

УДК 539.42 : 620.172.254

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛОВ ПРИ ВЫСОКИХ СКОРОСТЯХ ДЕФОРМАЦИИ

Соковиков М. А., Ордынский В. Г.

*Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия*  
sokovikov@icmm.ru

Многочисленными экспериментальными исследованиями показано, что важными дефектами структуры, определяющими релаксационные свойства и кинетику разрушения реальных материалов, являются микросдвиги, микротрещины - типичные дефекты мезоуровня. [1-6]. Так, многочисленные структурные исследования процессов нагружения с различными скоростями указывают на определяющую роль в явлениях пластического деформирования согласованного поведения ансамбля этих микродефектов. В данном исследовании построена математическая модель, описывающая основные черты пластического деформирования при высокоскоростном нагружении с учетом нелинейного поведения ансамбля взаимодействующих микросдвигов.

Значительное внимание вопросам природы пластической деформации уделено в работах научного направления возглавляемого академиком В. Е. Паниным. [7-9], где развивается представление о деформируемом твердом теле как о многоуровневой системе, в которой пластическое течение развивается как последовательная эволюция потери сдвиговой устойчивости на различных масштабных уровнях: микро, мезо и макро.

Обсуждаемый класс явлений в последние годы исследуется нелинейной физикой [10, 11], рассматривающей данные эффекты с позиций неравновесных ориентационно-кинетических переходов.

В данной работе используется ранее разработанная теория [10], в которой методами статистической физики и термодинамики необратимых процессов изучается влияние микросдвигов на упругие и релаксационные свойства твердых тел. Определяющие уравнения сред с микросдвигами имеют следующий вид:

$$\sigma_{ik} = L_1 e_{ik}^p - L_2 \dot{p}_{ik}, \quad \Pi_{ik} = L_2 e_{ik}^p - L_3 \dot{p}_{ik}, \quad (1)$$

Здесь  $p_{ik}$  – тензор, характеризующий интенсивность и преимущественную ориентацию микросдвигов;  $\Pi_{ik} = \frac{\partial F}{\partial p_{ik}}$  – термодинамическая сила, действующая на систему, когда  $p_{ik}$  отличается от равновесного ( $F$  – свободная энергия среды с микросдвигами);  $\sigma_{ik}, e_{ik}^p$  – тензоры напряжений и скоростей пластических деформаций;  $L_i$  – кинетические коэффициенты, зависящие от  $p_{ik}$ . Определяющие уравнения материала (1) включают соотношения релаксационного типа для тензора напряжений и уравнения движения для параметра  $p_{ik}$ . В этих уравнениях учтены "перекрестные" эффекты: влияние микросдвигов на релаксационные процессы и пластичности на кинетику роста  $p_{ik}$ . В дальнейшем рассматривается случай, когда пластическая деформация подчиняется ус-

ловию  $\epsilon'' = 0$  (пластическая несжимаемость материала), а среднее напряжение  $\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{xx}$  определяется через упругие составляющие тензора деформаций.

В рамках данной теории были определены характерные реакции материалов на образование дефектов.

Рассматривается цилиндрический образец меди, нагружаемый с постоянной скоростью деформации сжатия, в ходе которого реализуется одномерное напряженное состояние

$$\sigma_{xx} \neq 0, \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0.$$

Используя представление о малости деформаций и скоростей деформаций, для упруго-пластической среды имеем

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \dot{\epsilon}_{xx}^e + \dot{\epsilon}_{xx}^p, \quad (2)$$

где  $\dot{\epsilon}_{xx}^e, \dot{\epsilon}_{xx}^c, \dot{\epsilon}_{xx}^p$  - скорости суммарной, упругой, пластической деформации.

Для одномерного напряженного состояния получаем следующую формулировку закона Гука в переменных полной и пластической деформации

$$\sigma_{xx} = E(\epsilon_{xx} - \epsilon_{xx}^p), \quad (3)$$

или в типичном для динамических постановок представлении

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = E \left( \frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial t} - \frac{\partial \epsilon_{xx}^p}{\partial t} \right). \quad (4)$$

Для пластической составляющей тензора скоростей деформации существенна дивергентная компонента тензора напряжений

$$\sigma'_{xx} = \frac{2}{3}\sigma_{xx}, \quad (5)$$

с учетом которой релаксационные уравнения, описывающие упруго-пластические свойства среды с дефектами, имеют вид:

$$\sigma'_{xx} = l_1 \dot{\epsilon}_{xx}^p - l_2 \frac{\partial p_{xx}}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\Pi_{xx} = l_2 \dot{\epsilon}_{xx}^p - l_3 \frac{\partial p_{xx}}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = -\Pi_{\delta}. \quad (8)$$

Скорость деформации образца предполагается постоянной

$$\dot{\epsilon}_{xx}(t) = e, \quad (9)$$

и решение системы удовлетворяет начальным условиям

$$\sigma_{xx}(0) = \epsilon_{xx}^p(0) = p_{xx}(0) = 0, \quad \delta(0) = 2.0 \quad (10)$$

$$t \in [0, \infty)$$

Здесь  $t$  - время;  $\sigma_{xx}, \sigma'_{xx}, \dot{\epsilon}_{xx}, \dot{\epsilon}_{xx}^p, p_{xx}$  - компоненты тензоров напряжений, дивергента напряжений, скоростей деформаций, скоростей пластических деформаций, параметра плотности микродвигов;  $E$  - модуль упругости первого рода;  $\delta$  - параметр скойлинга;  $l_1, l_2, l_3$  - кинетические коэффициенты,  $\Pi_{xx} = \frac{\partial F}{\partial p_{xx}}$ ,  $\Pi_{\delta} = \frac{\partial F}{\partial \delta}$ , где  $F(p_{xx}, \delta)$  - свободная энергия.

Введем переменные

$$\bar{\sigma}_z = \frac{\sigma_z}{G}, \quad \bar{\sigma}'_z = \frac{\sigma'_z}{G}, \quad \bar{\epsilon}_z = \epsilon_z \Delta t, \quad \bar{\epsilon}'_z = \epsilon'_z \Delta t, \quad \bar{t} = \frac{t}{\Delta t},$$

$$\text{где } \Delta t = l_1 / G, \quad \bar{\Pi}_z = \frac{\Pi_z}{G}, \quad \bar{\Pi}_\delta = \frac{\Pi_\delta}{G},$$

представим систему уравнений (4) – (10) в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial \bar{t}} = \frac{E}{G} (e - \bar{\epsilon}'_z), \quad (11)$$

$$\bar{\sigma}'_z = \frac{2}{3} \bar{\sigma}_z, \quad (12)$$

$$\bar{\epsilon}'_z = \bar{\sigma}'_z + \frac{l_2}{l_1} \frac{\partial p_z}{\partial \bar{t}}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial p_z}{\partial \bar{t}} = \frac{l_2}{l_3} \bar{\epsilon}'_z - \Pi'_z, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial \bar{t}} = -\Pi'_\delta, \quad (15)$$

$$\text{где } \Pi' = \Delta t \cdot \Pi_z = \frac{l_1}{G} \Pi_z = l_1 \bar{\Pi}_z, \quad \Pi'_\delta = \Delta t \cdot \Pi_\delta = \frac{l_1}{G} \Pi_\delta = l_1 \bar{\Pi}_\delta.$$

Функция  $\Pi'$  аппроксимировалась выражением

$$\Pi' = -A_1 \cdot \bar{\sigma}'_z + A_2 \cdot p_z \cdot \delta - A_3 \cdot \exp(-p_z / p_a) + A_4, \quad (16)$$

где  $A_1, A_2, A_3, A_4, p_a$  – параметры аппроксимации.

Для функции  $\Pi'_\delta$  в соответствии с результатами статистической модели выбрано представление

$$\Pi'_\delta = \delta - \frac{B_1}{p_z} - B_2 \cdot \exp\left(-\frac{p_\delta}{p_z \cdot \bar{\sigma}'_z}\right) - B_3, \quad (17)$$

где  $B_1, B_2, B_3, p_\delta$  – параметры аппроксимации.

Численное исследование системы (12) – (17) проводилось методом конечных разностей. Использовались следующие значения констант для меди

$$G = 0.4 \cdot 10^{11} \text{ Па},$$

$$E = 1.12 \cdot 10^{11} \text{ Па},$$

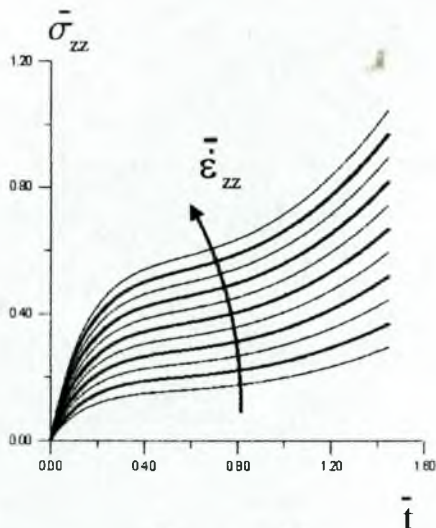
$$l_1 = 4.08 \cdot 10^7 \text{ Па с}, \quad l_2 = 1.84 \cdot 10^7 \text{ Па с}, \quad l_3 = 4.08 \cdot 10^7 \text{ Па с},$$

$$A_1 = 8.0, \quad A_2 = 0.1, \quad A_3 = 0.04, \quad A_4 = -1.25 \cdot 10^{-4}, \quad p_a = 2.9 \cdot 10^{-3},$$

$$B_1 = 1.0 \cdot 10^{-3}, \quad B_2 = 1.0 \cdot 10^{-6}, \quad B_3 = -3.0, \quad p_\delta = 1.0 \cdot 10^{-4}.$$

### Результаты численного моделирования

На рис.1,2 представлены результаты численного моделирования динамического сжатия цилиндрических образцов с различными скоростями деформирования. С ростом скоростей деформирования образца наблюдается рост напряжений течения, рис.1.

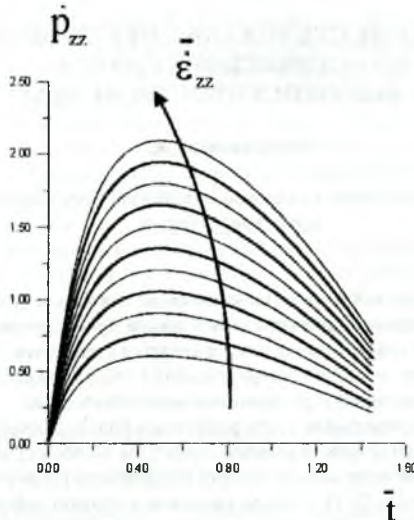


**Рис.1.** Зависимость напряжения  $\bar{\sigma}_{zz}$  от времени  $\bar{t}$  при одноосном сжатии с постоянной скоростью деформации; скорости деформации  $\bar{\varepsilon}_{zz} = 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 1.0; 1.1; 1.2; 1.3; 1.4$ .

С увеличением скоростей деформирования образцов происходит рост скоростей пластических деформаций. Развитые пластические деформации сопровождаются увеличением скоростей изменения параметра плотности микросдвигов, рис. 2. В процессе упрочнения скорости изменения параметра плотности микросдвигов уменьшаются при всех скоростях деформации, рис.2. Наблюдаемые закономерности объясняются тем, что в процессе деформирования происходят множественные ориентационно – кинетические переходы в ансамблях микросдвигов, вследствие чего наблюдается развитие пластических деформаций. С ростом деформации происходит изменение характерных реакций материала на образование микросдвигов, следствием чего является упрочнение.

Рост напряжений течения с ростом скоростей деформирования можно объяснить большим прониканием в область метастабильности и изменением характерных реакций материала на образование микросдвигов. Падение скоростей пластической деформации в процессе упрочнения является следствием падения скоростей изменения параметра плотности микросдвигов, обусловленное изменением характерных реакций материала на образование микросдвигов. Для количественного определения констант модели использовалась численная процедура по методу наименьших квадратов.

*Исследования проводились при частичной поддержке грантов РФФИ 02-01-00736, 04-01-96042, проектов МНТЦ № 1181 и №2146.*



**Рис.2.** Зависимость скорости изменения параметра плотности микродвигов  $\bar{p}_{zz}$  от времени  $\bar{t}$  при одноосном сжатии с постоянной скоростью деформации; скорости деформации  $\bar{\epsilon}_{zz} = 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 1.0; 1.1; 1.2; 1.3; 1.4$ .

#### Список литературы

1. Владимиров В.И. Физическая природа разрушения металлов. - М.: Металлургия, 1984. - 280 с.
2. Финкель В.М. Физика разрушения. - М.: Металлургия, 1970. - 376 с.
3. Тамуж В.П., Куксенко В.С. Микромеханика разрушения полимерных материалов. - Рига: Зинатне, 1978. - 294 с.
4. Маклинток Ф., Аргон А. Деформация и разрушение материалов. - М.: Мир, 1970. - 454 с.
5. Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. - М.: Наука, 1974. - 560 с.
6. Бетехтин В.И., Владимиров В.И., Кадоццев А.Г., Петров А.И. Пластическая деформация и разрушение кристаллических тел // Проблемы прочности. - 1979.-N7.-С 38-45; N8.-С.51-57; N9.-С.3-9.
7. Панин В.Е., Лихачев В.А., Гриняев Ю.В. Структурные уровни деформации твердых тел. - Новосибирск: Наука, 1985. - 229с.
8. Панин В.Е. Гриняев Ю.В., Данилов В.И. и др. Структурные уровни пластической деформации и разрушения. - Новосибирск: Наука, 1990. - 225с.
9. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов в 2-х т./ Под ред. В.Е.Панина. - Новосибирск: Наука, 1995. - 297с. и 320с.
10. Наймарк О.Б. О термодинамике деформации и разрушение твердого тела с микротрещинами. Институт механики сплошных сред, АН СССР, Свердловск., 1982. - С.3-34.
11. Naimark, O.V. Kinetic transition in ensembles of microcracks and some nonlinear aspects of fracture. In: Proceedings IUTAM Symposium on nonlinear analysis of fracture. Kluwer, The Netherlands, 1996.