$$f(x) = -h\left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/2-(\gamma+1)/h} 2^{2\delta+\alpha}\pi^{-1/2}x^{\mu[\alpha-1/2-(\gamma+1)/h]/2+1} \times \frac{d}{dx}x^{\mu(\gamma+1)/(2h)} \times$$

$$\times \int_0^\infty H_{2,3}^{2,1}\left[\frac{2}{\mu}(xt)^{\mu/2}\left|\begin{matrix}\left(-\delta-\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right),(-\gamma,h)\\(-\gamma-1,h),\left(\delta+\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right),(-2\delta-\alpha,1)\end{matrix}\right.\right] xt^{\mu(3-2\alpha)/4}\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(t)dt. \tag{12}$$

Замечание. Если $\delta = (2\eta-1)/4$, $\alpha = 1/2$, $\mu = 2$, то Теоремы 1,2 приводят к соответствующим результатам для классического преобразования Ханкеля $\mathfrak{H}_{\eta}$

Литература

1. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т.1., Т.2. М., 1966.
2. Sneddon I.N. Fractional Integrals and Derivatives and Dual Integral Equations. North Carolina, 1962.
3. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. М.; Л., 1948.
4. Glaeske H.-J., Kilbas A.A., Saigo M., Shlapakov S.A. // Appl. Anal. 2001. Vol.79. P.443-474.
5. Килбас А.А., Сайго М., Боровко А.Н. // Докл. АН Беларуси. 2000. Т.372. № 4. С.451-454.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ BMAP/SM/1 С ОДИНОЧНЫМИ И ГРУППОВЫМИ РЕЖИМАМИ ОБСЛУЖИВАНИЯ

А.А. Бирюков

Научный руководитель – А.Н. Дудин

Белорусский государственный университет

Одним из наиболее распространенных и эффективных вариантов моделирования потока сообщений в современных коммуникационных сетях и других системах обработки информации является использование марковского группового входного потока (batch markovian arrival process), далее обозначаемого аббревиатурой BMAP. BMAP включает в себя много хорошо известных процессов, таких как пуассоновский, марковский модулированный пуассоновский поток MMPP, поток фазового типа PH. В последние годы наблюдается постоянно растущий интерес к исследованиям систем массового обслуживания с BMAP потоком [1–3].

Рассмотрим систему с $N \geq 2$ режимами обслуживания. На вход поступает BMAP-поток требований. Согласно Д. Лукантони [4], BMAP-поток определяется цепью Маркова v_t с непрерывным временем (управляющий процесс) с пространством состояний {0,1, ..,W} и набором матриц D_k, определяющим вероятности переходов управляющего процесса и генерации пачки из $k, k \geq 0$ заявок в момент перехода. Обслуживание в системе полумарковское (времена обслуживания последовательных заявок определяются последовательными временами пребывания управляющего полумарковского процесса в своих состояниях). Первые $1 \leq G < N$ режимов одиночные (прибор обслуживает запросы по одному), остальные $N - G$ режимов – групповые, когда на обслуживание одновременно берутся все находящиеся в момент начала обслуживания в системе запросы. При наличии в системе меньше L заявок прибор отдыхает. Здесь $L \geq 1$ – некоторое заранее определенное минимальное число заявок для начала обслуживания. Системы с таким порогом и групповым обслуживанием впервые были рассмотрены в статьях С. Чакраварти [5,6]. Обслуживание требований после отдыха всегда начинается в первом режиме, независимо от их числа. Таким образом, если в момент окончания обслуживания в очереди находится меньше L требований, то прибор ожидает, пока длина очереди не достигнет L требований, и начинает обслуживание в первом режиме.

Для более эффективного обслуживания требований необходимо контролировать интенсивность обслуживания в зависимости от числа запросов в очереди. Используется многопороговая стратегия управления системой, определяемая набором порогов $L-1=j_0<j_1<\ldots<j_G<\ldots<j_{N-1}<j_N=\infty$. Если число требований в системе в момент окончания обслуживания i удовлетворяет неравенству $j_{r-1}<i\le j_r$, то обслуживание требований происходит в r-м режиме, $1\le r\le N$. Если $i\le j_G$ – обслуживание заявок по одной – заявка обслуживается за время с функцией распределения $B_r(t), r=\overline{1,G}, j_{r-1}+1\le i\le j_r$. Если $i\ge j_G$ – обслуживание заявок группами – все заявки обслуживаются за время с функцией распределения $B_r(t), r=\overline{G+1,N}, j_{r-1}+1\le i\le j_r$. Оптимальность многопороговых стратегий в классе всех однородных марковских стратегий доказана в ряде частных случаев [7]. Выбор этого класса стратегий для управления данной моделью интуитивно понятен, объясняется отсутствием штрафа за переключение между режимами, и основан на опыте исследований других авторов [3,8].

При исследовании системы с помощью метода вложенных цепей Маркова получено стационарное распределение вероятностей системы в моменты окончания обслуживания и вероятности того, что в системе в произвольный момент времени находится i требований. Введен функционал качества $I(j_1,\ldots,j_{N-1})=\sum_{j=0}^{N}c_j\theta_j+d\mu_{OL}\xrightarrow[j_1,\ldots,j_{N-1}]{}\min$, где N – число режимов функционирования системы, c_j – стоимостные коэффициенты, определяющие цену единицы времени обслуживания в j-ом режиме, θ_0 – часть времени, когда прибор отдыхал и θ_r – часть времени, когда прибор работал в r-ом режиме, $r=\overline{1,N}$, μ_{OL} – среднее число требований в очереди. Алгоритм нахождения его оптимального значения построен и реализован программно, является частью пакета программ расчета характеристик СМО "СИРИУС+" [2], с помощью него получены численные примеры.

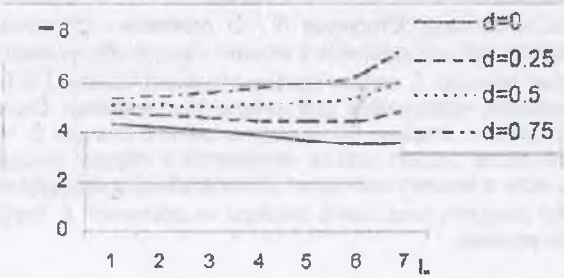
Ранее аналогичным образом были исследованы системы BMAP/G/1 с многопороговой стратегией управления обслуживанием с N одиночными режимами обслуживания [8] и BMAP/SM/1/K с многопороговой стратегией управления и групповым обслуживанием [3]. Система, исследованная автором, обобщает результаты работ [3,8] в двух направлениях. Во-первых, предполагается использование обслуживания заявок сначала по одной (как в [8]), а начиная с некоторого режима – обслуживания заявок в группах (как в [3]). Во-вторых, рассматривается полумарковское (SM) обслуживание, которое является более общим по сравнению с используемым в [8] рекуррентным (G) обслуживанием. Таким образом, задача описывает СМО, допускающие обработку требований по одному и в группах различного размера.

<u>Пример</u>. Зависимость значения функционала I от величины порога L при различных значениях штрафа за очередь d.

Исходные данные:

$\lambda\approx 2.35714$, N = 4, G = 2, $c_0=2$, $c_1=4$, $c_2=7$, $c_3=10$, $c_4=15$,

$\overline{W}=W+1=2$, $D_0=\begin{bmatrix}-1,45 & 0,35\\ 0,4 & -2,6\end{bmatrix}$, $D_1=D_3=\begin{bmatrix}0,5 & 0,05\\ 0,1 & 1\end{bmatrix}$.



Литература.

1. Latouche G., Taylor P. Advances in algorithmic methods for stochastic models // Notable Publications. Inc. New Jersey. 2000.
2. Dudin A.N., Klimenok V.I. et. al. Software "SIRIUS+" for evaluation and optimization of queues with the BMAP input // Advances in Algorithmic Methods for Stochastic Models. New Jersey: Notable Publications. 2000. P.115-133.
3. Dudin A.N., Chakravarthy S.R. Multi-threshold control of the BMAP/SM/1/K queue with group services // представлено к опубликованию в JAMSA
4. Lucantoni D.M. New results on the single server queue with a batch markovian arrival process // Stochastic Models. 1991. V. 7. P. 1-46.
5. Chakravarthy S.R. A finite capacity GI/PH/1 queue with group services // Naval Research Logistics. 1992. V. 39. P. 345-357.
6. Chakravarthy S.R. Analysis of a finite capacity MAP/G/1 queue with group services // Queueing Systems. 1993. V. 13. P. 385-407.
7. Tijms H. On the optimality of a switch-over policy for controlling the queue size in a M/G/1 queue with variable service rate // Lecture Notes in Computer Sciences. 1976. V. 40. P. 736-742.
8. Dudin A.N. Optimal multi-threshold control for a BMAP/G/1 queue with N service modes // Queueing Systems. 1998. V. 30. P. 273-287.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПОСРЕДСТВОМ ДВУМЕРНЫХ КВАЗИТЕПЛИЦЕВЫХ ЦЕПЕЙ МАРКОВА

О.А. Бриль
Научный руководитель – В.И. Клименок
Белорусский государственный университет

Двухфазные системы массового обслуживания, в которых запрос нуждается в последовательном обслуживании двумя приборами, являются адекватной моделью многих реальных процессов. Кроме того, они представляют собой один из простейших классов сетей массового обслуживания [1]. Состояние вопроса исследования таких систем массового обслуживания изложена в справочнике [4]. В [3] предложен аппарат многомерных квазитеплицевых цепей Маркова, как средство для эффективного исследования многих систем массового обслуживания (СМО), описываемых несколькими дискретными процессами, один из которых является счетным, а другие имеют конечное пространство состояний. В данной работе этот аппарат применен для исследования двухфазной СМО типа $M \mid G \mid 1 \mid \infty \to M \mid n \mid 0$.

Первую фазу такой системы образует однолинейная СМО с ожиданием, на вход которой поступает стационарный пуассоновский поток интенсивностью λ, а время обслуживания запроса имеет функцию распределения $B(t)$. После обслуживания на первой фазе запрос поступает на обслуживание в n-линейную СМО. Время обслуживания запроса любым прибором этой СМО имеет показательное распределение с параметром μ.

Предполагается, что в случае занятости всех приборов на второй фазе в момент окончания обслуживания запроса на первой фазе с вероятностью θ, $0 \le \theta \le 1$ запрос уходит из системы недообслуженным (теряется), а с дополнительной вероятностью первый прибор блокируется и не обслуживает следующий запрос, пока не освободится прибор на второй фазе. Как крайние случаи при $\theta = 0$ мы имеем систему с блокировкой прибора, при $\theta = 1$ – систему с потерями.

Будем рассматривать двумерный процесс $\{i_{t_k}, \upsilon_{t_k}\}$, $k \ge 1$, где t_k есть k-й момент окончания обслуживания запроса на первой фазе, $i_{t_k}, i_{t_k} \ge 0$ – число запросов на первой фазе, $\upsilon_{t_k}, \upsilon_{t_k} = \overline{0,n}$ – число запросов на второй фазе в момент времени $t_k + 0$. Несложно видеть, что этот процесс является двумерной цепью Маркова с дискретным временем.