Далее при помощи теоремы 2 показано, что условие (2) теоремы 1 в некотором смысле неулучшаемо.

Теорема 3. *Пусть функция* $f(u)$ *обладает свойствами* (3), (4), *а* $\varphi(r)$ *– произвольная положительная непрерывная функция, для которой выполнено условие* $\varphi(r) \to \infty$ *при* $r \to \infty$. *Тогда можно построить такую радиально–симметричную положительную функцию* $k(x) = k^*(|x|)$, *удовлетворяющую неравенству*

$$\int_0^\infty \frac{s k^*(s)}{\varphi(s)} ds < \infty,$$

что не будет существовать ни одного целого решения уравнения (1) в случае $\operatorname{dom} f = R$ *и ни одного целого положительного решения уравнения (1) в случае* $\operatorname{dom} f = R_+$

Аналогичное утверждение для обыкновенного дифференциального уравнения Эмдена – Фаулера установлено в [3].

В работе строится пример радиально–симметричной функции $k(x)$, демонстрирующий, что условие (2) теоремы (1) не является необходимым для существования целых решений этого уравнения.

Теорема 4. *Пусть функция* $f(u)$ *локально непрерывна по Липшицу. Тогда существует гладкая функция* $\bar{k}(r)$, *удовлетворяющая условию*

$$\int_0^\infty s\bar{k}(s)ds = \infty,$$

такая, что уравнение (1) *с функцией* $k(x) = \bar{k}(|r|)$ *имеет бесконечно много целых решений.*

Литература

1. Usami H. On strongly increasing entire soulution of even order semilinear elliptic eqations // Hirosima Math. J. 1987. V. 17. P. 175-217.

2. Usami H. Nonexistence results of entire solutions for superlinear elliptic inequalities // J. Math. Anal. Appl. 1992. V. 164. P. 59-82.

3. Изобов Н. А., Рабцевич В. А. О неулучшаемости условия И. Т. Кигурадзе – Г. Г. Квиникадзе существования неограниченных правильных решений уравнения Эмдена–Фаулера // Д. У. 1987. Т. 23. №12. С. 1872-1881.

ИНЪЕКТОРЫ ДЛЯ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Е.Н. Залесская

Научный руководитель - Н.Т. Воробьев

Витебский государственный университет им. П.М.Машерова

Все рассматриваемые группы конечны.

Одним из основных вопросов в теории классов Фиттинга является задача характеризации инъекторов для классов Фиттинга. Напомним, что классом Фиттинга называется класс групп F, удовлетворяющий следующим условиям.

1. каждая нормальная подгруппа любой группы из F также принадлежит F;
2. из того, что нормальные подгруппы A и B группы G принадлежат F, всегда следует, что их произведение AB принадлежит F.

Напомним также, что если F – класс Фиттинга, то подгруппа V группы G является ее F-инъектором, если V∩N – максимальная из подгрупп группы G, принадлежащих F, для любой нормальной подгруппы N группы G.

В теории конечных разрешимых групп хорошо известен результат Фишера [1] о том, что нильпотентные инъекторы (N-инъекторы) группы G, это в точности, максимальные нильпотентные подгруппы группы G, содержащие радикал Фиттинга F(G).

Развивая указанный выше результат Фишера [1], в случае, когда **H=XN**, где **X** – произвольный класс Фиттинга, **N** – класс всех нильпотентных групп, Хартли [2] установил, что H-инъекторами группы G являются, в точности, все те ее подгруппы V, для которых подгруппы V/G_X – нильпотентные инъекторы группы G/G_X.

Как обобщение результата Хартли, нами получена характеризация **F**-инъекторов для случая класса Фиттинга $\mathbf{F=XN^*}$, где $\mathbf{N^*}$ -- класс всех квазинильпотентных групп.

Теорема. Пусть $\mathbf{F=XN^*}$, где **X** – класс Фиттинга, $\mathbf{N^*}$ – класс всех квазинильпотентных групп.

1. подгруппа V группы G является F-инъектором группы G тогда и только тогда, когда V/G_X – $\mathbf{N^*}$-инъектор группы G/G_X;
2. F-инъекторы группы G – это в точности все те подгруппы из G, которые содержат ее F-радикал и F-максимальны в G.

Ввиду того, что $\mathbf{N \subset N^*}$, из теоремы в качестве следствия мы получаем результат Хартли.

Следствие. Пусть H=XN, где X – класс Фиттинга. Подгруппа V группы G является H-инъектором группы G тогда и только тогда, когда V/G_X – нильпотентный инъектор группы G/G_X.

Литература

1. Fischer B. Klassen konjugierter Untergruppen in endlichen auflosbaren Gruppen. Habilitationschrift. Universitat Frankfurt (M), 1966.
2. Hartley B. On Fisher's dualization of formation theory // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol.3, №2. – P.193-207.

ДВОЙСТВЕННЫЙ ОПОРНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ С ДРОБНО-ЛИНЕЙНОЙ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИЕЙ

М.А. Курдина
Научный руководитель – Л.В. Командина
УО «Витебский государственный университет имени П.М.Машерова»

В представленной работе исследуется транспортная задача с дробно-линейной целевой функцией и дополнительными линейными ограничениями общего вида. Одна из типичных задач состоит в следующем. Имеется m пунктов производства и n пунктов потребления некоторого продукта. В первых производится некоторое количество продукта, а во вторых - потребляется. Учитывая стоимость перевозки единицы продукта, полученный доход, побочную прибыль и единовременные затраты, определить план перевозок при условии, что:

1) рентабельность процесса перевозок будет максимальной:

$$\frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{ij}x_{ij}+\alpha_p}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} q_{ij}x_{ij}+\alpha_q} \to \max,$$

2) запросы всех пунктов потребления удовлетворены: $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j,\ j=\overline{1,n}$,

3) весь продукт из пунктов производства будет вывезен: $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,\ i=\overline{1,m}$,

4) пропускные способности коммуникаций ограничены:

$$d_* \le x_{ij} \le d^*_{ij} \qquad i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n},$$

5) выполнены дополнительные ограничения общего вида: