

О ДОПУСКЕ НА ОСТАТОЧНУЮ ДЕФОРМАЦИЮ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРЕДЕЛОВ ТЕКУЧЕСТИ МЕТАЛЛОВ

Зубчанинов В.Г., Гультьев В.И., Алексеев А.А.

Тверской государственной технической университет, г. Тверь, Россия
kafsm@yandex.ru

В работе исследуется влияние допуска на остаточную деформацию при определении предела текучести и радиус-функцию гипотетической сферической поверхности текучести в теории пластического течения.

В теории пластичности тензоры напряжений σ_{ij} и деформаций ϵ_{ij} можно представить в линейном координатном евклидовом пространстве E_6 в виде векторов [1, 2]

$$\bar{\sigma} = S_0 \hat{i}_0 + \bar{\sigma}, \quad \bar{\epsilon} = \mathcal{E}_0 \hat{i}_0 + \bar{\mathcal{E}}, \quad (1)$$

$$\bar{\sigma} = S_k \hat{i}_k, \quad \bar{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_k \hat{i}_k \quad (k = 1, 2, \dots, 5), \quad (2)$$

где $\{\hat{i}_k\}$ – ортонормированный базис А.А.Ильюшина;

$$\begin{cases} S_0 = \sqrt{3}\sigma_0, & S_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}S_{11}, & S_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{22} - S_{33}), & S_3 = \sqrt{2}S_{12}, & S_4 = \sqrt{2}S_{23}, & S_5 = \sqrt{2}S_{13}, \\ \mathcal{E}_0 = \sqrt{3}\epsilon_0, & \mathcal{E}_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}\mathcal{E}_{11}, & \mathcal{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathcal{E}_{22} - \mathcal{E}_{33}), & \mathcal{E}_3 = \sqrt{2}\mathcal{E}_{12}, & \mathcal{E}_4 = \sqrt{2}\mathcal{E}_{23}, & \mathcal{E}_5 = \sqrt{2}\mathcal{E}_{13}, \end{cases} \quad (3)$$

– компоненты векторов напряжений и деформаций;

$$\sigma_0 = \sigma_{ij}\delta_{ij}/3, \quad \epsilon_0 = \epsilon_{ij}\delta_{ij}/3, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0, \quad \mathcal{E}_{ij} = \epsilon_{ij} - \delta_{ij}\epsilon_0 \quad (4)$$

– компоненты шаровых тензоров (первые инварианты) и девiators соответственно. Модули векторов напряжений $\bar{\sigma}$ и деформаций $\bar{\mathcal{E}}$ (вторые инварианты) в пятимерном подпространстве формоизменения E_5

$$\sigma = \sqrt{S_k S_k} = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}, \quad \mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{E}_k \mathcal{E}_k} = \sqrt{\mathcal{E}_{ij} \mathcal{E}_{ij}} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (5)$$

В теории пластического течения введены две основополагающие гипотезы [2]. Первая гипотеза о разложении полных деформаций на упругие ϵ^e и пластические ϵ^p части позволяет ввести понятие о мгновенных поверхностях текучести $f(\bar{\sigma}, \bar{\mathcal{E}}^p) = 0$, разделяющих в пятимерном подпространстве формоизменения E_5 область активного пластического деформирования и упругой разгрузки [2, 3]. Принцип градиентальности Драккера позволяет определить приращения векторов упругих и пластических деформаций для активного и пассивного процессов деформирования

$$\begin{cases} d\bar{\mathcal{E}}^e = \frac{d\bar{\sigma}}{2G}, & d\bar{\mathcal{E}}^p = d\lambda \cdot \text{grad } f, \quad (d\bar{\sigma} \cdot \text{grad } f > 0), \\ d\bar{\mathcal{E}}^e = \frac{d\bar{\sigma}}{2G}, & d\bar{\mathcal{E}}^p = 0, \quad (d\bar{\sigma} \cdot \text{grad } f < 0). \end{cases} \quad (6)$$

Вторая гипотеза о возможности разложения полного вектора напряжений

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}^0 + \bar{a}, \quad (7)$$

где $\bar{\sigma}^0$ – вектор активных напряжений, \bar{a} – вектор добавочных остаточных микронапряжений в E_3 . В теории течения математические модели отличаются формой поверхности текучести. В простейшем случае полагается, что она имеет форму сферы при грансляционно-изотропном упрочнении материала

$$2f = \bar{\sigma}^0 \cdot \bar{\sigma}^0 - C_p(s^p) = 0 \quad (8)$$

Здесь $\sigma^0 = C_p(s^p)$ – функция изотропного упрочнения, s^p – длина дуги траектории пластического деформирования. При $s^p = 0$ имеем $\sigma^0 = \sigma^\tau = \sqrt{2/3} \sigma_\tau$, где σ_τ – начальный предел текучести при простом нагружении, определяемый по техническому допуску на остаточную деформацию $\Delta^p = 0,245\%$ ($\epsilon^p = 0,2\%$)

Эффект Баушингера при знакопеременном нагружении можно оценить параметром $\gamma = |\sigma_M^I| / \sigma_K^I$, где σ_K^I – новый предел текучести на диаграмме растяжения в некоторой точке K , σ_M^I – вторичный предел текучести при разгрузке из той же точки при «протыкании» поверхности текучести по диаметральному направлению в результате излома траектории на 180° в E_3 при допуске Δ^p [3]. Радиус $\sigma^0 = C_p$ гипотетической сферической поверхности текучести [3]

$$\sigma^0 = C_p = \frac{\sigma_K^I - \sigma_M^I}{2} = \frac{1 - \gamma \operatorname{sgn} \sigma_M^I}{2} \sigma_K^I \quad (9)$$

Для исследования функции $\sigma^0 = C_p(s^p)$ проведены опыты на знакопеременное нагружение на автоматизированном расчетно-экспериментальном комплексе СН-ЭВМ в ТвГТУ. Трубчатый образец из стали 45 с толщиной стенки $h = 1$ мм, радиусом срединной поверхности $R = 15,5$ мм и длиной рабочей части $l = 110$ мм подвергался многократному знакопеременному нагружению через равные $\Delta \Delta_1 = 0,5\%$ (рис. 1), с последующим знакопеременным нагружением также на $|\Delta \Delta| = 0,5\%$. На рис. 2 представлены полученные опытные зависимости параметра γ от s^p , характеризующие эффект Баушингера, а на рис. 3 – изменение радиуса σ^0 гипотетической сферической поверхности текучести, построенных при различных допусках на остаточную деформацию.

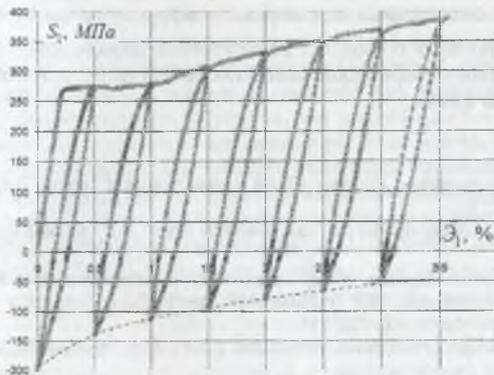


Рис. 1. Диаграмма знакопеременного нагружения $S_1 - \Delta_1$

За технический предел текучести σ^T в теории пластичности принимается такое напряжение при растяжении, при котором остаточные деформации становятся одного порядка с упругими ($\epsilon \approx 10^{-3}$). За такую остаточную деформацию принимают $\epsilon^p = 0,2\% = 2 \cdot 10^{-3}$ ($\mathcal{E}^p = 0,245\%$). При данном допуске поверхность соответствует сфере Мизеса для начально изотропных тел. При меньших допусках очертание сферы Мизеса искажается и теряет свою форму [4]. На девиаторной плоскости окружность Мизеса приобретает тройную симметрию [5]. Уже при $\epsilon^p = 0,1\%$ классическая теория пластичности лежит за пределами ее инженерного контроля [2–4]. В процессе нагружения при трансляции поверхности она вытягивается в направлении развития процесса [3].

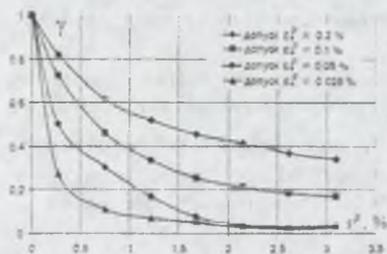


Рис. 2.

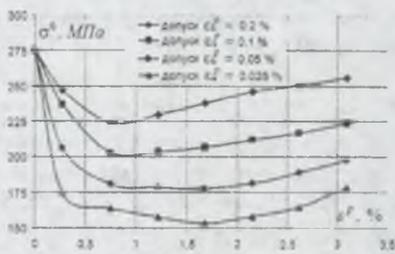


Рис. 3.

По результатам проведенного исследования можно сделать выводы:

1. Эффект Баушингера для стали 45 с площадкой текучести выражается уменьшением по модулю вторичного предела текучести σ_{M2}^0 и параметра γ с ростом длины дуги пластического деформирования s^p . Параметр γ при различных допусках на остаточную деформацию стремится к некоторому стационарному значению при $s^p > 3$.

2. С ростом допуска на остаточную деформацию \mathcal{E}^p параметр γ увеличивается.

3. Радиус гипотетической сферической поверхности $\sigma^0 = C_p(s^p)$ совершает временное понижение типа «нырка», а затем увеличивается. При повышении допуска \mathcal{E}^p примерно до технического и более очертание поверхности стремится к сферической.

4. В некоторых математических моделях теории течения временное убывание функции $\sigma^0 = C_p(s^p)$ в начале процесса пластического деформирования не связывают с определением пределов текучести по допуску на остаточные деформации и искажением гипотетической «технической» сферической поверхности текучести, что абсолютно нереально и не вызывает доверия к ним.

Список литературы

1. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории / А.А. Ильюшин. —М.: АН СССР, 1963. — 273 с.
2. Зубчанинов В.Г. Механика процессов пластических сред / В.Г. Зубчанинов. —М.: Физматлит, 2010. — 352 с.
3. Зубчанинов В.Г. О соотношениях между напряжениями и деформациями в теории пластичности при сложном нагружении / В.Г. Зубчанинов // Проблемы прочности и пластичности: межвуз. сб. ННГУ 2011 — № 73. — С. 120-131
4. Новожилов В.В. Вопросы механики сплошных сред / В.В. Новожилов. —Л.: Судостроение, 1989. — 397 с.
5. Ишлинский А.Ю. Математическая теория пластичности / А.Ю. Ишлинский, Д.Д. Ивлев. —М.: Физматлит, 2001 — 704 с.