Развивая указанный выше результат Фишера [1], в случае, когда **H=XN**, где **X** – произвольный класс Фиттинга, **N** – класс всех нильпотентных групп, Хартли [2] установил, что **H**-инъекторами группы G являются, в точности, все те ее подгруппы V, для которых подгруппы V/G_X – нильпотентные инъекторы группы G/G_X.

Как обобщение результата Хартли, нами получена характеризация **F**-инъекторов для случая класса Фиттинга $\mathbf{F=XN^*}$, где $\mathbf{N^*}$ -- класс всех квазинильпотентных групп.

Теорема. Пусть $\mathbf{F=XN^*}$, где **X** – класс Фиттинга, $\mathbf{N^*}$ – класс всех квазинильпотентных групп.

1. подгруппа V группы G является **F**-инъектором группы G тогда и только тогда, когда V/G_X – $\mathbf{N^*}$-инъектор группы G/G_X;
2. **F**-инъекторы группы G – это в точности все те подгруппы из G, которые содержат ее **F**-радикал и **F**-максимальны в G.

Ввиду того, что $\mathbf{N}\subseteq\mathbf{N^*}$, из теоремы в качестве следствия мы получаем результат Хартли.

Следствие. Пусть **H=XN**, где **X** – класс Фиттинга. Подгруппа V группы G является **H**-инъектором группы G тогда и только тогда, когда V/G_X – нильпотентный инъектор группы G/G_X.

Литература

1. Fischer B. Klassen konjugierter Untergruppen in endlichen auflosbaren Gruppen. Habilitationschrift. Universitat Frankfurt (M), 1966.
2. Hartley B. On Fisher's dualization of formation theory // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol.3, №2. – P.193-207.

ДВОЙСТВЕННЫЙ ОПОРНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ С ДРОБНО-ЛИНЕЙНОЙ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИЕЙ

М.А. Курдина
Научный руководитель – Л.В. Командина
УО «Витебский государственный университет имени П.М.Машерова»

В представленной работе исследуется транспортная задача с дробно-линейной целевой функцией и дополнительными линейными ограничениями общего вида. Одна из типичных задач состоит в следующем. Имеется m пунктов производства и n пунктов потребления некоторого продукта. В первых производится некоторое количество продукта, а во вторых - потребляется. Учитывая стоимость перевозки единицы продукта, полученный доход, побочную прибыль и единовременные затраты, определить план перевозок при условии, что:

1) рентабельность процесса перевозок будет максимальной:

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} p_{ij}x_{ij}+\alpha_p}{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} q_{ij}x_{ij}+\alpha_q}\to\max,$$

2) запросы всех пунктов потребления удовлетворены: $\sum\limits_{i=1}^{m} x_{ij}=b_j,\ j=\overline{1,n}$,

3) весь продукт из пунктов производства будет вывезен: $\sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij}=a_i,\ i=\overline{1,m}$,

4) пропускные способности коммуникаций ограничены:

$$d_* \le x_{ij}\le d^*_{ij}\qquad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n},$$

5) выполнены дополнительные ограничения общего вида.

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\lambda_{ij}^{p}x_{ij}=\ell_p,\quad p=1,2,...,k.$$

Следуя [1], вводятся понятия опоры, оптимальных и ε-оптимальных опорных планов, учитывающих специфическую структуру рассматриваемой задачи.

На основании теории двойственности сформулирована двойственная задача, которая в покомпонентной записи имеет вид:

$$\varphi(\lambda)=y_0\to\min,$$

$$\alpha_q y_0-\sum_{i\in I}a_iU_i-\sum_{j\in J}b_jV_j-\sum_{p=1}^{k}l_pr_p-\sum_{(i,j)\in U}d_{ij}^{*}w_{ij}+\sum_{(i,j)\in U}d_{*ij}v_{ij}=\alpha_p,$$

$$qy_0+U_i+V_j+\sum_{p=1}^{k}\lambda_{ij}^{p}r_p-w_{ij}+v_{ij}=p_{ij},\quad v_{ij}\ge 0,\quad w_{ij}\ge 0,\quad (i,j)\in U.$$

Вводятся понятия двойственного плана $Л=(y_0,\ U_i,\ i\in I;\ V_j,\ j\in J;\ r_p,\ p=\overline{1,k};\ v_{ij},w_{ij},\ (i,j)\in U)$, оптимального и ε-оптимального двойственного планов

Целевая функция двойственной задачи (в отличие от прямой) минимизируется

Определяется понятие опоры, формулируется критерий опорности. Определяются потенциалы и сценки опорных и неопорных компонент плана по прибыли и по затратам: $(r_p)_p,\ p=\overline{1,k},\ (u_p)_i,\ i\in I,\ (r_q)_p,\ p=\overline{1,k},\ (u_q)_i,\ i\in I$

Из множества неопорных компонент выделяется специальное множество для построения псевдоплана $ж=(ж_{ij},\quad (i,j)\in U)$.

В связи с тем, что вместо двойственных планов на итерациях двойственного метода удобнее использовать копланы, вводятся понятия оптимального и ε- оптимального копланов

$$\delta_{ij}=U_i+V_j+\sum_{p=1}^{k}\lambda_{ij}^{p}r_p+q_{ij}y_0-p_{ij}$$

Основным элементом является опорный коплан. Формулируются понятия оптимальных, согласованных и невырожденных опорных копланов. Получена формула приращения двойственной целевой функции:

$$\Delta\varphi=\Delta y_0=\frac{\sum\limits_{\substack{\delta_{ij}>0,\bar{\delta}_{ij}\ge 0\\(i,j)\in U}}\Delta\delta_{ij}(ж_{ij}-d_{*ij})-\sum\limits_{\substack{\delta_{ij}<0,\bar{\delta}_{ij}\le 0\\(i,j)\in U}}\Delta\delta_{ij}(ж_{ij}-d_{ij}^{*})}{q'ж+\alpha_q}.$$

Сформулирован и доказан критерий оптимальности согласованного опорного коплана.

$$ж_{ij}=d_{*ij}\quad\text{при}\quad \delta_{ij}>0,\ ж_{ij}=d_{ij}^{*}\quad\text{при}\quad \delta_{ij}<0,$$

$$d_{*ij}\le ж_{ij}\le d_{ij}^{*}\quad\text{при}\quad \delta_{ij}=0,\ (i,j)\in U_{оп}.$$

Понятие опорного плана дает возможность оценить отклонение текущего опорного плана от оптимального. В связи с этим дано определение оценки субоптимальности, сформулирован и доказан критерий субоптимальности опорного коплана, доказана теорема о достаточном условии субоптимальности согласованного опорного плана.

При построении нового опорного коплана, следуя классическому двойственному симплекс-методу, варьируется только одна из компонент коплана. Выбор элементарного подходящего направления такой, вдоль которого скорость убывания двойственной целевой функции максимальна

При построении новой опоры учтена специфика опорных множеств. Рассмотрены возможные случаи, также и вариант несовместности ограничений. В работе доказано, что двойственный опорный метод решает прямую задачу за конечное число итераций, если в процессе решения встречаются только невырожденные опорные копланы.

Литература.

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Методы линейного программирования. Ч 1,2,3. Общие задачи. Мн., изд-во БГУ им. В.И. Ленина 1977, 1978, 1980.

2. Романовский И. В. Алгоритмы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1977

3. Дежурко Л.Ф., Фам Тхе Лонг. К методам решения задачи дробно-линейного программирования. – Докл. АН БССР, 1983, т 27, № 7, с.595-598

4. Командина Л.В.Адаптивный метод решения транспортной задачи с дополнительными ограничениями. Мн."Вест.Белорус.ун-та" Серия 1 1979

5. Командина Л.В. Алгоритм решения транспортной задачи с ограничением на совокупность перевозок Мн "Вест.Белорус.ун-та." Серия 1 1979.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОТКЛОНЕНИЯ СРЕДИННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОБОЛОЧКИ ОТ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ НА ДИНАМИКУ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ

Т.В. Никонова

Научный руководитель — Г.И. Михасев

УО «Витебский государственный университет им. П.М.Машерова»

Цель работы заключается в исследовании зависимости динамики волновых пакетов в оболочке близкой по форме к цилиндрической от формы погиби в срединной поверхности и построении формального асимптотического решения начально-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих волновые формы движения тонкой упругой оболочки

1.Постановка задачи

Рассмотрим общий случай колебаний оболочки, срединная поверхность которой отклонена от цилиндрической. Радиус кривизны оболочки является постоянным в окружном направлении. Введём на поверхности оболочки ортогональную систему координат s, φ, где s — продольная координата, φ — координата по направляющей, выбираемая таким образом, чтобы первая квадратичная форма поверхности имела вид $d\sigma^2=R^2(ds^2+d\varphi^2)$

Пусть оболочка ограничена двумя краями

$$-\tfrac{1}{2}\le s\le \tfrac{1}{2} \text{ при } \varphi_1\le\varphi\le\varphi_2 \qquad (1)$$

Для исследования динамики волновых пакетов в данной оболочке может быть использована система уравнений, записанная в безразмерном виде

$$\begin{aligned}&\varepsilon^4\Delta^2W+\Delta_kF+\varepsilon^2\frac{\partial^2W}{\partial t^2}=0\\&\varepsilon^4\Delta^2F-\Delta_kW=0\end{aligned}\qquad (2)$$

где $\Delta=\dfrac{1}{A_1A_2}\left[\dfrac{\partial}{\partial s}\left(\dfrac{A_2}{A_1}\dfrac{\partial}{\partial s}\right)+\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(\dfrac{A_1}{A_2}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\right)\right]$, $\Delta_k=\dfrac{1}{A_1A_2}\left[\dfrac{\partial}{\partial s}\left(\dfrac{A_2}{A_1R_2}\dfrac{\partial}{\partial s}\right)+\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(\dfrac{A_1}{A_2R_1}\right)+\right.$

$$\left.+\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{R_{12}}\frac{\partial}{\partial s}\right)+\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{1}{R_{12}}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\right]$$

$\varepsilon^8=h^2/12R^{-2}(1-\nu)^{-1}$, $t=t_*T_*^{-1}$, $W=\varepsilon^4W_*R^{1}$, $F=F_*\varepsilon^4E^{1}h^{-1}$, $T_*^2=\varepsilon^{6}R^2\rho E^{1}$, где h — высота оболочки, ν — коэффициент Пуассона, t_* — время, T_* — характерное время, W_*, F_* —