При построении новой опоры учтена специфика опорных множеств. Рассмотрены возможные случаи, также и вариант несовместности ограничений. В работе доказано, что двойственный опорный метод решает прямую задачу за конечное число итераций, если в процессе решения встречаются только невырожденные опорные копланы.

Литература.

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Методы линейного программирования. Ч 1,2,3. Общие задачи. Мн., изд-во БГУ им. В.И. Ленина 1977, 1978, 1980.

2. Романовский И. В. Алгоритмы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1977

3. Дежурко Л.Ф., Фам Тхе Лонг. К методам решения задачи дробно-линейного программирования. – Докл. АН БССР, 1983, т 27, № 7, с.595-598

4. Командина Л.В.Адаптивный метод решения транспортной задачи с дополнительными ограничениями. Мн."Вест.Белорус.ун-та" Серия 1 1979

5. Командина Л.В. Алгоритм решения транспортной задачи с ограничением на совокупность перевозок Мн."Вест.Белорус.ун-та." Серия 1 1979.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОТКЛОНЕНИЯ СРЕДИННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОБОЛОЧКИ ОТ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ НА ДИНАМИКУ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ

Т.В. Никонова

Научный руководитель — Г.И. Михасев

УО «Витебский государственный университет им. П.М.Машерова»

Цель работы заключается в исследовании зависимости динамики волновых пакетов в оболочке близкой по форме к цилиндрической от формы погиби в срединной поверхности и построении формального асимптотического решения начально-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих волновые формы движения тонкой упругой оболочки

1.Постановка задачи

Рассмотрим общий случай колебаний оболочки, срединная поверхность которой отклонена от цилиндрической. Радиус кривизны оболочки является постоянным в окружном направлении. Введём на поверхности оболочки ортогональную систему координат s, φ, где s — продольная координата, φ — координата по направляющей, выбираемая таким образом, чтобы первая квадратичная форма поверхности имела вид $d\sigma^2=R^2(ds^2+d\varphi^2)$

Пусть оболочка ограничена двумя краями

$$-\tfrac{1}{2}\le s\le \tfrac{1}{2} \text{ при } \varphi_1\le\varphi\le\varphi_2 \tag{1}$$

Для исследования динамики волновых пакетов в данной оболочке может быть использована система уравнений, записанная в безразмерном виде

$$\begin{gathered}\varepsilon^4\Delta^2 W+\Delta_k F+\varepsilon^2\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}=0\\ \varepsilon^4\Delta^2 F-\Delta_k W=0\end{gathered} \tag{2}$$

где $\Delta=\dfrac{1}{A_1A_2}\left[\dfrac{\partial}{\partial s}\left(\dfrac{A_2}{A_1}\dfrac{\partial}{\partial s}\right)+\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(\dfrac{A_1}{A_2}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\right)\right]$, $\Delta_k=\dfrac{1}{A_1A_2}\left[\dfrac{\partial}{\partial s}\left(\dfrac{A_2}{A_1R_2}\dfrac{\partial}{\partial s}\right)+\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(\dfrac{A_1}{A_2R_1}\right)+\right.$

$\left.+\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(\dfrac{1}{R_{12}}\dfrac{\partial}{\partial s}\right)+\dfrac{\partial}{\partial s}\left(\dfrac{1}{R_{12}}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\right)\right)$

$\varepsilon^8=h^2/12R^{-2}(1-\nu)^{-1}$, $t=t_*T_*^{-1}$, $W=\varepsilon^4W_*R^{-1}$, $F=F_*\varepsilon^4E^{-1}h^{-1}$, $T_*^2=\varepsilon^{-6}R^2\rho E^{-1}$, где h — высота оболочки, ν — коэффициент Пуассона, t_* — время, T_* — характерное время, W_*, F_* —

нормальный прогиб и функция напряжений, E— модуль Юнга, ρ — плотность материала. Все рассматриваемые линейные величины отнесены к радиусу R.

В качестве граничных условий рассмотрим условия шарнирного опирания. С точностью до величины ε^2 они имеют вид [2]

$$W = \partial^2 W / \partial s^2 = 0, \quad F = \partial^2 F / \partial s^2 = 0 \quad \text{при } s = \pm \frac{l}{2} \tag{3}$$

Рассмотрим начальные условия Коши [1] для системы (2)

$$W_{|t=0} = W_0^*(s, \varphi, \varepsilon)\, \Phi_0(\varphi, \varepsilon) \quad \dot{W}_{|t=0} = i\varepsilon^{-1} V_0^*(s, \varphi, \varepsilon)\, \Phi_0(\varphi, \varepsilon) \tag{4}$$

$$\Phi_0(\varphi, \varepsilon) = \exp\{ i\varepsilon^{-1} (a_0\varphi + \frac{1}{2} i b_0 \varphi^2)\},$$

где $\operatorname{Im} b_0 > 0$, a_0 ($a_0 \neq 0$) — вещественное число, W_0^*, V_0^* — комплекснозначные функции, такие что

$$\partial W_0^* / \partial \varphi, \quad \partial W_0^* / \partial s, \quad \partial V_0^* / \partial \varphi, \quad \partial V_0^* / \partial s \sim 1 \quad \text{при } \varepsilon \to 0. \tag{5}$$

2. Метод решения

Дальнейшие действия во многом совпадают с описанными в статье [1]. Решение задачи (2), (3), (4) будем искать в виде:

$$W = \sum_{n=1}^{N} W_n, \quad F = \sum_{n=1}^{N} F_n, \tag{6}$$

где W_n, F_n — искомые функции, локализованные в момент времени t в окрестности некоторой образующей $\varphi = q_n(t)$. Пару функций W_n, F_n будем называть n-ым волновым пакетом с центром в точке $\varphi = q_n(t)$.

Перейдем к новой системе координат, связанной с центром $q_n(t)$ по формуле

$$\varphi = q_n(t) + \varepsilon^{1/2} \xi_n \tag{7}$$

Решение системы (2) с начальными условиями (4) будем искать в виде:

$W_n = W_n^* \Phi_n$, $\quad F_n = F_n^* \Phi_n$,

$$W_n^* = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^{m/2} w_{nm}(s, \xi_n, t), \quad F_n^* = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^{m/2} f_{nm}(s, \xi_n, t), \tag{8}$$

$$\Phi_n = \exp\left\{ i \left[\varepsilon^{-1} \int_0^t \omega_n(\tau)\, d\tau + \varepsilon^{-1/2} p_n(t) \xi_n + \frac{1}{2} b_n(t) \xi_n^2 \right] \right\}.$$

3. Итоговые краевые задачи и их решение

В результате подстановки выражений (6),(8) с учетом (7) в уравнения (2) и граничные условия (3) приходим к последовательности краевых задач

$$\sum_{j=0}^{m} L_{nj} w_{nm-j} = 0, \; m = 0, 1, 2, \ldots \tag{9}$$

где оператор

$$L_{no} = p_n^{-4}(t)\, \partial^4 / \partial s^4 + 2 p_n^{-2}(t)\, \partial^2 / \partial s^2\, \eta_{ss}'' + \left[p_n^4(t) - (\omega_n(t) - p_n(t)\dot{q}_n(t))^2 + \eta_{ss}''^2 \right] \tag{10}$$

с учетом выражения для L_{no} можно записать, что

$$L_{n1} = (b_n L_p + L_q + \dot{p}_n L_\omega)\xi_n - i L_p \frac{\partial}{\partial \xi_n} \tag{11}$$

Здесь L_p, L_q, L_ω — производные оператора L_{no} по переменным p_n, q_n, ω_n соответственно. Граничные условия, соответствующие (9), не меняют свой вид [1]

Решение краевых задач будем искать в виде

$$w_{no}(s, \xi_n, t) = P_{no}(\xi_n, t)\, z_n(s), \tag{12}$$

где $P_{no}(\xi_n, t)$ — полином аргумента ξ_n, $z_n(s) = \sin \pi n (s - \frac{1}{2}) l^{-1}$ — собственная функция задачи (3), которой соответствует собственное значение $\hat{\lambda}_n = \pi^4 n^4 l^{-4}$. Рассмотрим функцию отклонения срединной поверхности следующего вида:

$$\eta(s, \varphi) = m(\varphi)(l^2/4 - s^2), \tag{13}$$

Условия разрешимости краевых задач в виде(12) приводят к следующим результатам Получена формула для частоты

$$\omega_n(t) = \dot{q}_n(t) p_n(t) + H_n[p_n(t), q_n(t)], \tag{14}$$

$$H_n(p_n, q_n) = \sqrt{p_n^4 + \left(\frac{\pi^2 n^2}{p_n^2 l^2} + 2m(\varphi)\right)^2}, \tag{15}$$

система Гамильтона

$$\dot{q}_n = H_p \, \dot{p}_n = -H_q, \tag{16}$$

для отыскания функций p_n, q_n, уравнение Риккати

$$\dot{b}_n + H_{pp} b_n^2 - 2H_{pq} b_n + H_{qq} = 0, \tag{17}$$

для нахождения функций b_n, а также амплитудное уравнение для нахождения функций P_{no}.

Литература.

1. Михасев Г.И. Локализованные семейства изгибных волн в некруговой цилиндрической оболочке с косыми краями // Прикл. Мат. и мех. — 1996. — Т. 60, ?4. — С 635 — 643

2. Товстик П.Е. Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы. — М.: Наука. Физматлит, 1995. — 320 с.

О ЗАНУЛЕНИИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

С.А. Прохожий

Научный руководитель – А.Л. Гладков

Витебский государственный университет им. П.М.Машерова

Рассматривается задача Коши для уравнения

$$u_t = a(u^m)_{xx} + b(u^n)_x - cu^p, \qquad (x,t) \in R \times (0, +\infty), \tag{1}$$

с начальными данными

$$u(x,0) = u_0(x), \qquad x \in R, \tag{2}$$

где $n > m > 1 > p$, a, b, c – положительные действительные числа, $u_0(x)$ – неотрицательная непрерывная функция, которая может расти на бесконечности.

Как хорошо известно, в силу вырождения уравнения (1) при $u = 0$ задача Коши (1), (2) может не иметь классического решения даже при гладких начальных данных.

Введем понятие обобщенного решения задачи Коши (1), (2). Обозначим $B_h = \{x \in R : |x| < h\}$ $(0 < h < +\infty)$.

Определение 1. *Неотрицательную непрерывную в S функцию $u(x,t)$ назовем обобщенным решением уравнения (1) в S, если $u(x,t)$ удовлетворяет интегральному тождеству*

$$\iint_P (uf_t + au^m f_{xx} - bu^n f_x - cu^p f)\,dx\,dt - \int_{x_1}^{x_2} uf \Big|_{t_1}^{t_2} dx - \int_{t_1}^{t_2} au^m f_x \Big|_{x_1}^{x_2} dt = 0$$