

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Хвиевич В.М., Веремейчик А.И., Гарбачевский В.В.

БрГТУ, г. Брест, Беларусь,
vmhvisevitch@bstu.by

Метод граничных интегральных уравнений (ГИУ) [1], основанный на теории потенциала [2], имеет характерную особенность - возможность решения задач теории упругости с использованием дискретизации лишь границы области (в отличие от методов конечных элементов (МКЭ) и методов конечных разностей (МКР); применение которых требует дискретизации всей области). Естественно, что реализация такой возможности в методе ГИУ предусматривает предварительный переход от исходной краевой задачи для дифференциальных уравнений, описывающих некоторый процесс, к соотношениям, связывающим неизвестные функции на границе области (или ее части).

Самая замечательная особенность метода ГИУ состоит в том, что при его реализации дискретизации подлежат лишь границы изучаемых областей; это естественно ведет к существенному уменьшению числа дискретных элементов по сравнению с методами, требующими внутренней дискретизации всего рассматриваемого тела. Это позволяет снизить на единицу порядок решаемой системы алгебраических уравнений.

На основе метода ГИУ разработана компьютерная программа на алгоритмическом языке «FORTRAN». Программа предназначена для расчёта конструктивных элементов, находящихся в условиях плоского напряженного состояния или плоской деформации. Область может быть односвязной или многосвязной. По разработанной программе можно решать как внутренние, так и внешние краевые задачи. Для наглядного графического представления результатов расчета FORTRAN-программой производилась их обработка с помощью графического интерфейса Tecplot 360. С помощью разработанной программы решены ряд задач по исследованию напряженно-деформированного состояния конструктивных элементов.

1. Расчет цилиндрического пуансона

Данная деталь используется для пробивки отверстий. Материал пуансона – сталь Х12М. Область нагружена на пробивном конце равномерно распределённой контурной нагрузкой $100 \cdot 10^6$ Н/м, и имеет только внешний контур. Пуансон имеет плоскость симметрии. Напряжения на закрепляемом конце можно представить как равномерную контурную нагрузку. Учитывая свойства симметрии, расчётная схема для реализации этой задачи принимает вид, приведенный на рис. 1.

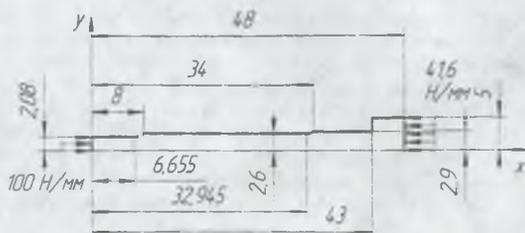


Рис. 1. Расчётная схема пуансона

Расчётная кусочно-гладкая область имеет 9 непрерывных участков, являющихся отрезками прямых и дугами окружностей. Для каждого участка назначается определённое число отрезков. При этом необходимо вводить ограничения на их длину. Центр P_K отрезка длиной Δ'_K не должен находиться к противоположному участку границы ближе чем половина длины ближайшего отрезка разбиения. Каждый участок в порядке нумерации разбит соответственно на 15; 16; 15; 32; 10; 55; 10; 32; 15 участков.

В результате реализации задачи получено напряжённое состояние в соответствующих точках области (рис. 2).

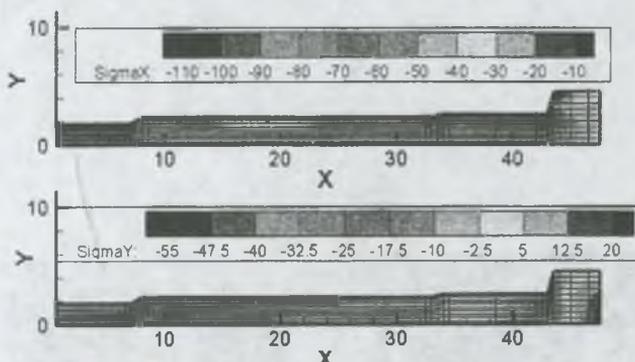


Рис. 2. Диаграммы распределения нормальных напряжений по осям X, Y

2. Напряжённо-деформированное состояние длинной полосы с отверстиями

Эта многосвязная область нагружена распределённой по концам равномерной контурной нагрузкой 1 Н/м. Область имеет внешний и внутренний контуры. Здесь ставится 2-я внутренняя краевая задача теории упругости (рис. 3).

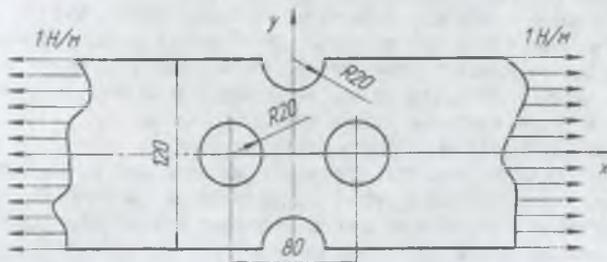


Рис. 3. Растяжение полосы с концентраторами напряжений

Область имеет две плоскости симметрии, проходящие через оси x и y. Вырежем элемент полосы длиной 210 мм в зоне ослабления. Учитывая свойства симметрии, построим расчётную схему для реализации этой задачи (рис. 4). Расчётная область имеет 4 непрерывных участка, являющихся отрезками прямых и дугами окружностей. Каждый участок в порядке нумерации разбит соответственно на 15; 25; 15; 25 участков. В результате реализации задачи получено напряжённое состояние в соответствующих точках области (рис. 5–6).

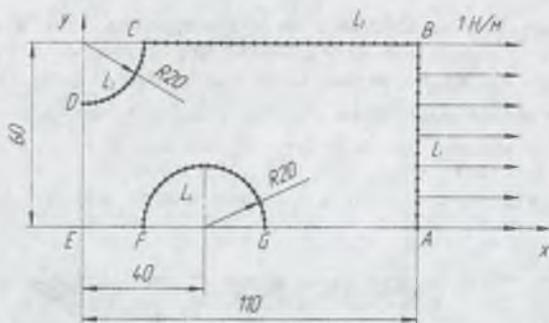


Рис. 4. Расчётная схема полосы.

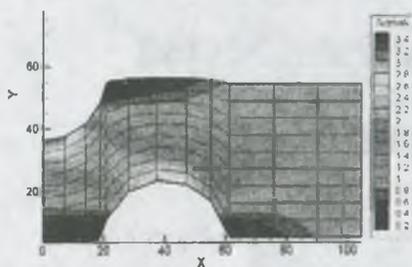


Рис. 5. Распределение нормальных напряжений по оси X

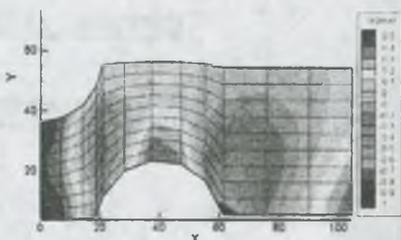


Рис. 6. Распределение нормальных напряжений по оси Y

Ввиду отсутствия аналитических расчетов сравнение проводилось с результатами, полученными конечно-элементным вычислительным комплексом «ANSYS». В результате проведенных численных экспериментов по оценке напряженно-деформированного состояния можно сделать вывод, что качественно поля напряжений в телах найденные с помощью пакета «ANSYS» по методу конечных элементов и по методу теории потенциала не отличаются. В местах изменения геометрической формы тела (разрывы функции плотности потенциала) наблюдается концентрация напряжений (рисунки 2, 5-6). Количественная оценка напряжений показала, что результаты решений задач этими способами отличаются в допустимых пределах при проведении инженерных расчетов. В результате сравнения возможности этих методов следует заметить, что применение «FORTRAN» программы существенно упрощает подготовку исходной информации.

Список литературы

- 1 Banerjee P.K., Butterfield R. / Бенерджи П., Баттерфилд Р. Boundary Element Methods in Engineering Science / Методы граничных элементов в прикладных науках. 1984. 494 с.
- 2 Н. М. Гюнтер. Теория потенциала и её применение к основным задачам математической физики. М., 1953. 415 с.