для всех ограниченных прямоугольников $P = [x_1, x_2] \times [t_1, t_2] \subset S$ и любой функции $f \in C^{2,1}_{x,t}(P)$ такой, что $f(x_1, t) = f(x_2, t) = 0$ при $t \in [t_1, t_2]$.

Определение 2. *Функцию $u(x,t)$ назовем обобщенным решением задачи Коши (1), (2) в S, если она является обобщенным решением уравнения (1) в S, непрерывна в $\bar{S}$, и выполнено условие (2).*

Качественное поведение решений задачи Коши (1), (2) для многомерного случая с $b = 0$ изучалось в [1]. Случай $n = (m + p)/2$ в терминах теории управления рассматривался в [2].

Целью настоящего доклада является исследование условий, при которых в каждой точке $x \in R$ обобщенное решение задачи Коши (1), (2) обращается в ноль за конечное время.

Определим класс K неотрицательных функций, удовлетворяющих в произвольной полуполосе $S_T^+ = [0,+\infty) \times [0,T]$ неравенству

$$\varphi(x,t) \le M(\alpha + x)^k, \quad 0 \le k < 1/(n-1) \tag{3}$$

Постоянные $M > 0$, $\alpha \ge 0$ и k в (3) могут зависеть от T и функции $\varphi(x,t)$.

Теорема 1. *Пусть $u_0(x) \in \mathrm{K}$. Тогда в S существует обобщенное решение задачи Коши (1), (2) $u(x,t) \in \mathrm{K}$. Обобщенное решение единственно в классе функций K.*

Теорема 2. *Пусть для начальной функции выполнено неравенство*

$$u_0(x) \le Ax^{1/(n-p)} + \beta(x) \quad \text{при } x \ge 0, \tag{4}$$

где $\beta(x) \ge 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \beta(x)/x^{1/(n-p)} = 0$, и $0 \le A < [c(n-p)/(bn)]^{1/(n-p)}$. Тогда в любой точке $y \in R$ обобщенное решение задачи Коши (1), (2) из класса K обращается в ноль за конечное время

Отметим, что в теореме 2 не требуется никаких ограничений на рост начальных данных при $x \to -\infty$.

Показана определенная точность теорем 1 и 2.

Литература.

1. Гладков А.Л. О поведении решений некоторых квазилинейных параболических уравнений со степенными нелинейностями // Мат. сборник. 2000. Т.191. № 3. С.25-42.

2. Храмцов О.В. Относительная стабилизация одного нелинейного вырождающегося параболического уравнения // Дифференциальные уравнения. 2001. Т 37. № 12. С.1650-1654.

О НЕКОТОРЫХ УРАВНЕНИЯХ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Е.Е. Кулеш

Научный руководитель – И.П. Мартынов

УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»

В работе [1] было отмечено, что для наличия свойства Пенлеве у дифференциального уравнения в частных производных

$$A(w) = w_t, \tag{1}$$

где A – нелинейный оператор дифференцирования по x, w = w(x,t), необходимо наличие данного свойства у соответствующего ему обыкновенного дифференциального уравнения

$$A(w) = 0, \tag{2}$$

где t можно считать параметром. В связи с этим для получения классов дифференциальных уравнений в частных производных со свойством Пенлеве для обыкновенного дифференциального уравнения со свойством Пенлеве (2) строим соответствующее ему дифференциальное уравнение в частных производных (1) и проверяем его на наличие указанного свойства.

В работе [2] приведены обыкновенные дифференциальные уравнения со свойством Пенлеве:

$$w'' = \frac{w'^2}{w} + \alpha w^3 + \beta w^2 + \gamma + \frac{\delta}{w}, \tag{3}$$

$$w'' = \frac{3}{4}\frac{w'^2}{w} + 3w^2, \tag{4}$$

$$w'' = \frac{1}{2}\frac{w'^2}{w} + 4w^2, \tag{5}$$

$$w'' = \frac{1}{2}\frac{w'^2}{w} + 4w^2 + 2w, \tag{6}$$

$$w'' = \frac{w'^2}{w} + \frac{w'}{w} + aw^2, \tag{7}$$

$$w'' = \frac{w'^2}{w} + w^3 - aw^2, \tag{8}$$

$$w'' = \frac{w'^2}{w} + (aw + \frac{b}{w})w' - b', \tag{9}$$

где α, β, γ, δ – постоянные, $a = a(x)$, $b = b(x)$.

Рассмотрим для уравнений (3) – (9) соответствующие им дифференциальные уравнения в частных производных:

$$(ww_{xx} - w_x^2 - \alpha w^4 - \beta w^3 - \gamma w)_x = w_t, \tag{10}$$

$$(2ww_{xx} - \frac{3}{2}w_x^2 - 6w^3)_x = w_t, \tag{11}$$

$$(ww_{xx} - \frac{1}{2}w_x^2 - 4w^3)_x = ww_t, \tag{12}$$

$$(ww_{xx} - \frac{1}{2}w_x^2 - 4w^3 - 2w^2)_x = ww_t, \tag{13}$$

$$(ww_{xx} - w_x^2 - w_x - aw^3)_x = w_t, \tag{14}$$

$$(ww_{xx} - w_x^2 - w^4 + aw^3)_x = w_t, \tag{15}$$

$$(ww_{xx} - w_x^2 - aw^2 w_x - bw_x + b_x w)_x = w_t, \tag{16}$$

где будем считать $\alpha = \alpha(t)$, $\beta = \beta(t)$, $\gamma = \gamma(t)$, $a=a(x,t)$, $b=b(x,t)$.

Будем искать решение уравнения (10) при $\alpha \neq 0$ в виде ряда

$$w = p_0\varphi^{-1} + p_1 + p_2\varphi + \ldots + p_r\varphi^{r-1} + \ldots, \tag{17}$$

где $\varphi_x = 1$, $p_k = p_k(t)$, $k = 0,1,\ldots$ Подставляя ряд (17) в уравнение (10) получим для p_0 уравнение $p_0^2\alpha - 1 = 0$, откуда $p_0 = \pm\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$, а для r – уравнение

$$p_0 r^3 - 5p_0 r^2 + (6p_0 - 4\alpha p_0^3)r + 16\alpha p_0^3 - 8p_0 = 0,$$

т. е. $r^3 - 5r^2 + 2r + 8 = 0$,

откуда получим $r = -1,2,4$. Непосредственно проверяем, что резонансные коэффициенты p_2 и p_4, а также φ_t являются независимыми и произвольными функциями от t.

В случае, когда $\alpha = 0$, $\beta \neq 0$, решение уравнения (10) будем искать в виде ряда

$$w = p_0\varphi^{-2} + p_1\varphi^{-1} + p_2 + p_3\varphi + \ldots + p_r\varphi^{r-2} + \ldots, \tag{18}$$

Подставляя ряд (18) в уравнение (10) получим $p_0 = \dfrac{2}{\beta}$, $r = -1,2,6$. Непосредственно проверяем, что резонансные коэффициенты p_2 и p_6, а также φ_t являются независимыми и произвольными функциями от t.

Таким образом, для уравнения (10) выполнено необходимое условие наличия свойства Пенлеве. Аналогично проверяем, что для уравнения (11) – (13) выполнено необходимое условие наличия свойства Пенлеве, для уравнений (14) и (15) необходимое условие выполнено, если $a = a(t)$ и для уравнения (16) — если $a = a(t)$, $b_x = -\dfrac{a_{tt}}{a}$.

Теорема. Для уравнений (10) – (13) выполнено необходимое условие наличия свойства Пенлеве, для уравнений (14) и (15) выполнено необходимое условие наличия свойства Пенлеве, если $a = a(t)$ и для уравнения (16) — если $a = a(t)$, $b_x = -\dfrac{a_{tt}}{a}$,

Литература

1. Берёзкина Н. С., Мартынов И. П, Пронько В. А. О классификации уравнений в частных производных со свойством Пенлеве // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений. Труды Института математики НАН Беларуси. Минск. 2000 Том 6. С 31 – 33
2. Айнс Э. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Харьков: ГНТИ, 1939. – 719с.

ОПТИМИЗАЦИЯ БЛОЧНОГО РАЗБИЕНИЯ БИНАРНЫХ МАТРИЦ ПРИ ФАКТОРИЗАЦИИ

М.Г. Соскунов
Научный руководитель - С.В. Мальцев
Полоцкий государственный университет

Базовой процедурой при выполнении ряда процедур цифровой обработки сигналов является вычисление произведения входной последовательности на опорную матрицу [1]. Для снижения числа требуемых арифметических операций используют факторизацию – разбиение исходной матрицы на слабозаполненные матрицы-сомножители [1,2].

При факторизации матриц размером $N \times N$ интерес представляет исследование зависимости сложности вычисления векторно-матричного произведения (ВМП) C от числа столбцов m в исходном блоке.

Определим оптимальный размер блоков для матрицы фиксированного размера $N \times N$. Для этого проведем математическое исследование функции, выражающее необходимое числа операций вычисления ВМП [3]:

$$C = K(m) \cdot \frac{N}{m} + N \cdot \left(\frac{N}{m} - 1\right), \tag{1}$$

где K - количество операций типа сложение/вычитание, необходимое для вычисления произведения отрезка входного вектора на матрицу блок.

Для анализа функции $C(m)$ воспользуемся зависимостью $K = f(m)$ [3]: