ω_i и p_i может быть решена довольно быстро с помощью встроенных в систему полиномов Лежандра и оператора решения уравнений NSolve.

Третий этап реализуется с помощью функции Eigenvalues. Затем мы находим собственный вектор $\phi_n(p)$ при фиксированном собственном значении E_n. Для этого используется функция Nullspace.

С помощью программы получен энергетический спектр системы частиц, описываемых уравнением (2) (см. табл.1).

Следует отметить, что не все найденные уровни имеют значение, близкое к полученному аналитически, а только несколько первых. Чтобы с точным значением совпадало большее количество уровней необходимо брать большее N в сумме (3).

Вывод: система «Mathematica 4.0» позволяет создать без особых усилий компактную программу для численного решения уравнения (2) и получать решения интегрального уравнения (2) с заданной точностью.

СЕЛЕКТИВНОЕ ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ МНОГОСЛОЙНОЙ ГИРОТРОПНОЙ СТРУКТУРЫ НА ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

В.Е. Каганович
Научный руководитель – И.В. Семченко
Гомельский государственный университет

На современном этапе развития техники часто используются композитные материалы, которые сочетают полезные свойства составляющих их элементов. Одним из таких материалом является многослойная периодическая структура.

Нами рассмотрена слоисто-периодическая гиротропная структура, состоящая из произвольного количества элементарных ячеек, помещенная во внешнее магнитное поле $\bar{h}$. Предполагается, что первый слой такой ячейки является изотропным и не обладает гиротропными свойствами. Второй слой также изотропный, но обладает магнитной активностью, что приводит к циркулярному двупреломлении волн внутри слоя. Для магнитоактивного слоя такой структуры материальные уравнения имеют вид [1]:

$$\begin{cases} \bar{D} = \varepsilon\bar{E} + i\bar{g} \times \bar{E} \\ \bar{B} = \mu\bar{H} \end{cases} \tag{1}$$

где $\bar{g}$ - вектор гирации, зависящий от вектора напряженности внешнего магнитного поля.

Метод сложения многократно отраженных пучков света становится неэффективным при исследовании отражения и пропускания поляризованного света многослойной средой. Поэтому нами рассмотрен более удобный подход, в котором используется матрица 2×2 [2, 3]. Этот подход основан на том, что уравнения, описывающие распространение света, линейны и непрерывность тангенциальных компонент электрического и магнитного полей световой волны на границе между двумя изотропными средами можно описать с помощью линейного матричного преобразования 2×2 [4].

Полученная таким образом матрица $M^{эфф}$ для всей слоисто-периодической структуры связывает волны слева и справа от многослойной структуры. Через элементы этой матрицы выражаются комплексные амплитудные коэффициенты прохождения и отражения волн для всей слоистой структуры.

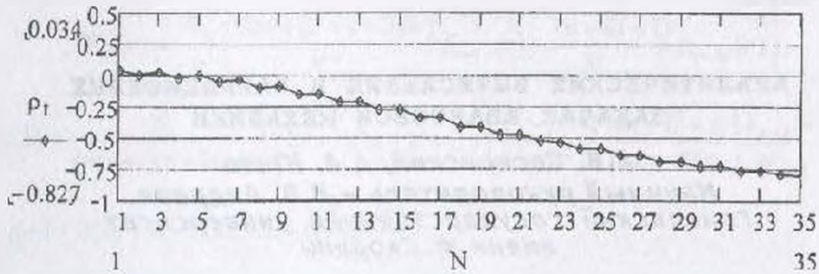
Чтобы наблюдалось селективное по поляризации отражение волн каждой ячейкой, толщины слоев d_1 и d_2 должны удовлетворять следующим соотношениям:

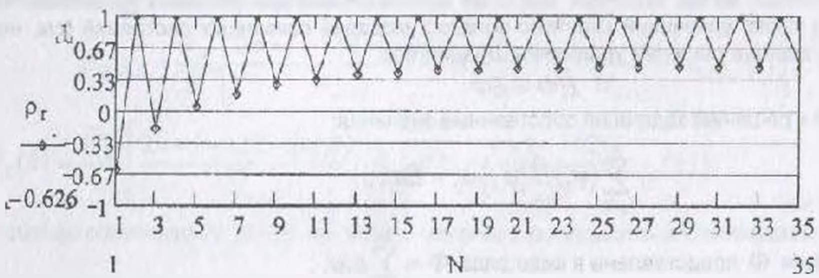
$$2k_1d_1 = (2m_1+1)\pi,\ 2k_{2+}d_2 = (2m_{2+}+1)\pi,\ k_{2-}d_2 = m_{2-}\pi, \tag{2}$$

где m_1 и $m_{2\pm}$ – целые числа, k_1 – волновое число для негиротропного слоя, $k_{2\pm}$ –волновые числа право- и левоциркулярных волн для гиротропного слоя. Подбирая толщины слоев, в зависимости от частоты электромагнитных волн и напряжённости внешнего магнитного поля мы можем добиться максимального отражения для одной циркулярно поляризованной волны и одновременно минимального для волны противоположной поляризации.

Применяя матричный метод, описанный в работах [2, 3], мы получили зависимости параметров отраженной и прошедшей волн от числа ячеек периодической структуры, в случае падения линейно поляризованной волны.

Рисунок 1 - Зависимость эллиптичности прошедшей волны (рисунок вверху) и отраженной волны (рисунок внизу) от числа ячеек (h=16 10^5 А/м, λ=500 нм)





Из рисунка 1 видно что отраженная волна при четном числе ячеек всегда циркулярно поляризована ($\rho_r = 1$). При нечетном числе ячеек отраженная волна поляризована эллиптически, однако при N=5 она имеет линейную поляризацию. Прошедшая волна по мере увеличения числа ячеек монотонно превращается из линейно поляризованной в эллиптическую. Расчеты показывают также, что при нечетном числе ячеек эллипс поляризации отраженной волны повернут на $\pi/2$. Эллипс поляризации прошедшей волны при нечетном числе ячеек имеет два значения угла поворота: $\pi/4$ и $-\pi/4$, а при четном числе ячеек угол составляет 0 и $-\pi/2$. Наиболее интересный случай представляют системы из 10 или 11 ячеек, так как для них интенсивности как отраженной, так и прошедшей волн достаточно велики. В случае слоисто-периодической системы из 10 элементарных ячеек эллипс поляризации прошедшей волны повернут на $-\pi/2$. При этом отраженная волна циркулярно поляризована, а прошедшая – линейно поляризована. В случае системы, состоящей из 11 ячеек, отраженная волна эллиптически поляризована и ее эллипс повернут на $\pi/2$, а прошедшая волна также эллиптически поляризована и для нее эллипс поляризации повернут на $-\pi/4$. Систему, состоящую из 11 ячеек, можно использовать в качестве "переключателя поляризации".

При отклонении от резонансной толщины слоев элементарной ячейки характер зависимостей меняется: интенсивность отраженной волны заметно снижается, и начинает осциллировать с большим периодом при изменении общего числа ячеек (полной толщины структуры). Случай значительного отклонения от резонансной толщины слоев структуры представляет интерес только при рассмотрении поляризации прошедшей волны.

Литература

1. Федоров Ф.И. Теория гиротропии, -Мн.: Навука і тэхніка (1976)
2. Semchenko I.V., Kaganovich V.E. Faraday effect and selective reflection of electromagnetic waves in absorbing stratified periodic media. Bianisotropics 2000. Proceedings 8th In-

ternational conference on electromagnetics of complex media. –Lisbon 27-29 September 2000. –PP.317-320.
3. Semchenko I V., Kaganovich V E. Optical activity and selective reflection of light in stratified periodic structure, In Optics of Crystals, V.V.Shepelevich, N.N.Egorov, Editors, Proceedings of SPIE Vol. 4358, p. 303-308 (2001).
4. Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет: Пер. с англ. // Под. ред чл.- корр. АН СССР А. В. Ржанова и д-ра физ - наук К. К. Свиташева. - М.: Мир, 1981. – 583 с.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ВАРИАЦИОННЫХ ЗАДАЧАХ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

А.В. Сосновский, А.А. Ючко
Научный руководитель – В.В. Андреев
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины

Вариационный метод является наиболее используемым для решения уравнений квантовой механики, а также уравнений квантово-полевых моделей связанных состояний (см. например, [1]). В этом подходе решение уравнения Шредингера

$$\hat{H}\Phi = E\Phi \tag{1}$$

сводится к решению задачи на собственные значения:

$$\sum_{j=1}^{N}\langle\psi_i|\hat{H}|\psi_j\rangle a_j = Ea_i, \tag{2}$$

где функция Φ представлена в виде ряда $\Phi = \sum_{i=1}^{N} a_i\psi_i$,

а оператор Гамильтона имеет вид: $\hat{H} = \sqrt{k^2 + m^2} + V(\bar{r})$.

При решении уравнения (2) необходимо рассчитывать интегралы вида

$$\langle\psi_i|\hat{H}|\psi_j\rangle = \langle\psi_i(r)|V(r)|\psi_j(r)\rangle + \langle\tilde{\psi}_i(k)|\sqrt{m^2 + k^2}|\tilde{\psi}_j(k)\rangle \tag{3}$$

В данной работе для расчета интегралов в аналитическом виде предлагается использовать программу в системе Mathematica с элементами динамического программирования. В дополнение предлагается вычислять интегралы с использованием рекуррентных соотношений для функций ψ_i. Такой подход позволяет получить выражения для решения уравнения (2) для любого значения *N*. При этом вычисления интегралов значительно ускоряются за счет динамического программирования рекуррентных соотношений.

В качестве примера рассмотрены интегралы $\int_0^\infty \psi_{nl}(r)V(r)\psi_{n'l}(r)r^2dr$, где $\psi_{nl}(r)$ - осцилляторная волновая функция в координатном представлении [1], а потенциал $V(r) = \alpha r^{\mu}$, $\mu \geq -1$.

В данном примере получено ускорение вычислений приблизительно в 100 раз для *N*=2-30.

Рекуррентные соотношения для волновой функции

Используя стандартные рекуррентные соотношения для полиномов Лагерра и Якоби [2]

$$L_{n+1}^{\alpha}(x) = \frac{1}{n+1}\left[(2n+\alpha+1-x)L_n^{\alpha}(x) - (n+\alpha)L_{n-1}^{\alpha}(x)\right], \tag{4}$$