где $P_{no}(\xi_n, t)$ — полином аргумента ξ_n, $z_n(s) = \sin \pi n (s - \frac{1}{2}) l^{-1}$ — собственная функция задачи (3), которой соответствует собственное значение $\hat{\lambda}_n = \pi^4 n^4 l^{-4}$. Рассмотрим функцию отклонения срединной поверхности следующего вида:

$$\eta(s, \varphi) = m(\varphi)(l^2/4 - s^2), \tag{13}$$

Условия разрешимости краевых задач в виде(12) приводят к следующим результатам Получена формула для частоты

$$\omega_n(t) = \dot{q}_n(t) p_n(t) + H_n[p_n(t), q_n(t)], \tag{14}$$

$$H_n(p_n, q_n) = \sqrt{p_n^4 + \left(\frac{\pi^2 n^2}{p_n^2 l^2} + 2m(\varphi)\right)^2}, \tag{15}$$

система Гамильтона

$$\dot{q}_n = H_p \, \dot{p}_n = -H_q, \tag{16}$$

для отыскания функций p_n, q_n, уравнение Риккати

$$\dot{b}_n + H_{pp} b_n^2 - 2H_{pq} b_n + H_{qq} = 0, \tag{17}$$

для нахождения функций b_n, а также амплитудное уравнение для нахождения функций P_{no}.

Литература.

1. Михасев Г.И. Локализованные семейства изгибных волн в некруговой цилиндрической оболочке с косыми краями // Прикл. Мат. и мех. — 1996. — Т. 60, ?4. — С 635 — 643

2. Товстик П.Е. Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы. — М.: Наука. Физматлит, 1995. — 320 с.

О ЗАНУЛЕНИИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

С.А. Прохожий

Научный руководитель – А.Л. Гладков

Витебский государственный университет им. П.М.Машерова

Рассматривается задача Коши для уравнения

$$u_t = a(u^m)_{xx} + b(u^n)_x - cu^p, \qquad (x,t) \in R \times (0, +\infty), \tag{1}$$

с начальными данными

$$u(x,0) = u_0(x), \qquad x \in R, \tag{2}$$

где $n > m > 1 > p$, a, b, c – положительные действительные числа, $u_0(x)$ – неотрицательная непрерывная функция, которая может расти на бесконечности.

Как хорошо известно, в силу вырождения уравнения (1) при $u = 0$ задача Коши (1), (2) может не иметь классического решения даже при гладких начальных данных.

Введем понятие обобщенного решения задачи Коши (1), (2). Обозначим $B_h = \{x \in R : |x| < h\}$ $(0 < h < +\infty)$.

Определение 1. *Неотрицательную непрерывную в S функцию $u(x,t)$ назовем обобщенным решением уравнения (1) в S, если $u(x,t)$ удовлетворяет интегральному тождеству*

$$\iint_P (uf_t + au^m f_{xx} - bu^n f_x - cu^p f)\,dxdt - \int_{x_1}^{x_2} uf \Big|_{t_1}^{t_2} dx - \int_{t_1}^{t_2} au^m f_x \Big|_{x_1}^{x_2} dt = 0$$

для всех ограниченных прямоугольников $P = [x_1, x_2] \times [t_1, t_2] \subset S$ и любой функции $f \in C^{2,1}_{x,t}(P)$ такой, что $f(x_1,t) = f(x_2,t) = 0$ при $t \in [t_1, t_2]$.

Определение 2. *Функцию $u(x,t)$ назовем обобщенным решением задачи Коши (1), (2) в S, если она является обобщенным решением уравнения (1) в S, непрерывна в $\bar{S}$, и выполнено условие (2).*

Качественное поведение решений задачи Коши (1), (2) для многомерного случая с $b = 0$ изучалось в [1]. Случай $n = (m+p)/2$ в терминах теории управления рассматривался в [2].

Целью настоящего доклада является исследование условий, при которых в каждой точке $x \in R$ обобщенное решение задачи Коши (1), (2) обращается в ноль за конечное время.

Определим класс K неотрицательных функций, удовлетворяющих в произвольной полуполосе $S_T^+ = [0,+\infty) \times [0,T]$ неравенству

$$\varphi(x,t) \le M(\alpha + x)^k, \quad 0 \le k < 1/(n-1) \tag{3}$$

Постоянные $M > 0$, $\alpha \ge 0$ и k в (3) могут зависеть от T и функции $\varphi(x,t)$.

Теорема 1. *Пусть $u_0(x) \in \mathrm{K}$. Тогда в S существует обобщенное решение задачи Коши (1), (2) $u(x,t) \in \mathrm{K}$. Обобщенное решение единственно в классе функций K.*

Теорема 2. *Пусть для начальной функции выполнено неравенство*

$$u_0(x) \le Ax^{1/(n-p)} + \beta(x) \quad \text{при } x \ge 0, \tag{4}$$

где $\beta(x) \ge 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \beta(x)/x^{1/(n-p)} = 0$, и $0 \le A < [c(n-p)/(bn)]^{1/(n-p)}$. Тогда в любой точке $y \in R$ обобщенное решение задачи Коши (1), (2) из класса K обращается в ноль за конечное время

Отметим, что в теореме 2 не требуется никаких ограничений на рост начальных данных при $x \to -\infty$.

Показана определенная точность теорем 1 и 2.

Литература.

1. Гладков А.Л. О поведении решений некоторых квазилинейных параболических уравнений со степенными нелинейностями // Мат. сборник. 2000. Т.191. № 3. С.25-42.

2. Храмцов О.В. Относительная стабилизация одного нелинейного вырождающегося параболического уравнения // Дифференциальные уравнения. 2001. Т 37. № 12. С.1650-1654.

О НЕКОТОРЫХ УРАВНЕНИЯХ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Е.Е. Кулеш

Научный руководитель – И.П. Мартынов

УО «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»

В работе [1] было отмечено, что для наличия свойства Пенлеве у дифференциального уравнения в частных производных

$$A(w) = w_t, \tag{1}$$

где A – нелинейный оператор дифференцирования по x, w = w(x,t), необходимо наличие данного свойства у соответствующего ему обыкновенного дифференциального уравнения

$$A(w) = 0, \tag{2}$$

где t можно считать параметром. В связи с этим для получения классов дифференциальных уравнений в частных производных со свойством Пенлеве для обыкновенного дифференциального уравнения со свойством Пенлеве (2) строим соответствующее ему дифференциальное уравнение в частных производных (1) и проверяем его на наличие указанного свойства.

В работе [2] приведены обыкновенные дифференциальные уравнения со свойством Пенлеве: