О ТОЧНОМ РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА РАДИАЛЬНОЙ СЕТИ

А.П. Томкевич
Научный руководитель – О.А. Янушкевич
Белорусский национальный технический университет

Одним из приоритетных направлений в исследовании задач нелинейных электрических цепей является расчет установившегося режима, требующий решения соответствующей системы нелинейных алгебраических уравнений. К сожалению, в настоящее время в большинстве случаев используются лишь итерационные методы нахождения неизвестных параметров установившегося режима. Обычно такие методы предполагают большой объем вычислительных работ и не всегда являются сходящимися. В связи с этим стала актуальной проблема разрешимости задачи нахождения параметров установившегося режима, что напрямую связано с получением аналитического решения. Ранее [1, 2] предпринимались попытки найти аналитическое решение задачи путем сведения системы нелинейных алгебраических уравнений к параметрическому уравнению. Однако адекватность решения такого уравнения реальному режиму сети определяется выбором значений неизвестных параметров, что в большинстве случаев требует ряда вычислительных экспериментов. Позже [3] для системы уравнений установившегося режима одной линии электропередачи (ЛЭП) получено не только аналитическое решение, но и критерий его существования, что невозможно было сделать методами [1, 2]. Настоящая работа продолжает исследования [3] для случая радиальной сети, состоящей из двух последовательных ЛЭП.

В качестве физической модели линий для расчета режима используем П-образную схему замещения ЛЭП. Это позволяет распространить полученные результаты на линии различного исполнения (кабельные или воздушные) и всевозможных номинальных напряжений.

ЛЭП опишем при помощи направленного взвешенного графа, состоящего из трех узлов и двух ребер (рис. 1). Каждый узел характеризуется двумя параметрами мощностью $\underline{S}_i$ и напряжением $\underline{U}_i$, ($i=\overline{1,3}$). Ребро взвешено четырехмерными векторами ($r_{ik};x_{ik};g_{ik};b_{ik}$), $i=\overline{1,3}$, $k=\overline{1,3}$, компоненты которых будем считать известными величинами, не зависящими от параметров режима $\underline{S}_i$ и $\underline{U}_i$. Направление графа отражает положительное направление перетока мощности по ЛЭП (на рисунке от узла 1 к узлам 2 и 3).

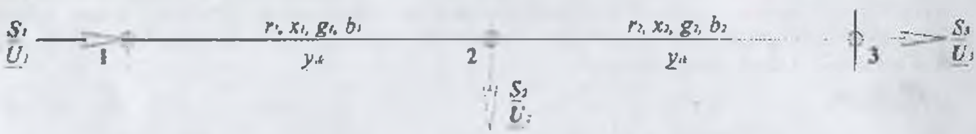

Рис. 1.

Для получения аналитического решения в качестве математической модели используем систему уравнений, полученную с помощью одного из электротехнических методов [4]. В зависимости от способа представления узлов сети система уравнений получается линейной или нелинейной. В случае известных параметров $\underline{S}_i$ и $\underline{U}_i$ одного из узлов рассматриваемой сети получается линейная система уравнений, решение которой приведено в [4]. В других случаях – система уравнений нелинейная и традиционно решается итерационными методами (Ньютона-Рафсона, Зейделя и др.), сходимость которых зависит от выбранного начального приближения и формы записи уравнений.

По аналогии с [3] рассмотрим математическую модель сети, полученную с помощью метода узловых напряжений. Отметим, что форма записи уравнений существенной роли не играет и зависит от известных и неизвестных параметров режима. В соответствии с основными положениями этого метода можно записать систему, в которой каждое уравнение соответствует узлу сети

$$\begin{cases} \overline{\underline{y}}_{11}\underline{U}_1\overline{\underline{U}}_1+\overline{\underline{y}}_{12}\underline{U}_1\overline{\underline{U}}_2=\underline{S}_1; \\ \overline{\underline{y}}_{21}\underline{U}_2\overline{\underline{U}}_1-\overline{\underline{y}}_{22}\underline{U}_2\overline{\underline{U}}_2+\overline{\underline{y}}_{23}\underline{U}_2\overline{\underline{U}}_3=\underline{S}_2; \\ \overline{\underline{y}}_{32}\underline{U}_3\overline{\underline{U}}_2+\overline{\underline{y}}_{33}\underline{U}_3\overline{\underline{U}}_3=\underline{S}_3. \end{cases} \qquad (1)$$

где $y_{ik}, i=\overline{1,3}, k=\overline{1,3}$ – собственные и взаимные проводимости узлов, зависящие от векторов веса ребра ($r_{ik}; x_{ik}; g_{ik}; b_{ik}$).

Узел 1 является балансирующим по мощности, т. е. известен комплекс напряжения $\underline{U}_1$ и неизвестна мощность $\underline{S}_1$. В узлах 2 и 3 считаем напряжения $\underline{U}_2$, $\underline{U}_3$ неизвестным, а нагрузки $\underline{S}_2$, $\underline{S}_3$ заданными постоянными мощностями.

В начале методами [3] из последних двух уравнений системы (1) выводим

$$\begin{cases} a_1U_2^4 + b_1U_3^4 + c_1U_2^2U_3^2 + d_1U_2^2 + e_1U_3^2 + f_1 = 0; \\ b_2U_3^4 + c_2U_2^2U_3^2 + e_2U_3^2 + f_2 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Будем искать модули неизвестных величин, а затем их аргументы. Путем несложных алгебраических преобразований нахождение модулей неизвестных напряжений сводится к решению нескольких уравнений второго или третьего порядка от одной действительной переменной. Строго говоря, U_2 легко вычисляем из второго уравнения системы (2) после нахождения U_3 из уравнения с одной действительной переменной четвертого порядка, полученного из (2). Последнее уравнение решается по методу Феррари [5], который понижает порядок уравнения с получением двух квадратных и одного кубического уравнения. В свою очередь корни кубического уравнения находятся по формулам Кардано.

Теперь исключим при помощи второго уравнения из третьего уравнения системы (2) произведение $\underline{U}_1\overline{\underline{U}}_2$

$$\overline{\underline{y}}_{32}(\overline{\underline{S}}_2 - \underline{y}_{21}\underline{U}_1\overline{\underline{U}}_2 - \underline{y}_{22}\underline{U}_2\overline{\underline{U}}_2) + \overline{\underline{y}}_{33}\underline{y}_{23}\underline{U}_3\overline{\underline{U}}_3 = \underline{S}_3\underline{y}_{23}.$$

Расписав мнимую и действительную часть нового уравнения, находим неизвестный аргумент ψ_2. Аналогично находится аргумент ψ_3 из второго уравнения системы (2).

И наконец, комплекс мощности $\underline{S}_1$ очевидным образом вычисляется из первого уравнения системы (1).

Если положить $\underline{S}_2$ = 0, то полученные точные решения системы (1) позволяют определять напряжение в любой точке ЛЭП при заданном установившемся режиме.

В заключении отметим, что указанный аналитический способ нахождения неизвестных параметров позволяет получить необходимые и достаточные условия существования установившегося режима рассматриваемой сети, а также указать число теоретически возможных установившихся режимов.

Литература.

1. Прокуроров Н. С. Общий метод решения системы нелинейных уравнений установившегося режима электроэнергетической системы. Электромеханика. №9. 1988. С. 13 – 16
2. Прокуроров Н. С. Аналитическое решение уравнений установившегося режима электроэнергетической системы. Электромеханика. №8. 1995. С. 57 – 60.
3. Томкевич А. П., Янушкевич О. А. О точном решении системы уравнений узловых напряжений в форме баланса мощности. Вестник БГПА. №1. 2002. С. 63 – 65.
4. Идельчик В.И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем.– М.: Энергоатомиздат, 1988.– 288 с.
5. Курош А. Г. Курс высшей алгебры – М.: Наука, 1968.– 431 с.

ИСТОЧНИК ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ НА ОСНОВЕ ЭЛЕКТРЕТНОГО ГЕНЕРАТОРА С ВРАЩАЮЩИМСЯ ЭКРАНОМ

О.А. Ермакова

Научный руководитель – В.А. Сычик

Белорусский национальный технический университет

Обзор литературы показал, что имеются общие сведения о возможности использования электретных структур при создании источников электроэнергии. Однако не приводятся решения