откуда получим r =-1,2,4. Непосредственно проверяем, что резонансные коэффициенты p_2 и p_4, а также φ_t являются независимыми и произвольными функциями от t.

В случае, когда α = 0, β ≠ 0, решение уравнения (10) будем искать в виде ряда

$$w = p_0\varphi^{-2} + p_1\varphi^{-1} + p_2 + p_3\varphi + \ldots + p_r\varphi^{r-2} + \ldots, \tag{18}$$

Подставляя ряд (18) в уравнение (10) получим $p_0 = \frac{2}{\beta}$, r = -1,2,6. Непосредственно проверяем, что резонансные коэффициенты p_2 и p_6, а также φ_t являются независимыми и произвольными функциями от t

Таким образом, для уравнения (10) выполнено необходимое условие наличия свойства Пенлеве. Аналогично проверяем, что для уравнения (11) – (13) выполнено необходимое условие наличия свойства Пенлеве, для уравнений (14) и (15) необходимое условие выполнено, если a = a(t) и для уравнения (16) — если a = a(t), $b_x = -\frac{a_{tt}}{a}$,

Теорема. Для уравнений (10) – (13) выполнено необходимое условие наличия свойства Пенлеве, для уравнений (14) и (15) выполнено необходимое условие наличия свойства Пенлеве, если a = a(t) и для уравнения (16) — если a = a(t), $b_x = -\frac{a_{tt}}{a}$,

Литература

1. Берёзкина Н. С., Мартынов И. П, Пронько В. А. О классификации уравнений в частных производных со свойством Пенлеве // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений. Труды Института математики НАН Беларуси. Минск. 2000 Том 6 С 31 – 33
2. Айнс Э. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Харьков: ГНТИ, 1939. – 719с.

ОПТИМИЗАЦИЯ БЛОЧНОГО РАЗБИЕНИЯ БИНАРНЫХ МАТРИЦ ПРИ ФАКТОРИЗАЦИИ

М.Г. Соскунов

Научный руководитель - С.В. Мальцев

Полоцкий государственный университет

Базовой процедурой при выполнении ряда процедур цифровой обработки сигналов является вычисление произведения входной последовательности на опорную матрицу [1]. Для снижения числа требуемых арифметических операций используют факторизацию – разбиение исходной матрицы на слабозаполненные матрицы-сомножители [1,2].

При факторизации матриц размером $N \times N$ интерес представляет исследование зависимости сложности вычисления векторно-матричного произведения (ВМП) C от числа столбцов m в исходном блоке.

Определим оптимальный размер блоков для матрицы фиксированного размера $N \times N$. Для этого проведем математическое исследование функции, выражающее необходимое числа операций вычисления ВМП [3]:

$$C = K(m)\cdot\frac{N}{m} + N\cdot\left(\frac{N}{m} - 1\right), \tag{1}$$

где K - количество операций типа сложение/вычитание, необходимое для вычисления произведения отрезка входного вектора на матрицу блок.

Для анализа функции $C(m)$ воспользуемся зависимостью $K = f(m)$[3]:

Таблица 1 - Зависимость числа операций вычисления ВМП от числа столбцов в блоке

m	3	4	5	6	7	8	9	10
K	6	12	24	44	82	152	292	560

Очевидно, что между этими данными существует показательная зависимость $K = b \cdot e^{a m}$. К этому виду можно привести любую показательную зависимость $K = c^m \ (c > 0, c \neq 1)$, поскольку $c^m = \left(e^{\ln c}\right)^m = e^{v m}$, где $v = \ln c$. Прологарифмировав выражение $K = b \cdot e^{a m}$ по основанию 10 и введя необходимые обозначения, получим линейную зависимость:

$Y = \lg K, A = a \cdot \lg e, B = \lg b \quad Y = A \cdot m + B$.

Оценим коэффициент корреляции $\widetilde{r}_{xy}$ для данных табл.1 $\widetilde{r}_{xy} = \dfrac{\widetilde{K}_{xy}}{\widetilde{\sigma}_y \cdot \widetilde{\sigma}_x}$, где

$$\widetilde{K}_{xy} = \left(\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left((x_i - \widetilde{m}_x) \cdot (y_i - \widetilde{m}_y)\right)\right), \widetilde{D}_x = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \widetilde{m}_x)^2, \widetilde{D}_y = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \widetilde{m}_y)^2$$

$$\widetilde{\sigma}_x = \sqrt{\widetilde{D}_x}, \widetilde{\sigma}_y = \sqrt{\widetilde{D}_y}, \widetilde{m}_x = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i, \widetilde{m}_y = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i, x = m, y = \lg K$$

$\widetilde{r}_{xy} = 0.98$

Коэффициент корреляции указывает на сильную линейную зависимость между m и $\lg K$

Для определения коэффициентов A и B воспользуемся методом наименьших квадратов, применив нормальную систему уравнений [4]:

$$\begin{cases} A \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i^2 + B \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i = \sum_{i=1}^{n} (m_i \cdot \lg K_i); \\ A \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i + n \cdot B = \sum_{i=1}^{n} \lg K_i. \end{cases}$$

Отсюда: $A = 0.28, B = -0.04$, $a = \dfrac{a}{\lg e} = 0.642, \quad b = 10^B = 0.912$.

Следовательно, зависимость между K и m выражается выражением:

$$K = 0.91 \cdot e^{0.64 \cdot m} = 0.91 \cdot \left(2^{\log_2 e}\right)^{0.64 \cdot m} = 0.91 \cdot 2^{0.93 \cdot m}. \tag{2}$$

Подставляя зависимость (2) в выражение (1), получим:

$$C = \frac{0.91 \cdot 2^{0.93 \cdot m}}{m} + \frac{N^2}{m} - N. \tag{3}$$

Продифференцировав выражение (3), определим нули производной C'_m:

$$(0.59 \cdot m - 0.91) \cdot 2^{0.93 \cdot m} = N. \tag{4}$$

Прологарифмируем выражение (4) по основанию e, получим

$\ln(0.59 \cdot m - 0.91) + 0.93 \cdot m \cdot \ln 2 = \ln N$.

Для приближения функции $\ln(0.59 \cdot m - 0.91)$ многочленом наилучшего равномерного приближения первой степени $r \cdot m + q$ на промежутке $m \in [3,10]$ воспользуемся теоремой Чебышева [5]:

$f(x_i) - Q_n(x_i) = \alpha \cdot (-1)^i \cdot \|f(x) - Q_n(x)\|$

Обозначим $L = \|f(x) - Q_r(x)\|$

Для исследуемой функции:

$$\begin{cases} \ln(0.59 \cdot m_1 - 0.91) - r \cdot m_2 - q = -L \\ \ln(0.59 \cdot m_2 - 0.91) - r \cdot m_2 - q = L \\ \ln(0.59 \cdot m_3 - 0.91) - r \cdot m_3 - q = -L \\ \dfrac{0.59}{0.59 \cdot m_2 - 0.91} - r = 0 \end{cases} \tag{5}$$

где $m_1 = 3, m_3 = 10$.

Из выражения (5) получаем: $r = 0.25, q = -0.72$.

Учитывая что $\ln N = \ln 2 \cdot \log_2 N$

$0.9 \cdot m = 0.72 + 0.69 \cdot \log_2 N$, отсюда $m = 0.78 \cdot \log_2 N + 0.8$

Оптимальное количество столбцов в блоке определяется как:

$$m = 0.78 \cdot \log_2 N + 0.8 \tag{6}$$

Полученное выражение подтверждается, представленной в [3] графической зависимостью сложности вычисления ВМП от числа столбцов в матрице-блоке.

Литература.

1. Лосев В.В. Микропроцессорные устройства обработки информации. Алгоритмы цифровой обработки: Учеб. пособие для вузов -Мн.: Высш.шк.,1990.-132с.
2. Крот А.М., Минервина Е.Б. Быстрые алгоритмы и программы цифровой спектральной обработки сигналов и изображений. – Мн.. Наука и техника.1995. – 407с.
3. Цифровая обработка информации и управление в чрезвычайных ситуациях // Материалы II-ой Меж. конф. / ИТК НАН Беларуси. - Минск. 28-30 ноября 2000г. - Т.1 – С.25-30.
4. Справочник по высшей математике/ А.А.Гусак, Г.М.Гусак, Е.А.Бричикова. -3-е изд., стереотип. Мн.: ТетраСистемс, 2001.- 640с.
5. Численные методы в задачах и упражнениях. Учеб. пособие./Под ред. В.А.Садовничего-М.: Высш.шк.2000.-190с

КИНЕМАТИКА ПЕРЕДАТОЧНОГО МЕХАНИЗМА

Д.Л. Василенко

Научный руководитель – В.Ф. Коренский

Полоцкий государственный университет

Аналитическая кинематика простых механизмов разработана в достаточной мере и приводится в работах [1], [2] и др. Недостаток разработанных методов состоит в том, что по мере усложнения передаточного механизма неизмеримо возрастает и их сложность.

Рассмотрим кинематику передаточного механизма машины.

Передаточный механизм машины можно получить последовательным соединением механических преобразователей движения двигателя в движение рабочих органов.

Известно [3], что при преобразовании вращательного движения последовательным рядом зубчатых механизмов, общее передаточное отношение ряда определяется как произведение передаточных отношений составляющих механизмов. Обобщая этот результат можно утверждать, что при последовательном соединении в ряд любых механизмов передаточная функция ряда получается как произведение передаточных функций механизмов, составляющих ряд, поскольку для ряда:

$$\frac{q'_{вх}}{q'_{вых}} = \frac{q'_{вх}}{q'_1} \cdot \frac{q'_1}{q'_2} \cdot \ldots \cdot \frac{q'_n}{q'_{вых}} \tag{1}$$