

РАЗДЕЛ 3

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

3.1 Математика и информационные технологии

УДК 687.05-52

ОПТИМИЗАЦИЯ МОМЕНТА КРУЧЕНИЯ ПО ВЕЛИЧИНЕ ВХОДНОГО УСКОРЕНИЯ ВАЛА ШАГОВОГО ДВИГАТЕЛЯ В ШВЕЙНОМ ПОЛУАВТОМАТЕ

Статковский Н.С., ст. преп., Фёдоров В.П., студ.

*Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь*

Реферат. В статье исследуется момент кручения в динамической системе «шаговый двигатель – швейный полуавтомат». В такой системе входное ускорение периодически повторяется и сопровождающие колебания существенно влияют на динамический процесс. В статье найдена формула входного ускорения вала шагового двигателя в классе многочленов второй степени, для которого момент кручения системы принимает максимально допустимые значения.

Ключевые слова: момент кручения, задача Коши, критическая кривая момента шагового двигателя, огибающая семейства кривых.

На импульсный шаговый двигатель подается ускорение $\varphi_0''(t)$ вращения вала двигателя. Через исполнительный механизм вращение вала преобразуется в перемещение каретки швейной машины. На выходе получим угол $\varphi_1(t)$. Шаговый двигатель работает в режиме «старт-стоп», поэтому основные нагрузки на исполнительный механизм – динамические, которые возникают при ускоренном движении.

Возникающий в исполнительном механизме момент кручения $M_{кр}$ гасит подаваемую угловую скорость.

Обозначим разность углов $\theta(t) = \varphi_1(t) - \varphi_0(t)$ – динамическая ошибка.

Уравнение для функции $\theta(t)$ имеет вид

$$\theta''(t) + 2n\theta'(t) + (k^2 + n^2)\theta(t) = -\varphi_0''(t) \quad (1)$$

Рассмотрим конкретную систему с заданными коэффициентами:

$n = 121,6$ – коэффициент, учитывающий диссипативные свойства системы.

$k = 15388$ – собственная частота колебаний системы с учетом сил сопротивления (Гц).

Исследуем уравнение (1) на длине одного стяжка 1 мм, на промежутке времени разгона двигателя $[0; t_p]$, где $t_p = 0,01(c)$. Момент кручения вычисляется по формуле

$$M_{KR}(t) = -c \cdot \theta(t) - b \cdot \theta''(t), \quad (2)$$

где $c = 16337.6$ – жесткость передаточного механизма (Н·м), $b = 0.01678$ – коэффициент демпфирования (вязкого сопротивления) (Па·с).

Одна из характеристик шагового двигателя – ограничение на момент кручения системы – критическая кривая момента двигателя. Критическая кривая для двигателя ДШИ 200-3 имеет вид

$$Krit(\omega) = 0.646 - 0.0054\omega + 0.0000196\omega^2, \quad (3)$$

где ω – угловая скорость двигателя.

Для каждого значения угловой скорости $\omega = \omega(t) = \varphi_0'(t)$ эта кривая указывает максимальное допустимое значение момента кручения $M_{KR}(t)$ системы. Для произвольно заданного входного ускорения $\varphi_0''(t)$ возможны три случая.

Если момент кручения системы меньше значения критической кривой двигателя на промежутке $[0; t_p]$, то получим недобор угла вращения и, следовательно, недобор производительности системы.

Если существуют моменты времени на промежутке $[0; t_p]$, в которые момент кручения системы попадает в запрещенную зону – выше критической кривой, то в первый из таких моментов времени двигатель останавливается и система прекращает работу.

Если входное ускорение подобрано так, что система получает максимально допустимый момент кручения, то система работает с максимальной возможной производительностью.

Требуется найти закон входного ускорения $\varphi_0''(t)$, наиболее близкий к оптимальному.

Входное ускорение будем находить в виде многочлена второй степени $\varphi_0''(t) = a_2 t^2 + a_1 t + a_0$, где a_0, a_1, a_2 – неизвестные действительные числа.

В правую часть уравнения (1) подставим значение $\varphi_0''(t)$. Получим уравнение

$$\theta''(t) + 2n\theta'(t) + (k^2 + n^2)\theta(t) = -(a_2 t^2 + a_1 t + a_0). \quad (4)$$

Требуется решить это уравнение при начальных условиях

$$\theta(0) = 0, \quad \theta'(0) = 0. \quad (5)$$

Решение задачи Коши (4), (5) имеет вид $\theta = \theta(t, a_0, a_1, a_2)$, где a_0, a_1, a_2 – неизвестные коэффициенты, которые нужно подобрать так, чтобы система получила максимально допустимый момент кручения на промежутке времени $[0; t_p]$.

Решение задачи Коши (4), (5) выполнено с помощью СКМ Maple. Получено решение

$$\theta(t, a_0, a_1, a_2) = e^{-nt} (A(a_0, a_1, a_2) \cdot \cos kt + B(a_0, a_1, a_2) \cdot \sin kt) + C(a_0, a_1, a_2),$$

где $A(a_0, a_1, a_2) = -0,3566 \cdot 10^{-16} a_2 - 0,4337 \cdot 10^{-14} a_1 + 0,4223 \cdot 10^{-8} a_0$,

$$B(a_0, a_1, a_2) = -0,8454 \cdot 10^{-18} a_2 + 0,2744 \cdot 10^{-12} a_1 + 0,3337 \cdot 10^{-10} a_0,$$

$$C(a_0, a_1, a_2) = (-0,4222 \cdot 10^{-8} t^2 + 0,8669 \cdot 10^{-10} t + 0,3565 \cdot 10^{-16}) a_2 + (0,4337 \cdot 10^{-14} - 0,4223 \cdot 10^{-8} t) a_1 - 0,4223 \cdot 10^{-8} a_0.$$

Найденное решение $\theta(t, a_0, a_1, a_2)$ подставим в (2). Получим выражение для момента кручения $M_{KR}(t, a_0, a_1, a_2)$, которое можно привести к виду

$$M_{KR}(t, a_0, a_1, a_2) = e^{-nt} (U(a_0, a_1, a_2) \cdot \cos kt + V(a_0, a_1, a_2) \cdot \sin kt) + W(t, a_0, a_1, a_2) \quad (6)$$

где $U(a_0, a_1, a_2) = 0,46 \cdot 10^{-14} a_2 - 0,448 \cdot 10^{-8} a_1 + 0,00054 a_0$,

$$V(a_0, a_1, a_2) = 0,58 \cdot 10^{-12} a_2 + 0,21 \cdot 10^{-18} a_1 - 0,00007 a_0,$$

$$W(a_0, a_1, a_2) = (0,00007 t^2 - 0,5 \cdot 10^{-18} t - 0,58 \cdot 10^{-12}) a_2 + (0,00007 t - 0,21 \cdot 10^{-18}) a_1 + 0,00007 a_0.$$

Преобразуем периодическую часть выражения (6):

$$M_{KR}(t, a_0, a_1, a_2) = e^{-nt} \left(\sqrt{U^2(a_0, a_1, a_2) + V^2(a_0, a_1, a_2)} \cdot \cos k(t - t_0) \right) + W(t, a_0, a_1, a_2) \quad (7)$$

где $t_0 = \arctg(V(a_0, a_1, a_2)/U(a_0, a_1, a_2))$.

В равенстве (7) заменим $\cos k(t - t_0)$ единицей. Получим функцию

$$Ogib(t, a_0, a_1, a_2) = e^{-nt} \sqrt{U^2(a_0, a_1, a_2) + V^2(a_0, a_1, a_2)} + W(t, a_0, a_1, a_2).$$

Функция $Ogib(t, a_0, a_1, a_2)$ является верхней огибающей графика момента кручения (7).

Критическую кривую двигателя (3) приведем к переменной t . Для этого запишем угловую скорость через переменную t .

$$\omega(t) = \varphi'(t) = \int_0^t \varphi''(z) dz = a_2 \frac{t^3}{3} + a_1 \frac{t^2}{2} + a_0 t$$

Получим

$$Krit(t, a_0, a_1, a_2) = 0.646 - 0.0018 a_2 t^3 - 0.0027 a_1 t^2 - 0.0054 a_0 t + 0.000019 \cdot (0.333 a_2 t^3 + 0.5 a_1 t^2 + a_0 t)^2$$

Минимизируем по параметрам a_0, a_1, a_2 функцию

$$f(t, a_0, a_1, a_2) = \text{Krit}(t, a_0, a_1, a_2) - \text{Ogib}(t, a_0, a_1, a_2)$$

с дополнительным условием $f(t, a_0, a_1, a_2) \geq 0$.

В результате вычислений получены оптимальные значения неизвестных параметров

$$a_0 = 4681.39, \quad a_1 = 202412.03, \quad a_2 = -0.36 \cdot 10^8.$$

Для этих значений a_0, a_1, a_2 на промежутке времени разгона двигателя $[0; t_p]$ верхняя огибающая $\text{Ogib}(t, a_0, a_1, a_2)$ момента кручения $M_{\text{кр}}(t, a_0, a_1, a_2)$ исполнительного механизма максимально близко приближается к критической кривой момента двигателя $\text{Krit}(t, a_0, a_1, a_2)$ и система шаговый двигатель – швейный полуавтомат работает с максимальной возможной производительностью.

Абсолютная погрешность приближения функции $\text{Ogib}(t, a_0, a_1, a_2)$ к функции $\text{Krit}(t, a_0, a_1, a_2)$ на промежутке $[0; t_p] = [0; 0,01]$ вычислена с помощью оператора maximize и равна

$$\max_{t \in [0; 0,01]} (\text{Krit}(t) - \text{Ogib}(t)) = 0,0135.$$

Вывод. В результате исследований получен и опробован на конкретных вычислениях метод оптимизации сопровождающих колебаний (момента кручения) для динамической системы шаговый двигатель – швейный полуавтомат.

Список использованных источников

1. Вульфсон, И. И. Колебания машин с механизмами циклового действия / И. И. Вульфсон. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отделение, 1990. – 309 с.
2. Динамика машин и управление машинами. Справочник / Г. В. Крейн [и др.] ; под ред. Г. В. Крейна. – М: Машиностроение, 1988. – 240 с.

УДК 004.34:334

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРТФЕЛЯ ИНВЕСТИЦИЙ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ БЮДЖЕТЕ

Вардомацкая Е.Ю., ст. преп., Моисеенко М., студ.

*Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь*

Реферат. В статье рассмотрена математическая модель формирования оптимального инвестиционного портфеля по критерию максимизации общей чистой приведенной стоимости (NPV) с предварительным ранжированием по индексу рентабельности (PI) в условиях ограниченного бюджета.

Ключевые слова: математическая модель, инвестиционный портфель, чистая приведенная стоимость, индекс рентабельности, линейное программирование, линейная оптимизация, табличный процессор, надстройка «Поиск решения».

В специализированной экономической литературе понятие «инвестиционный портфель» применяется достаточно широко. С одной стороны, под этим понятием подразумевается совокупность инвестиционных проектов, которые после первоначального вложения некоторых средств со временем должны приносить определенный доход, с другой стороны, – совокупность ценных бумаг – облигаций, акций, активов предприятий, которые также должны обеспечивать будущую доходность для владельца.

По определению И. А. Бланка [1], инвестиционный портфель – это «целенаправленно сформированная совокупность финансовых инструментов, предназначенных для осуществления финансового инвестирования в соответствии с разработанной инвестиционной политикой».

Оптимизация инвестиционного портфеля подразумевает достижение целей инвестирования путем определения соотношения отдельных объектов инвестирования с учетом имеющихся инвестиционных ресурсов. Наиболее часто оптимизация инвестирования выполняется по таким критериям, как увеличение доходности инвестиционного портфеля и (или) снижение рисков инвестиционного портфеля.