заряды на границах раздела сред заменяются сосредоточенными фиктивными зарядами, отраженными от границ раздела. Правила нахождения координат фиктивных зарядов полностью аналогичны тем, по которым строятся изображения точечных источников в оптике в системе зеркал (границах раздела). Величины фиктивных зарядов определяются граничными условиями для вектора напряженности электрического поля на границах раздела сред с различными диэлектрическими проницаемостями, а также требованием совпадения поля, создаваемого реальной системой зарядов в кусочно-однородной среде по своим характеристикам с полем, создаваемым системой реальных и системой фиктивных зарядов в однородной среде.

Для вычисления частичных емкостей сложных электродинамических систем, каковыми являются многосекционные накладные измерительные конденсаторы на тонких подложках, экранированные многосекционные накладные измерительные конденсаторы, зеркально-симметричные измерительные конденсаторы и т.д., повышения точности расчета электрических полей, был разработан метод зеркально-симметричных схем (представлений). Его отличие от метода зеркальных отображений в том, что предварительно поверхности линейно протяженных источников заряда разбивают на две эквипотенциальные зеркально-симметричными части, а затем решают задачу расчета поля с учетом однородности среды. В случае задания потенциала на электродах расчета поля в однородной среде сводится к нахождению распределения заряда по двум эквипотенциальным зеркально-симметричным поверхностям с учетом того, что координаты зарядов зеркально-симметричных пар определяются координатами точек линейно протяженных источников, а величины этих зарядов определяются требованием равенства потенциала на поверхностях каждой зеркально-симметричной пары. В кусочно-однородных средах координаты и величины фиктивных зарядов зеркально-симметричных пар определяются методом зеркальных отображений.

Такой подход в представлении линейно протяженных источников заряда позволяет имитировать поля на торцах электродов, учитывать толщину электродов при расчете электрических полей, вычислять частичные емкости (рабочие и паразитные).

ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ПЛАН ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПОЛЗУЧЕСТИ МЕТАЛЛОВ

Киквидзе О.Г., Тулеугалиева Г.Б., Ерниязов М.

Государственный университет Акакия Церетели, Кутаиси, Грузия,
omari-k@rambler.ru
Каспийский государственный университет технологий и инжиниринга им. Ш.Есенова, Актау, Республика Казахстан,
gulsim1753@mail.ru

Постановка задачи

Расчет элементов конструкции при повышенных температурах в условиях ползучести, технологических процессов горячей обработки металлов ведется на основе уравнения состояния реономных тел [1]. Традиционная методика экспериментальных исследовании ползучести образцов и обработка кривых ползучести достаточно трудоемка и требует существенных материальных затрат [1]. Поэтому разработка рациональных планов на основе современной теории планирования эксперимента актуальна. В изотермических условиях деформации ползучести ε являются функцией напряжения σ и времени t; $\varepsilon = f(\sigma, t)$. Будем считать, что деформации ползучести малы и соответственно проводим обработку начальных участков (до 5% деформации) кривых ползучести. При наличии участка упрочнения, кривые ползучести хорошо описываются по теории упрочнения [1]:

$$\xi\varepsilon^{\beta} = k\sigma^{\nu}, \tag{1}$$

где: $\xi = d\varepsilon/dt$ – скорость деформации ползучести, ν, β, k – постоянные материала. Целью представленной работы является наименьшимы затратамы определить постоянные материала, которые удовлетворительно описывают кривые ползучести.

После интегрирования уравнения (1) условием: $t = 0$, $\varepsilon = 0$, получим функциональную зависимость в виде:

$$\varepsilon = \left[(\beta+1)k\sigma^{\nu}t\right]^{1/(\beta+1)} \tag{2}$$

Прологарифмируем уравнение (2) получим линейную зависимость между логарифмамы независимых переменных и зависимой переменной:

$$\ln\varepsilon = \frac{1}{\beta+1}\ln\left[(\beta+1)k\right] + \frac{\nu}{\beta+1}\ln\sigma + \frac{1}{\beta+1}\ln t \tag{3}$$

Введем обозначения:

$$\ln\varepsilon = y,\ \ln\sigma = x_1,\ \ln t = x_2,$$
$$a_0 = \frac{1}{\beta+1}\ln\left[(\beta+1)k\right],\ a_1 = \frac{\nu}{\beta+1},\ a_2 = \frac{1}{\beta+1} \tag{4}$$

Тогда уравнение (3) принимает вид:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2. \tag{5}$$

Решение задачи

Согласно уравнению (5), имеем линейную зависимость между входными факторами x_1, x_2 и откликом y с коэффициентами регрессии a_0, a_1, a_2. Как известно [2], в этом случае рациональным является полный факторный план (ПФП) 2^2, в котором каждый фактор меняется на двух уровнях. В теории планирования эксперимента при составлении матрицы плана, в место натуральных значений факторов используются кодированные значения, которые определяются по формуле:

$$X_i = (x_i - x_{i0})/I_i, \tag{6}$$

Где x_{i0} –значения факторов на основном уровне, I_i – интервал варирования.

Значения факторов на основном уровне и интервал варьирования определяются как:

$$x_{i0} = (x_{i\max} + x_{i\min})/2,\ I_i = (x_{i\max} - x_{i\min})/2, \tag{7}$$

Где $x_{i\max}$, $x_{i\min}$ – максимальное и минимальное значения факторов. В результате X_i принимают значения на границах соответственно: $X_i = \pm1$, на основном уровне $X_{i0} = 0$. Основная проблема состоит в выборе области варьирования, поскольку эта задача является неформализованной.

Условия проведения эксперимента можно зафиксировать в матрице планирования. Матрица ПФП имеет важные свойства [2]: симметричность относительно центра эксперимента, нормированность и ортогональность. При выполнении этих условий, коэффициенты a'_i уравнения регрессии записанное для кодированных значений факторов, определяются методом наименьщих квадратов по единой формуле:

$$a'_i = \left(\sum_{j=1}^{N} X_{ij}y_j\right)/N, \quad i = 0,1,2....,m. \tag{8}$$

Матрица планирования ПФП для линейного уравнения двухфакторного эксперимента можно представить так (таблица 1):

Таблица 1

Номер опыта	X_0	X_1	X_2	y
1	+1	+1	+1	y_1
2	+1	-1	+1	y_2
3	+1	+1	-1	y_3
4	+1	-1	-1	y_4

Используя матрицу планирования, коэффициенты a'_i двухфакторного эксперимента, согласно формуле (8), определяются следующим образом:

$$a'_0 = ((+1)y_1+(+1)\,y_2+(+1)\,y_3+(+1)\,y_4)/4\,,$$
$$a'_1 = ((+1)y_1+(-1)\,y_2+(+1)\,y_3+(-1)\,y_4)/4\,,$$
$$a'_2 = ((+1)y_1+(+1)\,y_2+(-1)\,y_3+(-1)\,y_4)/4\,,$$

После определения коэффициентов a'_0, a'_1, a'_2 и перехода от кодированных значений факторов к натурным, используя формулу (6), находим коэффициенты уравнения (5):

$$a_0 = a'_0 - a'_1 x_{10} / I_1 - a'_2 x_{20} / I_2; a_1 = a'_1 / I_1; a_2 = a'_2 / I_2$$

На основе обозначений (4), постоянные материала вычисляются по формулам:

$$\beta = 1/a_2 - 1;\ \nu = a_1/a_2;\ k = a_2 \exp(a_0/a_2)$$

По описанной выше методике были обработаны экспериментальные кривые ползучести алюминиевого сплава 01995 при температуре 475 ^{0}С и ст.10ГН2MFA при температуре 1180 ^{o}С [3]. Для алюминиевого сплава взяты следующие уровни напряжения и времени: σ_{min} = 40МПа, σ_{max} = 47,5 МПа, t_{min} = 10 с, t_{max} = 30 с. Постоянные материала равняются: $\beta = 0{,}93;\ \nu = 11{,}7;\ k = 5{,}1\times10^{-25}$ МПа$^{-\nu}$с$^{-1}$ Отличие теоретических и экспериментальных кривых ползучести в пределах 1,5%. Для ст.10ГН2MFA обработка начальных участков кривых дает следующие значения постоянных: $\beta = 0{,}8;\ \nu = 6{,}8;\ k = 2{,}3\times10^{-13}$, разница между теоретическими и экспериментальными кривыми ползучести около 2%. Как показывают расчеты, для получения удовлетворительных результатов важное значение имеет выбор максимальных и минимальных значений напряжений ($\sigma_{max}, \sigma_{min}$) и времени ($t_{max}$, t_{min}). Чем шире указанные интервалы, тем точнее результаты. Для фактора напряжения рациональным является выбор минимального и максимального значений с разницей на 20 – 50%, а для фактора времени наиболее рациональным является выбор интервала в пределах 200 – 300%.

Таким образом, предложенная методика на основе ПФП дает удовлетворительные результаты для начальных участков кривых ползучести (до 5% деформации), является менее трудоемкой и требует меньших материальных затрат, чем обычная методика.

1. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести.-М.: Машиностроение, 1975.-400с.
2. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы планирования эксперимента.Пер. с англ.-М.:Мир.-1981.-518с.
3. Киквидзе О.Г., Чумбадзе А. Исследование высокотемпературной ползучести стали 10ГН2МФА//50 Международный научный симпозиум «Актуальные проблемы прочности», 27.09-1.10 2010г. Витебск, Беларусь.- С.163-165.