

## РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ СФЕРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РАВНОМЕРНОМ МЕХАНОХИМИЧЕСКОМ ИЗНОСЕ

Хакназарова Л. А., Пронина Ю. Г.

*Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация*  
[haknazarova.l@gmail.com](mailto:haknazarova.l@gmail.com)

Защита металлических изделий и конструкций от коррозии является одной из самых важных проблем при решении вопросов долговременной эксплуатации и надежности сооружений. В среднем, в мировом масштабе от коррозии ежегодно теряется около 20 млн. тонн железа, что составляет примерно 10% его производства. Коррозию классифицируют по характеру разрушения, по типу агрессивных сред, по условиям протекания и т.п. По характеру разрушения выделяют сплошную и локальную коррозию. Сплошная коррозия может быть равномерной (с одинаковой скоростью по всей поверхности) и неравномерной (скорость коррозии на разных участках поверхности неодинакова). Равномерная коррозия приводит к наибольшим, по сравнению с другими видами коррозии, необратимым потерям массы металла. В работе рассматривается сплошная равномерная поверхностная коррозия. Скорость проникновения коррозии зависит от многих факторов. В некоторых условиях коррозионный процесс может ускоряться механическими напряжениями. Для такой коррозии, согласно ГОСТ 5272-68\*, принят термин «коррозия под напряжением». В научной литературе ее часто называют механохимической.

Равномерная механохимическая коррозия элементов конструкций изучалась в трудах многих авторов. Одними из первых модель коррозионного износа с линейной зависимостью его скорости от напряжений использовали В.М. Долинский, В.Г. Карпунин, М.С. Корнишин и др. при расчете тонкостенных конструкций. Для линейно-упругих пластин и тонкостенных оболочек ими построены некоторые аналитические решения (начиная с [1]). Более сложные задачи решались разными авторами численно (напр. [3]). Аналитические выражения для оценки долговечности толстостенных цилиндров и сфер получены в [2] при использовании экспоненциальной зависимости скорости коррозии от среднего напряжения. В данной работе принята линейная зависимость скорости  $v$  общей коррозии от напряжений  $\sigma$  (обоснованная П.А. Павловым в [4]):

$$v = (a + m\sigma)\exp(-bt),$$

где  $a$ ,  $m$  и  $b$  – экспериментально определяемые постоянные. Множитель  $\exp(-bt)$  характеризует возможное затухание коррозии во времени  $t$  (в случае образования плотной пленки окислов). Такая зависимость была использована в статье [5] для задачи о механохимической коррозии толстостенной сферы из идеального упругопластического материала (задача была сведена к дифференциальному уравнению кинетики интенсивности напряжений). В данной работе выведено дифференциальное уравнение изменения размеров линейно упругой сферы в условиях коррозии под напряжением, получено его аналитическое решение.

Итак, рассмотрим толстостенную линейно-упругую сферу, находящуюся под действием постоянного внутреннего  $p_r$  и внешнего  $p_R$  давления коррозионных сред. Внутренний и внешний радиус в начальный момент времени  $t = 0$  обозначим соответственно  $r_0$  и  $R_0$ . Под влиянием агрессивных сред материал сферы корродирует равномерно с обеих сторон со скоростями  $v_r$  с внутренней стороны и  $v_R$  с наружной:

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = -[a_R + m_R \sigma_1(R)] \exp(-bt),$$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = [a_r + m_r \sigma_1(r)] \exp(-bt),$$
(1)

где  $a_r$ ,  $a_R$ ,  $m_r$ ,  $m_R$  и  $b$  – постоянные, зависящие от свойств системы металл–среда;  $\sigma_1$  – максимальное нормальное напряжение.

Таким образом, напряжения возрастают вследствие коррозионного растворения материала, и в свою очередь, сами изменяющиеся напряжения ускоряют коррозионный процесс. Поэтому определение напряжений и размеров сферы в конкретный момент времени является достаточно трудоемким.

Решение задачи о толстостенной сфере под действием внутреннего и внешнего давления принадлежит Ламе. Из его решения следует, что окружные напряжения являются наибольшими нормальными напряжениями:  $\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi}$ . На внутренней и внешней поверхностях они имеют вид

$$\sigma_1(R) = \frac{p_r r^3 - p_R R^3}{R^3 - r^3} + \frac{r^3 p_r - p_R R^3}{2 R^3 - r^3},$$

$$\sigma_1(r) = \frac{p_r r^3 - p_R R^3}{R^3 - r^3} + \frac{R^3 p_r - p_R R^3}{2 R^3 - r^3}.$$
(2)

Как видим, задача сводится к решению системы четырех уравнений (1)–(2) относительно четырех взаимозависимых переменных величин  $\sigma_1(R)$ ,  $\sigma_1(r)$ ,  $R$  и  $r$ .

Для уменьшения количества неизвестных целесообразно исключить из указанной системы уравнений переменные  $\sigma_1(R)$ ,  $\sigma_1(r)$  и  $R$ , и ввести новую переменную

$$\eta = \eta(t) = \frac{R}{r}. \quad (3)$$

После определенных преобразований можно установить соотношение

$$r = \frac{R_0 m_r + r_0 m_R + (A_R m_r - a_r m_R) [\exp(-bt) - 1] / b}{m_r \eta + m_R}, \quad (4)$$

где  $A_R = a_R + (p_R - p_r) m_R / 2$ .

Дифференцирование соотношения (3) по времени дает  $\eta' = \frac{d\eta}{dt} = \frac{R' - r' \eta}{r}$ . Подставив в это выражение равенства (1)–(4), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d\eta}{dt} = -b \frac{2(\eta^3 - 1)(A_R + a_r \eta) + (m_R + m_r \eta)(2p_r + p_r \eta^3 - 3p_R \eta^3)}{\exp(bt) [m_r (R_0 b - A_R) + m_R (r_0 b + a_r)] + A_R m_r - a_r m_R} \cdot \frac{m_R + m_r \eta}{2(\eta^3 - 1)}.$$

Разделив переменные и выполнив интегрирование, находим его решение

$$t = -\frac{1}{b} \ln \left\{ 1 - b \frac{m_r r_0 + m_r R_0}{m_r a_r - m_r A_r} (\exp[J(\eta)(m_r a_r - m_r A_r)] - 1) \right\} \quad \text{при } b \neq 0$$

и

$$t = \frac{m_r r_0 + m_r R_0}{m_r a_r - m_r A_r} (\exp[J(\eta)(m_r a_r - m_r A_r)] - 1) \quad \text{при } b = 0,$$

где  $J(\eta) = - \int_{\eta}^{\eta} \frac{2(\eta^3 - 1) d\eta}{[2(A_R + a_r \eta)(\eta^3 - 1) + (m_R + m_r \eta)(2p_r + p_r \eta^3 - 3p_R \eta^3)] (m_r + m_r \eta)}$ .

Этот интеграл вычисляется аналитически, но выражение для него слишком громоздкое, поэтому его приведение не имеет смысла.

Если коррозионное растворение происходит только с одной стороны, то решение существенно упрощается. При внутренней коррозии решение имеет вид

$$t = -\frac{1}{b} \ln[1 - J(\eta)b], \quad (5)$$

где

$$J(\eta) = -\frac{r-r_0}{p, m_r, -a} + \frac{R_0^3 m_r (p_r - p_R)}{4(p, m_r, -a)^2 \alpha^2} \left[ 2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{r}{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \ln \frac{(r+\alpha)^2}{r^2 - r\alpha + \alpha^2} \right]_{r_0}$$

$$\alpha = R_0 \sqrt{\frac{2a_r + m_r p_r - 3m_r p_R}{2(p, m_r, -a)}}$$

В случае наружной коррозии решение так же представляется в виде (5), но при

$$J(\eta) = \frac{r_0^3 m_R (p_r - p_R)}{(2A_R + m_R p_r - 3m_R p_R)^2 \alpha^2} \left[ 2\sqrt{3} \operatorname{arctg} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{R}{\alpha} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \ln \frac{(R+\alpha)^2}{R^2 - R\alpha + \alpha^2} \right]_{r_0} - \frac{2(R-R_0)}{2A_R + m_R p_r - 3m_R p_R}, \quad \alpha = r_0 \sqrt{2 \frac{m_R p_r - A_R}{2A_R + m_R p_r - 3m_R p_R}}$$

Интегральные кривые разрешающего дифференциального уравнения устанавливают взаимно-однозначное соответствие между каждым моментом времени  $t$  и отношением  $\eta$ . Для каждой пары  $t, \eta$  по формуле (4) находим  $r$ , далее  $R = r \cdot \eta$ , после чего с помощью формул Ламе определяются напряжения в любой момент времени вплоть до исчерпания несущей способности тела. При достаточно больших коэффициентах затухания коррозии  $b$ , растворение материала может практически прекратиться до момента достижения предела прочности (если его полагать постоянным). В этом случае долговечность определяется другими факторами.

*Работа выполнена при финансовой поддержке СПбГУ (проект № 9.37.129.2011) и РФФИ (проект № 11-01-00230-а).*

#### Список литературы

1. Долинский В. М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии // Химическое и нефтяное машиностроение. 1967. №2. С. 9–10
2. Прочность газопромисловых труб в условиях коррозионного износа / Гутман Э.М., Зайнулин Р.С., Шаталов А.Т., Зарипов Р.А. М.: Недра, 1984. 76 с.
3. Наумова Г. А., Овчинников И. Г. Расчеты на прочность сложных стержневых систем и трубопроводных конструкций с учетом коррозионных повреждений – Саратов: Изд-во Саратов. гос. техн. ун-та. 2000. 222 с.
4. Павлов П. А., Кадырбеков Б. А., Колесников В. А. Прочность сталей в коррозионных средах. Алма-Ата: Наука, 1987. 272 с.
5. Пронина Ю. Г. Расчет долговечности поллой сферы из идеального упругопластического материала под действием постоянного давления. Вестн. СПбГУ, 2009. Вып. 1. С. 113-122.