

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ МЕХАНИЗМА

*Дубаневич Д.Т., ст. преп., Буткевич В.Г., к.т.н., доц., Уколов С.А., асс.,
Мацулевич С.В., асп.*

*Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь*

Реферат. В предлагаемой работе дифференциальный метод был рассмотрен на примере кулачкового механизма. Получены параметры движения верхнего конца толкателя.

Ключевые слова: кулачковый механизм, уравнение, закон движения, производная, скорость, ускорение.

При проектировании кулачкового механизма необходимо учитывать жесткость звеньев. Упругие элементы звеньев кулачкового механизма оказывают значительные влияния на характер истинного движения. В предложенной работе рассматривается задача о выборе жесткости толкателя кулачкового механизма за время выстоя для кулачка с гармоническим профилем.

На рисунке 1 представлена схема кулачкового механизма в различных положениях кулачка (рис. 1 а, 1 б, 1 в). Примем допущение, что нагрузка на толкатель постоянна, а силы трения в кинематических парах не учитываются. Необходимо найти такую жесткость толкателя, которая обеспечивала бы в конце участка подъема одинаковые значения перемещения верхнего и нижнего концов толкателя, а также нулевые значения скорости, ускорения и рывка верхнего конца толкателя.

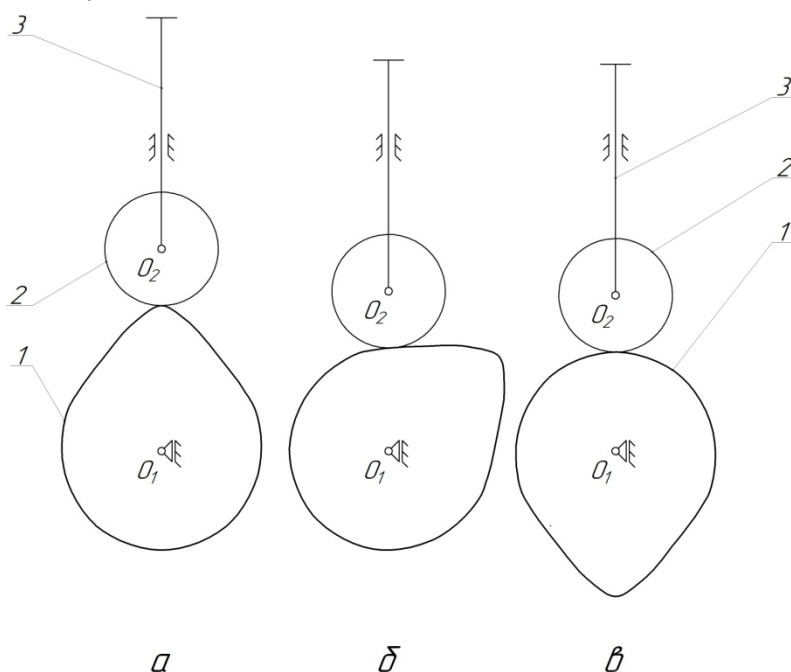


Рисунок 1 – Схема кулачкового механизма: 1 – кулачок, 2 – ролик, 3 – толкатель

Для расчетов задаются следующие значения: m – масса толкателя; x – перемещение толкателя; x_k – высота выступа кулачка; c – жесткость толкателя; S – ход толкателя; α – угол поворота кулачка; на котором происходит подъем толкателя; β – текущий угол поворота кулачка; ω – угловая скорость вращения кулачка; K – частота собственных колебаний системы.

Требуется определить такую жесткость толкателя, которая обеспечила бы в конце участка подъема одинаковые значения перемещений верхнего и нижнего концов толкателя, нулевые значения скорости, ускорения и рывка верхнего конца толкателя.

Запишем дифференциальное уравнение движения верхнего конца толкателя:

$$m\ddot{x} = c(x_k - x). \quad (1)$$

Пусть закон изменения ускорения толкателя косинусоидальный, а профиль кулачка построен по гармоническому закону:

$$x_k = \frac{S}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\alpha} \beta\right). \quad (2)$$

Подставим в (1) значения x_k из (2):

$$m\ddot{x} = c \left[\frac{S}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\alpha} \beta\right) - x \right]. \quad (3)$$

После разделения переменных получим:

$$\ddot{x} + k^2 x = \frac{k^2 S}{2} (1 - \cos C), \quad (4)$$

где $k^2 = \frac{c}{m}$.

Для уравнения (4) полное решение будет:

$$y = y_1 + y_2, \quad (5)$$

где y_1 – общее решение, y_2 – частное решение.

Последнее можно найти в виде:

$$y_2 = A + B \cos \frac{\pi}{\alpha} \beta, \quad (6)$$

$$\dot{y} = -B \cos \frac{\pi^2}{\alpha^2} \omega^2 \cos \frac{\pi}{\alpha} \beta, \quad (7)$$

в нашем случае $\dot{\beta} = \omega$.

Подставим в уравнение (4) значения (6) и (7):

$$y = A \sin n\alpha + B \cos n\alpha + \frac{S}{2} \left[1 - \frac{\cos \frac{\pi}{\alpha} \beta}{1 - \left(\frac{\pi}{\alpha n}\right)^2} \right], \quad (8)$$

где A и B – произвольные постоянные.

Начальные условия движения принимаем следующие: при $\beta = 0, \dot{y} = 0, y = 0$.

Тогда

$$A = 0; B = -\frac{S}{2} \left[1 - \frac{1}{1 - \left(\frac{\pi}{\alpha n}\right)^2} \right]. \quad (9)$$

Подставим значения A и B в (8) и получим:

$$y = \frac{S}{2} - \frac{S}{2} \frac{1}{1 - \left(\frac{\pi}{\alpha n}\right)^2} \left[\cos \frac{\pi}{\alpha} \beta - \left(\frac{\pi}{\alpha n}\right)^2 \cos n\beta \right], \quad (10)$$

$$\dot{y} = \frac{h}{2} \frac{1}{1 - \left(\frac{\pi}{\alpha n}\right)^2} \left[\frac{\pi}{\alpha} \omega \sin \frac{\pi}{\alpha} \beta - \left(\frac{\pi}{\alpha n}\right)^2 n \omega \sin n\beta \right], \quad (11)$$

$$\ddot{y} = \frac{h}{2} \frac{\left(\frac{\pi \omega}{\alpha}\right)^2}{1 - \left(\frac{\pi}{\alpha n}\right)^2} \left(\cos \frac{\pi}{\alpha} \beta - \cos n\beta \right). \quad (12)$$

Из формул (9)–(12) видно, что параметры движения верхнего конца толкателя зависят от его жесткости и от заданного угла α , на котором происходит подъем толкателя. Можно подобрать значение n , при котором значение ускорения в конце участка подъема будет равно нулю или будет максимальным. Из равенств (9)–(12) видно, что в конце участка подъема перемещения верхнего и нижнего концов толкателя равны между собой и равны S , скорость и рывок верхнего конца толкателя равны нулю.

Список использованных источников

1. Березовский, Б. Я. Справочник по элементарной математике и физике. – 9-е изд. – Минск, 1966. – 200 с.