, вызванное гравитационными силами (термогравитационная конвекция в неравномерно нагретой жидкости). При теплообмене температура жидкости переменна. Поэтому возникает разность плотностей и, как следствие, разность гравитационных сил, представляющая собой подъемную (опускную) силу. Работу по перемешиванию жидкости совершает сила тяжести. В технических задачах ускорение силы тяжести от точки к точке рассматриваемого пространства практически не изменяется.

Будем рассматривать свободное гравитационное течение только для наиболее простых геометрических форм поверхности твердого тела (вертикальная плита, горизонтальный цилиндр). Предполагается, что объем жидкости настолько велик, что свободное движение, возникающее у других тел, расположенных в этом объеме, не сказывается на рассматриваемом течении. Как и при вынужденной конвекции, свободное движение жидкости может быть как ламинарным, так и турбулентным, а также около поверхности (например, вертикальной трубы или стенки) образуется пограничный слой. Вначале толщина слоя и скорость воздуха малы, течение ламинарное. Далее струйки воздуха испытывают поперечные колебания, и течение становится волновым, а затем упорядоченное движение нарушается, образующиеся вихри отрываются от поверхности, возникает турбулентное течение воздуха. Для описания свободной конвекции жидкости используется безразмерный комплекс, полученный произведением чисел Грасгофа и Прандтля, который называется число Релея:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \beta \frac{g l_0^3}{\nu_ж^2} \vartheta_c \cdot \frac{\nu_ж}{a_ж} = \beta \frac{g l_0^3}{\nu_ж a_ж} \vartheta_c. \qquad (3.1)$$

Пусть вертикальная пластина (труба) с неизменной температурой поверхности, равной tс, находится в жидкости или газе. Вдали от пластины (трубы) жидкость неподвижна (вынужденное течение отсутствует), а ее температура вдали от пластины (трубы) постоянна и равна tж. Примем, что tс > tж (однако результаты будут справедливы и для обратного соотношения температур). При этом у пластины (трубы) появляется подъемное движение нагретого слоя жидкости. В результате экспериментальных исследований установлена зависимость местных коэффициентов теплоотдачи при свободном ламинарном движении вдоль вертикальных стенок:

$$Nu_{\text{ж,х}} = 0{,}6\left(Gr_{\text{ж,г}}Pr_{\text{ж}}\right)^{0{,}25}\left(\frac{Pr_{\text{ж}}}{Pr_{\text{ст}}}\right)^{0{,}25}.$$

Для местных коэффициентов теплоотдачи при развитом турбулентном течении предложена формула:

$$Nu_{\text{ж,х}} = 0{,}15\left(Gr_{\text{ж,г}}Pr_{\text{ж}}\right)^{0{,}33}\left(\frac{Pr_{\text{ж}}}{Pr_{\text{ст}}}\right)^{0{,}25}.$$

3.2 Примеры решения задач

Пример 1.

Рассчитайте тепловые потери за счет свободной конвекции воздуха около боковой поверхности теплообменника – подогревателя питательной воды, установленного на тепловой электрической станции. Высота подогревателя равна 10 м, диаметр – 3,5 м, а температура поверхности составляет 55 °С. Температура воздуха – 25 °С.

Решение.

Средняя температуры пограничного слоя воздуха:

$$t = 0{,}5(t_c + t_\infty) = 0{,}5 \cdot (55 + 25) = 40℃.$$

Физические свойства воздуха при t = 40 °С:

– кинематическая вязкость: $\nu = 16{,}9 \cdot 10^{-6}$ м^2/с;

– коэффициент теплопроводности: $\lambda = 0{,}0275$ Вт/(м · К);

– число Прандтля: $Pr = 0{,}7$;

– коэффициент температурного расширения воздуха: $\beta = 3{,}19 \cdot 10^{-3}$К$^{-1}$

Определяем среднее число Релея:

$$\overline{Ra_h} = \frac{g\beta(t_c - t_\infty)h^3}{\nu^2}Pr = \frac{9{,}81 \cdot 3{,}19 \cdot 10^{-3} \cdot (55 - 25) \cdot 10\hat{}3}{(16{,}9 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 0{,}7 = 2{,}3 \cdot 10^{12}.$$

Среднее число Нуссельта:

$$\overline{\mathrm{N}u^{\frac{1}{2}}} = 0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra^{\frac{1}{6}}{}_h}{\left[1 + \left(\frac{0{,}492}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}} = 0{,}825 + \frac{0{,}387(2{,}3 \cdot 10^{12})^{\frac{1}{6}}}{\left[1 + \left(\frac{0{,}492}{0{,}7}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}} = 36{,}4.$$

Откуда: $\overline{Nu} = 36{,}4^2 = 1325$.

Средний коэффициент теплоотдачи:

$$\bar{a} = \frac{\overline{Nu}\lambda}{h} = \frac{1325 \cdot 0{,}0275}{10} = 3{,}6\ \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot K).$$

Тепловой поток, отводимый воздухом от боковой поверхности подогревателя:

$$Q = \bar{a}\pi d h(t_c - t_\infty) = 3{,}6 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5 \cdot 10(55 - 25) = 11870\ \text{Вт}.$$

Ответ: $Q = 11870$ Вт.

3.3 Задачи для самостоятельного решения

1. По медной шине прямоугольного поперечного сечения a × b = 100 × 3 мм (a – вертикальный, b – горизонтальный размеры) пропускается электрический ток силой 955 А. Температура воздуха, окружающего шину, $t_ж$ = 20 °С. Удельное электрическое сопротивление меди составляет 2,3 × 10^{-8} Ом × м. Найдите среднюю температуру поверхности шины t_c.

2. Найдите потери теплоты в единицу времени в расчете на единицу длины изолированного горизонтального паропровода с наружным диаметром $d_{из}$ = 300 мм и температурой поверхности t_c = 50 °С. Температура окружающего воздуха $t_ж$ = 30 °С. Рассчитайте также температуру пара в трубе, если известно, что труба изолирована шлаковой ватой, коэффициент теплоотдачи от пара к стенке α_1 = 3000 Вт/(м^2 × К), диаметр трубы и толщина стенки d_2 × δ = 70 × 6 мм.

3. В учебной лаборатории имеется установка для изучения теплоотдачи при свободной конвекции воды около горизонтальной электрически обогреваемой трубы. Диаметр трубы d = 20 мм, ее длина 1 = 300 мм, а температура воды $t_ж$ = 25 °С. При какой мощности электронагревателя средняя температура наружной поверхности трубы будет равна 35 °С.

4 ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

4.1 Краткие теоретические сведения

Будем полагать, что плоская поверхность омывается потоком жидкости, скорость и температура которого вдали от твердого тела постоянны и равны соответственно W_0 и t_0. Поток направлен вдоль стенки. Около стенки образуется гидродинамический пограничный слой. В пределах слоя скорость жидкости изменяется от нуля до скорости невозмущенного потока.

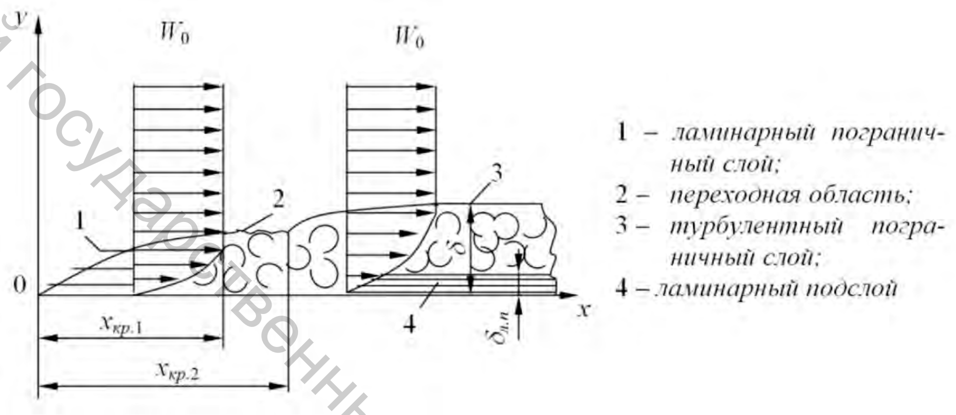

Рисунок 4.1 – Схема пограничного слоя

Течение в пограничном слое будет ламинарным и турбулентным. Однако и при турбулентном слое у стенки образуется весьма тонкий слой жидкости, называемый ламинарным или вязким подслоем, в котором течение подчиняется закономерностям ламинарного движения. Опыт показывает, что переход из ламинарной формы течения в турбулентную происходит не в точке, а на некотором участке. Течение на этом участке имеет нестабильный характер и называется переходным. О режиме течения в пограничном слое судят по критической величине критерия Рейнольдса:

$$Re = \frac{W_0 x}{\nu}. \tag{4.1}$$

где x – продольная координата, отсчитываемая от передней кромки.

При наличии теплообмена, кроме гидродинамического, образуется также и тепловой пограничный слой. В пределах теплового слоя температура жидкости изменяется от значения, равного температуре поверхности стенки t_W, до значения, равного температуре жидкости вдали от пластины t_0. Определяющими параметрами процесса конвективного теплообмена являются определяющий размер и определяющая температура.

За определяющий размер принимают тот размер, от которого процесс теплообмена зависит в большей степени и который в большей степени отвечает физическому существу процесса. За определяющую температуру принимают ту температуру, при которой проводят вычисления физических параметров, составляющих критерии подобия. Для расчета теплоотдачи при турбулентном режиме рекомендуются формулы:

– для локальной теплоотдачи:

$$Nu_{f,x} = 0{,}0296 \cdot Re_{f,x}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,8} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}, \qquad (4.2)$$

– для средней теплоотдачи:

$$Nu_{f,l} = 0{,}037 \cdot Re_{f,l}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,8} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}. \qquad (4.3)$$

Течение жидкости в трубах может быть ламинарным и турбулентным. О режиме течения судят по величине критерия:

$$Re = \frac{\overline{W} d}{\nu}, \qquad (4.4)$$

где $\overline{W}$ – средняя скорость жидкости; d – внутренний диаметр трубы.

Если Re < ≈2000, то течение является ламинарным. Развитое турбулентное течение в технических трубах устанавливается при Re > ≈10000. Течение при Re >2000 и Re < 10000 называется переходным. Ему соответствует и переходный режим теплоотдачи.

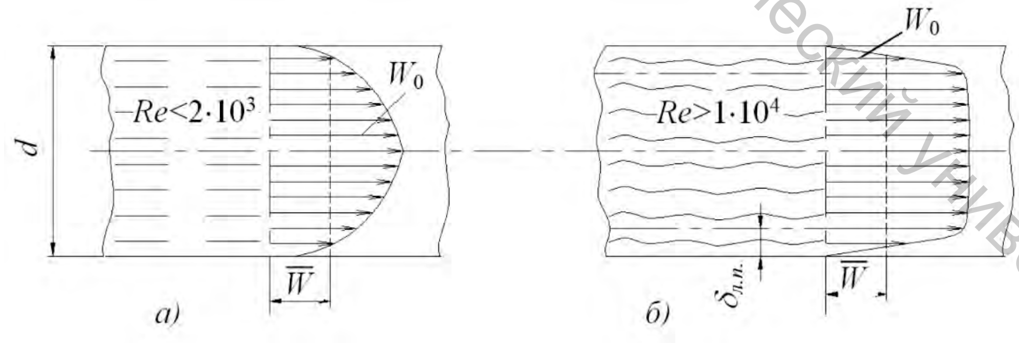

Рисунок 4.2 – Распределение скорости по сечению при ламинарном (а) и турбулентном (б) режимах изотермического течения жидкости в трубах

При ламинарном течении жидкости для определения среднего коэффициента теплоотдачи рекомендуется следующая расчетная формула:

$$\overline{Nu_f} = 0{,}15 \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot Gr_f^{0,1} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}. \qquad (4.5)$$

При развитом турбулентном режиме расчётная формула имеет вид:

$$\overline{Nu_f} = 0{,}21 \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_W}\right)^{0,25}. \qquad (4.6)$$

Приведенные формулы применимы к трубам любой формы поперечного сечения – круглого, квадратного, прямоугольного, треугольного, кольцевого, щелевого. В других случаях за определяющий размер надо принимать эквивалентный диаметр $d_{эк}$, равный учетверенной площади поперечного сечения канала, деленной на его полный (смоченный) периметр, независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене. Для круглых труб эквивалентный диаметр равен геометрическому.

4.2 Примеры решения задач

Пример 1.

Найдите толщины динамического и теплового пограничных слоев в точке x = 1 м при обтекании пластины воздухом (t_∞ = 30 ℃, w_∞ = 5 м/с). Температура пластины t_c = 10 ℃. Определить коэффициент теплоотдачи α в данной точке, а также средний коэффициент теплоотдачи $\alpha_{ср}$ для участка пластины 0 ≤ x ≤ 1 м.

Решить задачу, предполагая, что пластина омывается водой со скоростью w_∞ = 0,1 м/с. Остальные условия оставьте без изменений.

Решение.

Средняя температура пограничного слоя:

$$t = 0{,}5(t_c + t_\infty) = 0{,}5 \cdot (10 + 30) = 20℃.$$

Физические свойства воздуха при t = 20 °С:

– кинематическая вязкость: $\nu = 15{,}06 \cdot 10^{-6}$ м²/с;

– коэффициент теплопроводности: $\lambda = 0{,}0259$ Вт/(м · К);

– число Прандтля: $Pr = 0{,}7$.

Определяем число Рейнольдса:

$$Re = \frac{w_\infty x}{\nu} = \frac{5 \cdot 1}{15{,}06 \cdot 10^{-6}} = 3{,}32 \cdot 10^5.$$

Толщина динамического пограничного слоя:

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re}} = \frac{5 \cdot 1}{\sqrt{3{,}32 \cdot 10^5}} = 0{,}0087 \text{ м} = 8{,}7 \text{ мм}.$$

Толщина теплового пограничного слоя:

$$\delta_\tau = \frac{8{,}7}{\sqrt[3]{Pr}} = \frac{8{,}7}{\sqrt[3]{0{,}7}} = 9{,}8 \text{ мм}.$$

В данной точке число Нуссельта:

$$Nu_x = 0{,}332\sqrt{Re}\sqrt[3]{Pr} = 0{,}332 \cdot \sqrt{3{,}32 \cdot 10^5} \cdot \sqrt[3]{0{,}7} = 170.$$

Местный и средний коэффициенты теплоотдачи:

$$\alpha_\text{х} = \frac{Nu_x \lambda}{x} = \frac{170 \cdot 0{,}0259}{1} = 4{,}4\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}},$$

$$\bar{\alpha} = 2\alpha_\text{х} = 2 \cdot 4{,}4 = 8{,}8\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}.$$

Физические свойства воды при t = 20 °C:
– кинематическая вязкость: $\nu = 1{,}006 \cdot 10^{-6}$ м^2/с;
– коэффициент теплопроводности: $\lambda = 0{,}599$ Вт/(м · К);
– число Прандтля: $Pr = 7{,}02$.

Определяем число Рейнольдса:

$$Re = \frac{w_\infty x}{\nu} = \frac{0{,}1 \cdot 1}{1{,}006 \cdot 10^{-6}} = 10^5.$$

Толщина динамического пограничного слоя:

$$\delta = \frac{5x}{\sqrt{Re}} = \frac{5 \cdot 1}{\sqrt{10^5}} = 0{,}0158 \text{ м} = 15{,}8 \text{ мм}.$$

Толщина теплового пограничного слоя:

$$\delta_\tau = \frac{8{,}7}{\sqrt[3]{Pr}} = \frac{8{,}7}{\sqrt[3]{7{,}02}} = 8{,}25 \text{ мм.}$$

В данной точке число Нуссельта:

$$Nu_x = 0{,}332\sqrt{Re}\sqrt[3]{Pr} = 0{,}332 \cdot \sqrt{10^5} \cdot \sqrt[3]{7{,}02} = 200.$$

Местный и средний коэффициенты теплоотдачи:

$$\alpha_\text{x} = \frac{Nu_x\lambda}{x} = \frac{200 \cdot 0{,}599}{1} = 120\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}},$$

$$\bar{\alpha} = 2\alpha_\text{x} = 2 \cdot 120 = 240\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}.$$

Ответ: $\delta = 8{,}7$ мм; $\delta_\tau = 9{,}8$ мм; $\delta = 15{,}8$ мм; $\delta_\tau = 8{,}25$ мм; $\alpha_\text{x} = 120\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}$; $\bar{\alpha} = 240\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}$.

Пример 2.

Тонкая пластина длиной l = 0,2 м обтекается продольным потоком воздуха. Скорость и температура набегающего потока равны соответственно $w_0 = 150$ м/с и $t_0 = 20$ ℃.

Определить среднее значение коэффициента теплоотдачи и плотность теплового потока на поверхности пластины при условии, что температура поверхности пластины $t_c = 50$ ℃. Расчет произвести в предложении, что по всей длине пластины режим течения в пограничном слое турбулентный.

Решение.

Физические свойства воздуха при t = 20 °С:

– кинематическая вязкость: $\nu = 15{,}06 \cdot 10^{-6}$ м^2/с;

– коэффициент теплопроводности: $\lambda = 0{,}0259$ Вт/(м · К);

– удельная теплоёмкость: $c_p = 1$ кДж/(кг · К);

– число Прандтля: $Pr = 0{,}703$.

Определяем число Рейнольдса:

$$Re = \frac{w_0 l}{\nu} = \frac{150 \cdot 0{,}2}{15{,}06 \cdot 10^{-6}} = 1{,}99 \cdot 10^6.$$

Скорость звука в воздухе:

$$a = 20{,}1\sqrt{(273 + t_0} = 20{,}1\sqrt{(273 + 20} = 344 \text{ м/с}.$$

Число Маха:

$$M = \frac{w_0}{a} = \frac{150}{344} = 0{,}436.$$

Число Нуссельта в воздушном потоке высокой дозвуковой скорости при числе Рейнольдса ($10^5 < Re < 2 \cdot 10^6$) и числе Маха $0{,}25 < M < 0{,}8$):

$$Nu = 0{,}032 Re^{0{,}8} = 0{,}032 \cdot (1{,}99 \cdot 10^6)^{0{,}8} = 3500.$$

Средний коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha = Nu\frac{\lambda}{l} = 3500 \cdot \frac{0{,}0259}{0{,}2} = 454\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}.$$

Адиабатическая температура стенки:

$$t_{a.c.} = t_0 + \sqrt[3]{Pr}\frac{w_0^2}{2c_p} = 20 + \sqrt[3]{0{,}703} \cdot \frac{150^2}{2 \cdot 1 \cdot 10^3} = 30\text{°C}.$$

Плотность теплового потока:

$$q = \alpha(t_c - t_{a.c.}) = 454 \cdot (50 - 30) = 9080\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Ответ: $\alpha = 454\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}; q = 9080\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

4.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Тонкая пластина из нержавеющей стали обогревается электрическим током так, что $q_c = 386$ Вт/м^2. Пластина продольно обдувается воздухом ($w_\infty = 10$ м/с; $t_\infty = 10$ °C). Найдите температуру пластины на расстоянии $x = 0{,}2$ м от передней кромки.

2. В вертикальном водоподогревателе вода, имеющая температуру на входе $t_{ж1} = 10$ °C, течет снизу вверх по трубам диаметром $d = 24$ мм. Температура стенок труб поддерживается равной $t_c = 140$ °C. Какой длины должны быть трубы подогревателя, чтобы при расходе воды через одну трубу $G = 90$ кг/ч температура воды на выходе была $t_{ж2} = 70$ °C.

5 ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ ПАРА И КИПЕНИИ ЖИДКОСТИ

5.1 Краткие теоретические сведения

Конденсация представляет собой процесс перехода пара (газа) в жидкое или твердое состояние (фазовый переход первого рода). На практике пар конденсируется на охлаждаемых трубах в конденсаторах паровых турбин, в некоторых опреснительных установках и многочисленных теплообменных аппаратах; образование жидких и кристаллических частиц воды происходит в облаках или инверсионном следе за самолетом. При конденсации пара происходит выделение тепла фазового перехода, поэтому процесс конденсации неразрывно связан с теплообменом.

Интенсивность конденсации пара и происходящего при этом переносе тепла зависит от скорости протекания отдельных процессов, на которые можно расчленить общее явление: а) собственно процесс конденсации и б) отвод выделившейся теплоты парообразования от поверхности конденсации через слой конденсированной фазы. Будем полагать в дальнейших рассуждениях, что поверхность конденсации плоская (или достаточно близка к плоской) и толщина слоя конденсата, находящегося на стенке, намного больше радиуса действия межмолекулярных сил (рис. 5.1).

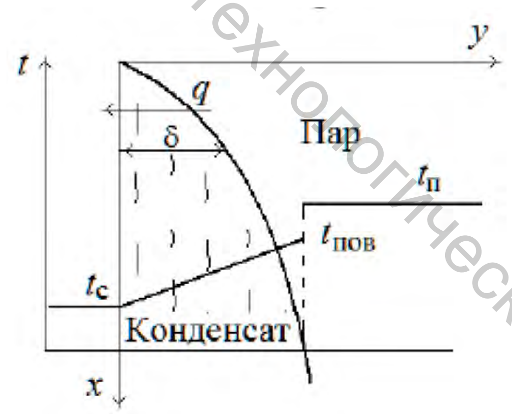

Рисунок 5.1 – Процесс конденсации пара

Термическое сопротивление передачи тепла от пара к стенке можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$R = \frac{t_п - t_c}{q} = \frac{1}{\alpha} = R_\delta + R_\varphi, \qquad (5.1)$$

где $t_п$ и t_c – соответственно, температура пара и поверхности стенки; q – плотность теплового потока; α – коэффициент теплоотдачи от пара к стенке.

Первое слагаемое R_δ в уравнении представляет собой термическое сопротивление пленки конденсата. Второе слагаемое R_φ, которое называется термическим сопротивлением на границе раздела фаз (межфазным термическим сопротивлением), не является термическим сопротивлением в его обычном понимании. Появление этого сопротивления обусловлено скачком температуры на границе раздела паровой и жидкой фаз.

Кипение – это процесс парообразования, т. е. перехода вещества из жидкого состояния в газообразное внутри жидкости, нагретой выше температуры насыщения. При фазовом превращении поглощается теплота парообразования, поэтому, чтобы процесс кипения сохранялся во времени, необходимо непрерывно подводить теплоту. Необходимым условием возникновения кипения является перегрев жидкости, т. е. превышение ее температуры $t_ж$ над температурой насыщения $t_{нас}$ при заданном давлении и наличие центров парообразования.

При исследовании процесса переноса теплоты от поверхности нагрева твердого тела к кипящей жидкости возможны два режима кипения жидкости – пузырьковое и пленочное.

Пузырьковым кипением называют такое, при котором пар образуется в виде периодически зарождающихся и растущих пузырей. В общем случае паровые пузырьки могут возникать как на поверхности нагрева, так и в объеме жидкости. Паровые пузырьки в объеме жидкости возникают в том случае, когда температура жидкости значительно превышает $t_{нас}$ при заданном давлении. Такие условия могут возникнуть, например, при очень быстром уменьшении давления, под которым находится жидкость.

Пленочным называют такое кипение, при котором на поверхности нагрева образуется сплошная пленка пара, периодически прорывающегося в объем жидкости.

Наибольший интерес для практики представляет кипение, когда образование пара происходит на твердой поверхности нагрева. Опыт показывает, что температура кипящей жидкости всегда несколько выше температуры насыщения $t_{нас}$. Она остается почти постоянной по всему объему (рис. 5.2) и лишь в слое толщиной 2–5 мм у самой стенки резко возрастает.

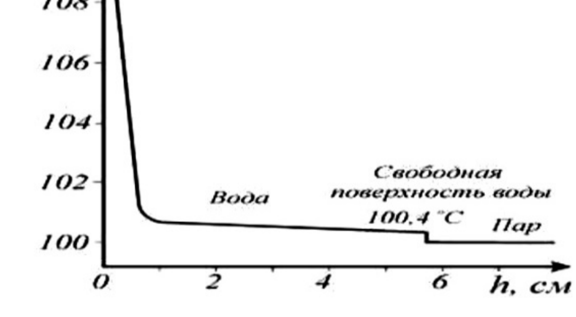

Рисунок 5.2 – Кривая распределения температуры в жидкости при пузырьковом кипении

Следовательно, в прилегающем к стенке слое жидкость перегрета на $\Delta t = t_{ст} – t_{нас}$; эта величина называется температурным напором. В начале кипения – область А (рис. 5.3) при Δt = 0–5 ºС, q = 100–5600 Вт/м^2 значение коэффициента теплоотдачи невелико и определяется условиями свободной конвекции однофазной жидкости. Такой режим кипения называется конвективным (зона естественной конвекции).

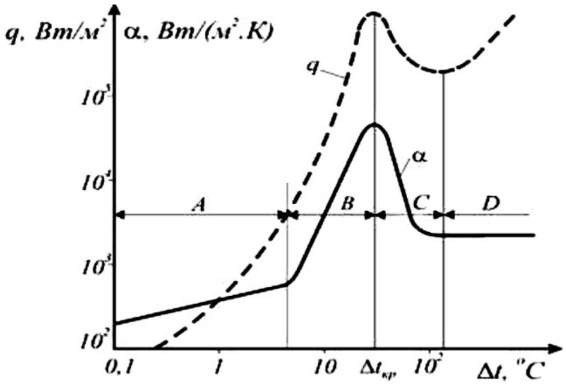

Рисунок 5.3 – Зависимость плотности теплового потока *q* и коэффициента теплоотдачи *а* от температурного напора при кипении воды при атмосферном давлении

5.2 Примеры решения задач

Пример 1.

На вертикальной трубе диаметром d = 40 мм и высотой h = 6 м конденсируется сухой насыщенный водяной пар (t_s = 180 ℃). Температура стенки трубы постоянная: t_c = 175 ℃. Найдите количество пара G'_2, конденсирующегося в единицу времени на участке трубы 2 ≤ x ≤ 4 м, и отношение G'_2/G, где G – расход конденсата, образующегося на всей трубе.

Решение.

Физические свойства воды при t_s= 180 °С:
– кинематическая вязкость: $\nu_ж = 1{,}73 \cdot 10^{-7}$ м^2/с;
– динамическая вязкость: $\mu_ж = 1{,}530 \cdot 10^{-4}$ Па · с;
– коэффициент теплопроводности: $\lambda_ж = 0{,}674$ Вт/(м · К);
– плотность: $\rho_ж = 886{,}9$ кг/м^3;
– число Прандтля: $Pr = 1$.

Физические свойства пара при t_s= 180 °С:
– плотность: $\rho_п = 5{,}157$ кг/м^3;
– теплота парообразования: $r = 2015{,}2$ кДж/кг.

Определяем параметр А:

$$А = \left[\frac{g(\rho_ж - \rho_п)}{\nu_ж^2 \rho_ж}\right]^{\frac{1}{3}} \frac{\lambda_ж}{r\mu_ж} = \left[\frac{9{,}81 \cdot (886{,}9 - 5{,}157)}{(1{,}73 \cdot 10^{-7})^2 \cdot 886{,}9}\right]^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{0{,}674}{2015{,}2 \cdot 10^3 \cdot 1{,}530 \cdot 10^{-4}} = 150{,}4\ (м \cdot К)^{-1}.$$

При x = 2 м:
– параметр Z_1

$$Z_1 = A(t_s - t_c)x = 150{,}4 \cdot (180 - 175) \cdot 2 = 1504;$$

– число Рейнольдса для плёнки

$$Re_1 = 3{,}8 Z_1^{0{,}78} = 3{,}8 \cdot 1504^{0{,}78} = 1143;$$

– расход пара, сконденсировавшегося на участке $0 \le x \le 2$ м

$$G_1 = \frac{Re_1 \mu_ж \pi d}{4} = \frac{1143 \cdot 1{,}530 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}04}{4} = 0{,}00549\ кг/с.$$

При x = 4 м:
– параметр Z_2

$$Z_2 = A(t_s - t_c)x = 150{,}4 \cdot (180 - 175) \cdot 4 = 3008;$$

– число Рейнольдса для плёнки

$$Re_2 = \left[253 + 0{,}069 Pr_ж^{0{,}5}(Z_2 - 2300)\right]^{\frac{4}{3}} = 2025;$$

– расход пара, сконденсировавшегося на участке $0 \le x \le 4$ м

$$G_2 = \frac{Re_2 \mu_ж \pi d}{4} = \frac{2025 \cdot 1{,}530 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}04}{4} = 0{,}00973\ кг/с.$$

Следовательно, расход пара, сконденсировавшегося на участке $2\ м \le x \le 4$ м:

$$G'_2 = G_2 - G_1 = 0{,}00973 - 0{,}00549 = 0{,}00424\ кг/с.$$

При x = h = 6 м:
– параметр Z_3

$$Z_3 = A(t_s - t_c)x = 150{,}4 \cdot (180 - 175) \cdot 6 = 4512;$$

– число Рейнольдса для плёнки

$$Re_3 = \left[253 + 0{,}069 Pr_ж^{0,5}(Z_3 - 2300)\right]^{\frac{4}{3}} = 3003;$$

– расход пара, сконденсировавшегося на участке $0 \le x \le 6$ м

$$G = \frac{Re_3 \mu_ж \pi d}{4} = \frac{3003 \cdot 1{,}530 \cdot 10^{-4} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}04}{4} = 0{,}0144 \text{ кг/с}.$$

Определяем отношение:

$$\frac{G'_2}{G} = \frac{0{,}00424}{0{,}0144} = 0{,}294.$$

Ответ: $\frac{G'_2}{G} = 0{,}294;\ G = 0{,}0144$ кг/с.

Пример 2.

Определить тепловую нагрузку поверхности нагрева парогенератора при пузырьковом кипении воды в большом объеме, если вода находится под давлением $p = 6{,}2 \times 10^5$ Па, а температура поверхности нагрева $t_c = 175$ °С.

Решение.

Физические свойства воды при давлении $p = 6{,}2 \times 10^5$ Па:
– температура насыщения: $t_s = 160{,}1$ °С;
– параметр $B_s = 0{,}526\ K^{-1}$;
– параметр $l_s = 1{,}719 \cdot 10^{-6}$м;
– коэффициент теплопроводности: $\lambda_s = 0{,}683$ Вт/(м · К);
– число Прандтля: $Pr = 1{,}10$.

Температурный напор:

$$\Delta t = t_c - t_s = 175 - 160{,}1 = 14{,}9 \text{°С}.$$

Критериальный параметр:

$$K_s = B_s \Delta t Pr_s^{\frac{1}{3}} = 0{,}526 \cdot 14{,}9 \cdot 1{,}1^{\frac{1}{3}} = 8{,}09.$$

Число Нуссельта при пузырьковом кипении в большой объёме при заданном температурном напоре и $K_s \ge 1{,}6$:

$$Nu_s = 2{,}63 \cdot 10^{-3}(B_s \Delta t)^{1,86} Pr_s^{0,952} = 2{,}63 \cdot 10^{-3} \cdot (0{,}526 \cdot 14{,}9)^{1,86} \cdot 1{,}1^{0,952} = \\ = 0{,}133.$$

Коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha = Nu_s \frac{\lambda_s}{l_s} = 0{,}133 \cdot \frac{0{,}683}{1{,}719 \cdot 10^{-6}} = 52840 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Искомая тепловая нагрузка:

$$q = \alpha \Delta t = 52840 \cdot 14{,}9 = 7{,}87 \cdot 10^5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Ответ: $q = 7{,}87 \cdot 10^5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

5.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Сколько конденсатоотводящих дисков следует разместить на трубе (d = 40 мм; l = 1,243 м), чтобы расположение трубы (горизонтальное или вертикальное) не сказывалось на значении коэффициента теплоотдачи α? Известно, что температура насыщения t_s = 100 ℃; температура стенки t_c = 100 ℃.

2. Какую температуру стенки t_c необходимо обеспечить, чтобы при пленочной конденсации сухого насыщенного водяного пара на поверхности горизонтальной трубы диаметром d = 16 мм и длиной l = 2,4 м конденсировалось $G = 6{,}5 \times 10^{-3}$ кг/с пара. Давление пара $p = 5 \times 10^5$ Па.

3. Рассчитайте температуру поверхности нагрева (горизонтальная трубка диаметром d = 12 мм) для двух случаев: а) режим кипения воды пузырьковый; б) режим кипения пленочный. Для обоих случаях $q = 1{,}54 \times 10$ МВт/м^2, p = 0,101 МПа.

4. Определить критическую тепловую нагрузку при кипении воды в большом объеме под давлением $p = 1 \times 10^5$ Па.

5. Экранная поверхность нагрева парового котла выполнена из труб диаметром и толщиной стенки 40 × 5 мм. Теплопроводность стенок труб λ = 40 Вт/(м × К). Рассчитайте температуры внутренней и незагрязненной наружной поверхностей труб при движении в них кипящей воды (пузырьковый режим). Давление p = 18,67 МПа; массовая скорость ρυ = 1500 кг/(м^2 × с). Считайте, что плотность теплового потока $q = 3 \times 10^5$ Вт/м^2 равномерно распределена по наружному периметру труб.

6 ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ МЕЖДУ ТЕЛАМИ. ИЗЛУЧЕНИЕ ГАЗОВ И ПАРОВ. МАССООТДАЧА

6.1 Краткие теоретические сведения

Переход теплоты в энергию излучения в телах связан с внутриатомными процессами, обусловленными температурными влияниями. Энергия излучения тела может поглощаться другими телами и вновь трансформироваться в теплоту.

Передача теплоты излучением происходит в видимой (длина волны излучения λ = 0,4–0,76 мкм) и в инфракрасной (λ = 0,76–1000 мкм) областях спектра. При температурах в реальных теплотехнических процессах основная доля энергии излучается в ближайшей инфракрасной области (λ = 0,76–25 мкм). Излучение в видимой области спектра имеет существенное значение только при очень высоких температурах.

Различают монохроматическое, или спектральное, и интегральное излучения. Спектральным (монохроматическим) излучением называется излучение в узком интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$. Все описывающие его величины относятся к интервалу длин волн $d\lambda$ (или частот $d\lambda$) и обозначаются индексом λ. Интегральным называется суммарное излучение во всем интервале длин волн от $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$.

Абсолютно черным телом называется тело, которое полностью поглощает все падающее на него излучение, независимо от направления его распространения, спектрального состава и состояния поляризации. Излучение, испускаемое в любом направлении, характеризуется интенсивностью излучения. Спектральная интенсивность изучения (рис. 3.1) определяется как энергия излучения, испускаемая в единицу времени, в единице узкого интервала волн $d\lambda$, включающего длину волны λ, единицей площади проекции элемента поверхности dAp, перпендикулярной направлению (β, Θ), в единице элементарного телесного угла $d\omega$, осью которого является выбранное направление (β , Θ). Здесь β, Θ соответственно, полярный и азимутальный углы. Угловое положение Θ=0 произвольное.

Рисунок 6.1 – Спектральная интенсивность излучения абсолютно черной поверхности

6.2 Примеры решения задач

Пример 1.

Чему равны степень черноты серого тела и значения $E_{соб}$ при температуре T = 800 K, если $E_{пад}$ = 60 кВт/м^2, $E_{погл}$ = 48 кВт/м^2?

Решение.

Поглощательная способность данного тела:

$$A = \frac{E_{\text{погл}}}{E_{\text{пад}}} = \frac{48}{60} = 0{,}8.$$

Степень черноты $\varepsilon = \text{A}$, а:

$$E_{\text{соб}} = \varepsilon\sigma_0 T^4 = 0{,}8 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 800^4 = 1{,}86 \cdot 10^4\ \text{Вт/м}^2.$$

Ответ: $\varepsilon = 0{,}8$; $E_{\text{соб}} = 1{,}86 \cdot 10^4\ \text{Вт/м}^2$.

Пример 2.

Определить плотность солнечного лучистого потока, падающего на плоскость, нормальную к лучам Солнца и расположенную за пределами атмосферы Земли. Известно, что излучение Солнца близко к излучению абсолютного черного тела с температурой t_0 = 5700 ℃. Диаметр Солнца D = 1,391 × 10^6 км, расстояние от земли до солнца l = 149,5 × 10^6 км.

Решение.

Абсолютная температура поверхности Солнца:

$$T_0 = t_0 + 273 = 5700 + 273 = 5973\ \text{К}.$$

Телесный угол, под которым единичная площадка «видит» Солнце:

$$d\omega = \frac{\pi D^2}{4l^2}.$$

Яркость солнечного излучения:

$$B = \frac{E_0}{\pi} = \frac{\sigma_0 T_0^4}{\pi}.$$

Искомая плотность солнечного лучистого потока:

$$E_{\text{пад}} = Bd\omega = \frac{\sigma_0 T_0^4}{\pi} \cdot \frac{\pi D^2}{4l^2} = \frac{5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 5973^4 \cdot (1{,}391 \cdot 10^9)^2}{4 \cdot (149{,}5 \cdot 10^9)^2} = 1562\ \text{Вт/м}^2.$$

Ответ: $E_{\text{пад}} = 1562\ \text{Вт/м}^2$.

6.3 Задачи для самостоятельного решения

1. В космическом пространстве на околоземной орбите вращается сферическая частица метеорита. Найти температуру частицы, когда она находится на солнечной стороне Земли. Плотность потока излучения Солнца на площадке, расположенной перпендикулярно лучам вблизи Земли, но за пределами атмосферы, равна 1,55 кВт/м^2. Принять: а) частица – серое тело; б) степень черноты $\varepsilon = 0{,}1$, а поглощательная способность $A = 0{,}2$.

2. Температура тела измеряется двумя оптическими пирометрами с разными светофильтрами. В первом пирометре установлен красный светофильтр ($\lambda_1 = 0{,}65$ мкм), во втором – зеленый ($\lambda_2 = 0{,}50$ мкм). Температуры, показываемые пирометрами, соответственно равны: $t_{01} = 1400$ ℃ и $t_{02} = 1420$ ℃. Найти истинную температуру тела и его степень черноты, считая тело серым.

3. Излучающая система имеет форму цилиндра конечной длины ($d = 1{,}2$ м; $h = 2$ м). Для одного основания цилиндра $T_1 = 1000$ К; $A_1 = 0{,}8$, для другого $T_2 = 800$ К; $A_2 = 0{,}6$. Для боковой поверхности $T_3 = 500$ К; $A_3 = 0{,}9$. Найти $E_{\text{рез}1}$, $E_{\text{рез}2}$, $E_{\text{рез}3}$.

4. Температура воздуха в помещении измеряется ртутным термометром. Термометр показывает 27 ℃. Температура стен помещения равна 25 ℃. Оценить ошибку в показаниях термометра, которая возникает за счет лучистого теплообмена между термометром и стенами помещения, и действительную температуру воздуха, приняв степень черноты стекла равной 0,94, а коэффициент теплоотдачи от воздуха к поверхности – 5 Вт/(м^2 × К).

5*. Газообразные продукты сгорания ($p = 0{,}101$ МПа) омывают поверхность труб конвективного пароперегревателя парового котла. Объемная доля H_2O $r_{H2O} = 0{,}11$, объемная доля CO_2 $r_{CO2} = 0{,}13$, температура продуктов сгорания $t_г = 950$ ℃, температура труб $t_c = 500$ ℃. Трубы расположены в шахматном порядке; их диаметр $d = 38$ мм, продольный и поперечный шаги равны $s_1/d = s_2/d = 2$. Степень черноты труб $\varepsilon_c = 0{,}8$. Найти плотность потока результирующего излучения на стенках труб и коэффициент теплоотдачи излучением.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Горбачев, М. В. Тепломассообмен: учебное пособие / М. В. Горбачев. – Новосибирск: НГТУ, 2015. – 443 с.: рис. + Прил. – (Учебники НГТУ). – Библиогр. спис. (1 чз; 2 тчз).

2. Ерофеев, В. Л. Теплотехника: учебник для бакалавриата и магистратуры : для студентов высших учебных заведений, обучающихся по инженерно-техническим направлениям : в 2-х томах. Т. 1 : Термодинамика и теория теплообмена / В. Л. Ерофеев, А. С. Пряхин, П. Д. Семенов; под ред. В. Л. Ерофеева, А. С. Пряхина. – Москва: Юрайт, 2018. – 308 с. – (Бакалавр. Магистр). – Спис. лит. (1 тчз).

3. Кудинов, В. А. Техническая термодинамика и теплопередача: учебник для академического бакалавриата : для студентов высших учебных заведений, обучающихся по инженерно-техническим направлениям и специальностям / В. А. Кудинов, Э. М. Карташов, Е. В. Стефанюк. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2018. – 442 с. – (Бакалавр. Академический курс). – Лит. (1 тчз).

4. Кудинов, В. А. Теплотехника: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки бакалавров и магистров в области технических наук и по направлениям подготовки дипломированных специалистов в области техники и технологии / В. А. Кудинов, Э. М. Карташов, Е. В. Стефанюк. – Москва: КУРС : ИНФРА-М, 2018. – 423 с. – Лит. (1 тчз).

5. Теплоэнергетика и теплотехника: справочная серия : в 4-х книгах. Кн. 2 : Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент : справочник / А. А. Александров [и др.]; под общ. ред. А. В. Клименко и В. М. Зорина. – 4-е изд., стер. – Москва: Издательский дом МЭИ, 2007. – 561 с.: рис. – Спис. лит. (1 тчз).

6. Исаченко, В. П. Теплопередача: учебник для энергетических вузов и факультетов / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Энергия, 1975. – 486 с.: рис. + Прил. – Спис. лит. – Алф. указ. (5 аб).

ИНФОРМАЦИЯ О ДОСТУПЕ К ВИРТУАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ УО «ВГТУ» И ЭЛЕКТРОННЫМ РЕСУРСАМ КАФЕДРЫ ТИОМП

Для удобства работы и развития навыков в работе с удаленными ресурсами студентам рекомендуется использовать материалы по учебной дисциплине, размещенные в виртуальной образовательной среде УО «ВГТУ» (sdo.vstu.by) и на сайте кафедры ТиОМП.

Учебное издание

Тепломассообмен

Методические указания по выполнению практических работ

Составители:
Гусаров Алексей Михайлович
Марущак Алексей Сергеевич

Редактор *Т.А. Осипова*
Корректор *Т.А. Осипова*
Компьютерная верстка *А.С. Марущак*

Подписано к печати 16.09.2020. Формат 60х90 $^{1}/_{16}$. Усл. печ. листов 2,3.
Уч.-изд. листов 2,9. Тираж 40 экз. Заказ № 266.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»
210038, г. Витебск, Московский пр., 72.
Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Витебский государственный технологический университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/172 от 12 февраля 2014 г.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 3/1497 от 30 мая 2017 г.