О РАСЧЕТЕ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ГЕЛЕНКА НА ПРОЧНОСТЬ

Горбачик В.Е.

В настоящее время проектирование геленков, как правило, ведется на основе данных многолетней практики и личного опыта модельеров без достаточного обоснования их формы и размеров, что зачастую приводит к нерациональным конструктивным решениям и вызывает их частые поломки. Поэтому разработка методики расчета геленков на прочность является весьма актуальной задачей.

При разработке методики расчета геленков на прочность в первую очередь необходимо составить и обосновать расчетную схему их нагружения.

Геленок представляет собой балку с изогнутой осью, т.е.линия, проходящая через центры тяжести поперечных сечений, является кривой. Кривизна геленка определяется продольным профилем колодок и зависит от высоты каблука.

В то же время, из теории сопротивления материалов известно, что напряжение в брусьях малой кривизны, у которых радиус оси R велик по сравнению с высотой поперечного сечения h, т.е. R/h больше или равно 5, с достаточной для практики точностью можно определять по формулам для прямых брусьев [1].В геленках для обуви с высотой каблука от 20 до 80 мм радиусы кривизны осей R соответственно равны 170-90 мм, а высота сечения h в месте нахождения ребра жесткости колеблется от 2,5 до 4,3 мм, т.е. отношение R/h гораздо больше 5. Следовательно, в расчетной схеме изогнутую ось геленка можно заменить прямой осью, т.е.рассматривать геленок как прямую балку.

Необходимо также схематизировать опорные части геленка, заменяя действительную конструкцию наиболее приближающейся к ней схемой. В обуви геленок опирается по всей своей длине на гелечную часть подошвы или на картонный геленок и подошву. Учитывая это, можно представить всю систему, как балку на упругом основании с коэффициентом постели, изменяющимся по ее длине, что связано с неодинаковой жесткостью упругого основания.

Однако, принимая во внимание, что расчет балок на упругом основании требует знания коэффициентов податливости основания (постели), а их экспериментальное определение вызывает определенные трудности и если к тому же учесть, что они различны в разных участках балки, можно без больших погрешностей, идущих в запас прочности, в расчетной схеме опоры принять шарнирными.

Учитывая, что защемление пяточного конца геленка в обуви более жесткое, в расчетной схеме на этом конце балки принята шарнирно-неподвижная опора. Опора же пучкового конца представлена в виде шарнирно-подвижной, так как возможность смещения параллельно плоскости в этом месте значительно больше, чем в пяточном конце.

Действительная схема действия внешних сил на геленок в обуви неизвестна, а непосредственное определение ее экспериментальным путем вызывает определенные затруднения. В то же время анализ взаимодействия стопы с обувью показывает, что реальные нагрузки, действующие на геленок, можно заменить более простой и удобной для расчета схемой.

Изучение характера напряженного состояния балки-геленка в обуви [2] показало, что при одевании обуви на ногу в результате деформации деталей низа на геленок действуют силы, изгибающие его в сторону стопы, а в сечениях геленка возникают отрицательные изгибающие моменты и напряжения. Эти напряжения имеют небольшую величину и уменьшаются в процессе ее эксплуатации за счет разнашивания и приформовывания обуви к стопе.Следовательно, при расчетах геленков на прочность силы, действующие на геленок при одевании обуви на стопу, можно не учитывать (в запас прочности).

При стоянии на геленок действует нагрузка со стороны наружного свода стопы.При этом давление от костного скелета стопы передается на опору через мягкие ткани, которые рассредотачивают его по поверхности опоры. Это дает основание при составлении расчетной схемы принять, что на геленок со стороны стопы при стоянии действует распределенная нагрузка. Необходимо также учесть, что нагрузка со стороны стопы действует не перпендикулярно оси геленка, а под некоторым углом, величина которого зависит от высоты каблука обуви. Следовательно, в тех конструкциях, где металлический геленок скрепляется блочками с картонным геленком, который в свою очередь прочно склеивается со стелькой, на геленок кроме распределенной нагрузки, перпендикулярной его оси, будут действовать и продольные силы. В этом случае полные нормальные напряжения σ в сечениях геленка должны определяться как

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{W},$$

где N - продольная сила;

F - площадь поперечного сечения геленка;

M - изгибающий момент в сечении геленка;

W - момент сопротивления данного сечения.

Сравним по величине оба слагаемых полного нормального напряжения. Величину продольной силы N можно ориентировочно определить представив нагрузку, действующую на геленочную часть обуви в виде сосредоточенной силы

$$P = \int_0^l q(x)dx.$$

Тогда, $N = P * \sin\alpha$, где α - угол подъема пяточной части стопы. Ранее было установлено [3], что общая нагрузка, действующая на геленочную часть обуви P составляет примерно 13% веса тела человека, приходящего на одну ногу. Величина угла для обуви с высотой каблука 60мм будет равна 21°. Учитывая, что средняя масса испытуемых при исследовании напряженного состояния металлического геленка [2] была равна 60 кг, нормальные напряжения в сечениях балки - геленка от действия продольной силы в этом случае будут равны

$$\sigma_N = \frac{N}{F} = \frac{60*9{,}8*13}{2*100*2*10^{-5}} \sin 21^0 \approx 0{,}7\,\text{МПа}.$$

Размеры поперечного сечения балки-геленка взяты из работы [2].

Величина же напряжений в сечениях балки-геленка от изгибающего момента колеблется от 15 до 54 МПа [2]. Следовательно, напряжения от продольной силы составляют всего 1,5-5,0% от напряжений, возникающих в сечениях геленка от изгибающего момента, и ими можно пренебречь.

Таким образом, расчетную модель геленка в обуви можно представить в виде прямой палки, лежащей на шарнирно-неподвижной и шарнирно-подвижной опорах и нагруженной только распределенной нагрузкой, интенсивность которой меняется по длине балки. Зная же распределение напряжений по длине балки-геленка, можно определить закон изменения интенсивности нагрузки, используя дифференциальную зависимость между изгибающим моментом и интенсивностью распределенной нагрузки [1]

$$q(x) = \frac{d^2 M_x}{dX^2}, \qquad M_x = \frac{\sigma_x I}{Y_{\max}},$$

где M_x - изгибающий момент в сечении балки;

σ_x - напряжение в сечении балки;

I - момент инерции данного сечения;

y_{max} - расстояние от нейтральной оси до наиболее удаленной точки сечения.

Таким образом, задача сводится к нахождению зависимости

$$\sigma_x = f(x)$$

Для этого были использованы экспериментальные данные, полученные при изучении характера напряженного состояния балки-геленка в обуви [2]. При этом исходными предпосылками корреляционно-регрессионного анализа, как известно, являются нормальность распределения зависимой переменной при каждом фиксированном значении аргумента и неизменность величины дисперсии зависимой переменной при изменении аргумента.

Проверка гипотезы нормальности распределения проводилась по совокупности малых выборок [4] и показала, что при каждом фиксированном значении аргумента X распределение зависимой переменной σ_i подчиняется нормальному закону.

Статистическая проверка однородности ряда дисперсии с помощью критерия К охрана [5] показала незначимость расхождений между ними.

Исследуемая зависимость $\sigma = f(x)$ аппроксимировалась полиномом вида

$$\sigma_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n .$$

Степень и коэффициенты аппроксимирующего полинома определялись по данным выборки путем последовательных уточнений по методу наименьших квадратов. В качестве критерия прекращения вычислений рассматривалась дисперсия

$$Д = \frac{1}{k-n-1} \sum_{i=1}^{k} (\overline{\sigma}_i - a_0 - a_1 x - \ldots - a_n x_i^{\ n})^2 ,$$

где k - количество точек с координатами x_i и σ_i;

n - степень полинома.

Значимость различия между $Д_{n+1}$ и $Д_n$ проверялась по критерию Фишера [5].

Все расчеты были выполнены на ЭВМ М-220 с использованием стандартной программы.

Сравнение результатов аппроксимации зависимости $\sigma = f(x)$ полиномами 2, 3 и 4-ой степени показало, что зависимость между напряжениями в сечениях балки-геленка и длиной балки может быть выражена уравнением регрессии вида

$$\sigma_x = -96{,}26 + 178{,}57X + 0{,}4296X^2 - 2{,}2068X^3,$$

где X - расстояние от пучкового конца балки-геленка до рассматриваемого сечения, см;

σ_x - напряжение в сечениях балки-геленка, 10^{-1} МПа.

Зная закон изменения напряжений определим аналитическую зависимость изменения изгибающих моментов по длине балки-геленка

$$M_x = \frac{\sigma_x * bh^3}{12 * 0{,}5h} = -0{,}679 + 1{,}259X + 0{,}00303X^2 - 0{,}01556X^3.$$

Размеры балки взяты из работы [2]. Взяв вторую производную от изгибающего момента по длине балки получим закон изменения интенсивности распределенной нагрузки

$$q_{(x)} = \frac{d^2 M_x}{dx^2} = 0{,}00606 - 0{,}09336X.$$

Таким образом, интенсивность распределенной нагрузки меняется по длине балки по линейной зависимости.

Приравняв правую часть уравнения нулю, определим место пересечения линии нагрузки с осью балки. Это сечение будет расположено на расстоянии 0,06 см от начала координат, т.е. от места закрепления балки-геленка в пучковой части. Пренебрегая этой незначительной величиной в расчетной схеме можно принять, что на геленок действует сплошная распределенная нагрузка, интенсивность которой меняется по длине балки по закону треугольника.

ВЫВОД

В итоге получена расчетная схема нагружения геленка, использование которой позволит проводить их расчет на прочность и жесткость.

ЛИТЕРАТУРА

1.Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. - М.; Наука. Гл.ред.физ-мат.лит., 1986. -560 с.

2.Горбачик В.Е., Зыбин Ю.П. Исследование напряженного состояния металлического геленка в обуви. - Известия вузов. Технология легкой промышленности, 1977, N 1, с. 79-85.

3.Горбачик В.Е., Кульпина К.И., Зыбин Ю.П. Исследование распределения давления по плантарной поверхности стопы в обуви. - Известия вузов. Технология легкой промышленности, 1970, N 2, с.86-91.

4.Айвазян С.А. Статистическое исследование зависимостей. - Из-во "Металлургия", М.; 1968.

5.Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. - Из-во "Наука", М.; 1968.