

Пусть длина имеющейся в теле трещины равна l_0 . Тогда, если эта трещина начала расти и достигла размера l_k , то на основании предыдущей формулы имеем

$$(\delta l_k / l_0) = A / (l_0 \sigma^2) - 1 = (S / \sigma)^2 - 1. \quad (4.1)$$

Выражение (4.1) определяет критическое значение приращения трещины δl_k . Входящая сюда константа $S = A / l_0^2$ имеет размерность напряжений. Если под l_0 понимать меру длины начальных микротрещин, образовавшихся при деформации, то отношение $\delta l_k / l_0$ можно истолковать как безразмерную характеристику повреждений ω , накопленных в теле при его деформировании. Отсюда получаем искомый критерий разрушения:

$$\omega = (S / \sigma)^2 - 1.$$

Работа выполнена по теме исследований гранта РФФИ № 03-01-00601

УДК 539.4.015

О СВЯЗИ НАЧАЛЬНОЙ ПОВРЕЖДЕННОСТИ МАТЕРИАЛА С ЕГО ДОЛГОВЕЧНОСТЬЮ ПРИ ПОСТОЯННОЙ НАГРУЗКЕ

Холодарь Б. Г.

Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь

hbg@bstu.by

При проведении испытаний различных материалов на долговечность отмечается значительный разброс результатов. В зависимости от материала, уровня и характера нагружения разброс долговечности может достигать нескольких десятичных порядков [1,2]. Определенную роль в этом играют условия проведения эксперимента, но основной причиной разброса является наличие исходной поврежденности структуры материала и вероятностный характер ее распределения по объему. Особенно сложен учет влияния разброса на результаты эксперимента при непостоянных нагрузках.

Формально связь долговечности образца с уровнем исходной поврежденности и напряженным состоянием можно проанализировать с помощью соответствующего кинетического уравнения развития поврежденности. В качестве меры поврежденности в точке тела может быть использована некоторая непрерывный образом распределенная по объему образца скалярная величина $0 \leq \omega \leq 1$ [2], которая, в общем случае, состоит из мгновенно-обратимой, запаздывающе-обратимой и необратимой компонент, изменение которых во времени подчиняется соответствующим кинетическим уравнениям [3]. В большинстве случаев интерес представляет необратимая часть поврежденности, поэтому далее именно ее будем понимать под поврежденностью. Внутри каждой из компонент можно выделить гидростатическую и девиаторную составляющие, имея ввиду их связь с гидростатической и девиаторной компонентами напряженно-деформированного состояния тела. Необходимость такого выделения подтверждается, например, обработкой данных по долговечности поливинилхлорида при сложном на-

пряженном состоянии [3]. В ряде случаев величину ω_0 можно непосредственно увязать со структурой материала или параметрами поверхностной обработки образцов.

В случае одноосного растяжения образца достаточно удобным является уравнение вида

$$\frac{d\omega}{dt} = \nu(1 - \omega) \cdot Sh\left(\frac{\alpha\sigma}{1 - \omega}\right), \quad (1)$$

где σ – уровень номинального напряжения $\sigma = \frac{Q}{A}$; Q – нагрузка; A – площадь нетто-сечения; α и ν – структурные параметры материала, зависящие, в частности, от температуры; $Sh(x)$ – функция гиперболического синуса. Параметры α и ν используются далее как константы.

Если принять, что каждый образец имеет некоторую исходную поврежденность (следствие несовершенств и неоднородностей структуры) $\omega_0 \neq 0$, то относительная долговечность ψ такого образца сравнительно с образцом идеальным, для которого $\omega_0 = 0$, определится как

$$\psi(x, \omega_0) = \frac{\tau_p(x, \omega_0)}{\tau_p(x, 0)}, \quad (2)$$

где $x = \alpha\sigma$ – параметр нагружения, τ_p – долговечность, найденная из решения уравнения (1). Здесь и далее под τ понимается приведенное (безразмерное) время $\tau = \nu t$. Зависимость (2) для значений $x = 4$, $x = 16$ и $x = 32$ приведена на рис.1, который показывает, что для каждого уровня нагружения $x = \alpha\sigma$ существует некоторый свой диапазон поврежденности ω_0 , границы которого определяют фактическую долговечность образца. Как видим, с ростом нагрузки все более низкие уровни исходной поврежденности ω_0 приводят к резкому падению долговечности. На рис.1 для указанных значений параметра x приведены также кривые $\frac{d\psi}{dz}$ – плотность распределения относительной долговечности по переменной $z = Lg(\omega_0)$.

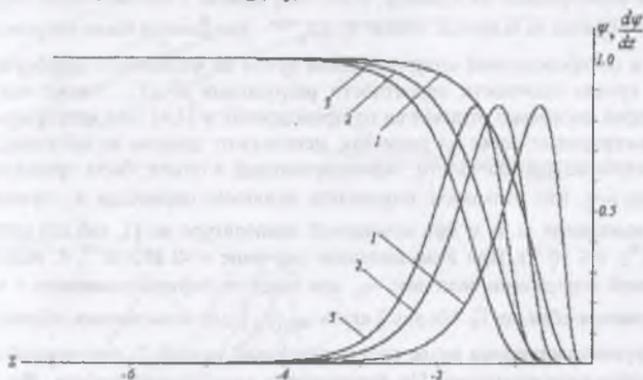


Рис.1. Относительная долговечность и плотность ее распределения (кривые 1,2,3 – соответственно для $x = 4, 16, 32$)

Исходная поврежденность ω_0 и долговечность при заданной нагрузке связаны между собой уравнением (1), поэтому наличие экспериментальной зависимости вероятности разрушения образцов $P(T_p)$ позволяет при достаточно представительной выборке установить вероятность реализации той или иной исходной поврежденности реального материала (здесь обозначено P – вероятность разрушения, T_p – долговечность образца). С этой точки зрения представляет интерес по имеющимся экспериментальным данным о разбросе долговечности образцов при испытаниях определить величину фактической исходной поврежденности материала, а также ее вероятностное распределение. Ниже это выполнено для случая испытаний с постоянной нагрузкой, как наиболее простого.

В [1,4] приведены результаты испытаний на долговечность 42 образцов из поликристаллического цинка при номинальном напряжении $\sigma = 8 \text{ кгС/мм}^2$ и комнатной температуре (рис.2).

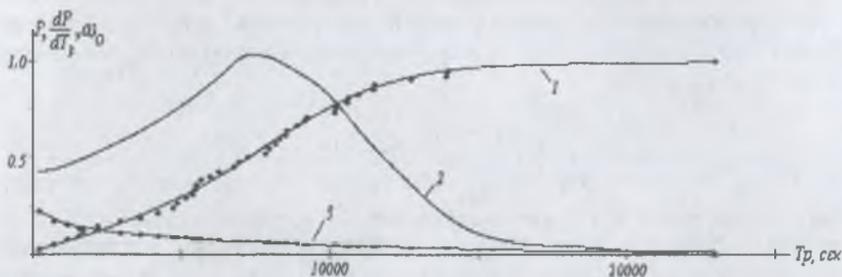


Рис.2. Зависимости $P(T_p)$, $\frac{dP}{dT_p}$, $\omega_0(T_p)$ – кривые 1,2,3 соответственно.

Точки у кривых – экспериментальные данные [1,4] и их обработка.

Построение нормировано на единицу, и поэтому кривая 1 соответствует вероятности P разрушения образца за заданное время $T_p \leq T_p^{\max}$. Эти данные были аппроксимированы сплайном, и по проведенной аппроксимации путем ее численного дифференцирования построена кривая плотности вероятности разрушения dP/dT_p , также показанная на рис.2, которая несколько отличается от приведенных в [1,4] (все непрерывные распределения, построенные далее на рисунках, используют данную аппроксимацию). Наибольшей величине долговечности, зафиксированной в опыте, была приписана поврежденность $\omega_0 = 0$, что позволило определить величину параметра ν , приняв $\alpha = 2.0$ (интервал изменения α и ν при комнатной температуре по [1, таб.11] составляет $1 \leq \alpha \leq 5$ и $10^{-6} \leq \nu \leq 10^{-15}$). При этом получено значение $\nu \approx 2.892 \cdot 10^{-13}$. С использованием этих значений определена величина ω_0 для каждого зафиксированного в опытах времени разрушения образца T_p . На рис.2 связь $\omega_0(T_p)$ для испытанных образцов показана точками, группирующимися возле соответствующей кривой 3, полученной с использованием сплайн-аппроксимации. По физическому смыслу зависимость $P(\omega_0)$ представляет собой вероятность присутствия в образце исходной поврежденности, не превышающей заданный уровень ω_0 . Искомые зависимости $P(\omega_0)$ и $dP/d\omega_0$, построенные по экспериментальным данным $P(T_p)$, приведенным на рис.2, показаны на рис.3. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что величина исходной поврежденности достигает

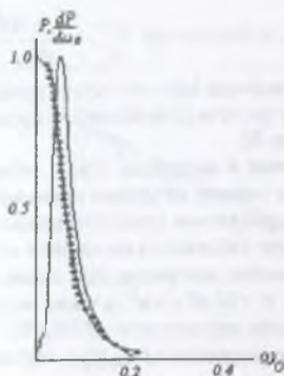


Рис.3. Зависимости $P(\omega_0)$, $\frac{dP}{d\omega_0}$ (кривые 1,2 соответственно) для поликристаллического цинка.

достаточно больших уровней – в данной серии опытов она составляет $\omega_0^{\max} \approx 0.218$. Среднему значению долговечности образцов, соответствующему максимуму плотности вероятности разрушения и составляющему примерно $T_p^c \approx 7500$ сек, соответствует значение $\omega_0^c \approx 6.35 \cdot 10^{-2}$.

Из рис.2 и 3 видно также, что опыты, в которых реализуются средние значения вероятности разрушения и исходной поврежденности, не совпадают.

Если трактовать поврежденность при одноосном растяжении как относительную долю поперечного сечения, занятую трещиной, то уровень ω_0 , соответствующий параметрам шероховатости обработки поверхности, составит примерно $10^{-4} + 10^{-2}$, поэтому найденные верхние значения исходной поврежденности $\omega_0^{\max} \sim 0.2$ свидетельствуют о присутствии в образцах технологических дефектов “макроскопической” значимости (внутриобъемных или поверхностных).

Для того же материала в [1,4] приведены результаты испытаний 48 образцов на повторное нагружение. На первом этапе эксперимента все образцы выдерживались под нагрузкой $\sigma = 8$ кгс/мм² в течение $T_w = 3000$ сек, а затем после кратковременного отдыха нагружались до разрушения. Часть из них (12 из 48) разрушилась на первом этапе. Результаты соответствующего расчета с использованием кинетического уравнения (1) приведены на рис.4, где по аналогии с [1,4] время до разрушения отложено как в реальном масштабе, так и с использованием логарифмической шкалы.

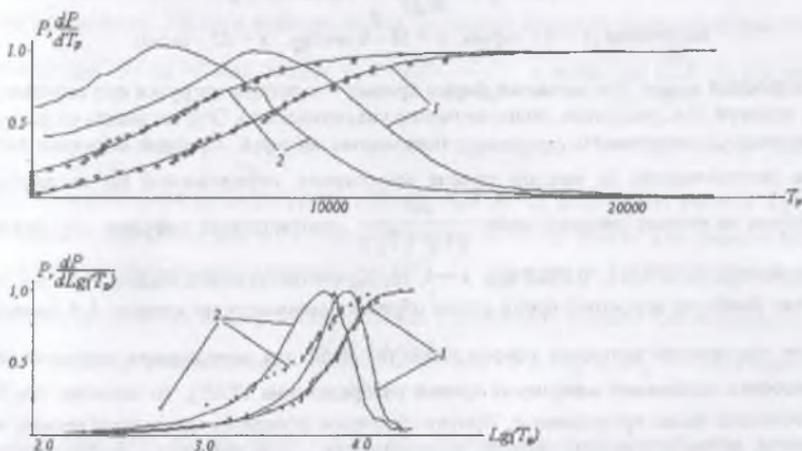


Рис.4. Вероятность разрушения и плотность ее распределения при непрерывном нагружении (кривые 1) и нагружении с прерыванием (кривые 2).

Виден сдвиг и деформация распределения $P(T_p)$ и плотностей $\frac{dP}{dT_p}$ и $\frac{dP}{dLg(T_p)}$

в области малых значений долговечностей, которые хорошо соответствуют приведенным в [1,4] результатам. Отметим, что по результатам расчета разрушение за время нагружения $T_n = 3000$ сек достигается у $n=13$ образцов из 42.

Исходная поврежденность и вероятность ее наличия в материале $P(\omega_0)$ являются в некотором смысле характеристиками материала и не зависят от уровня прикладываемой нагрузки. На основании этого на рис.5 показаны расчетные (гипотетические) распределения долговечности, которые имели бы место для найденного по данным опытов с $\sigma = 8$ кгс/мм² распределения исходной поврежденности материала, при проведении таких же испытаний с напряжениями $\sigma = 2$ кгс/мм² и $\sigma = 16$ кгс/мм², а также полученные с использованием слайда распределения плотности вероятности $dP/dLg(T_p)$. Для каждого уровня напряжений точками показаны также зависимости $\omega_0(T_p)$, найденные для экспериментального массива значений $P(T_p)$.

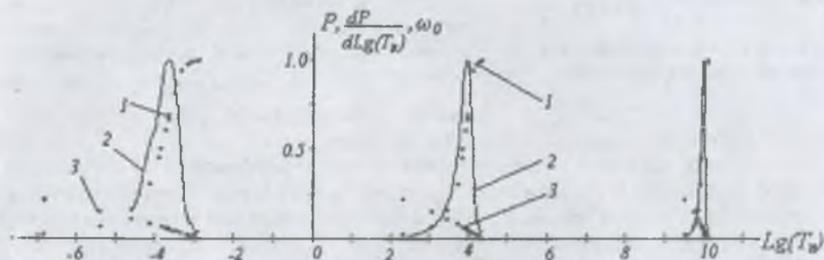


Рис.5. Зависимости $P(LgT_p)$, $\frac{dP}{dLgT_p} \cdot \omega_0(LgT_p)$ для разных уровней нагружения ($x = 4$ – справа, $x = 16$ – в центре, $x = 32$ – слева).

Из построений видно, как меняется форма кривых – с ростом нагрузки она становится более полой (т.е. рассеяние долговечности увеличивается). Это же видно на расчетных кривых долговечности $Lg\tau_p(x, \omega_0)$, показанных на рис.6. Средней величине логарифма долговечности на каждом уровне нагружения, определенной по положению максимума на кривых распределения $\frac{dP}{dLg(T_p)}$, соответствует значение ω_0 , равное примерно 0.0212, 0.0533, 0.0928 при $x = 4, 16, 32$, соответственно. Видно, что с ростом нагрузки наиболее вероятное время жизни образцов смещается по кривым $Lg\tau_p(x, \omega_0)$ в сторону увеличения исходной поврежденности. Если для определения значений ω_0^c использовать положение максимума кривой распределения dP/dT_p , то значения ω_0 будут несколько выше приведенных. Противоположное поведение проявляют уровни вероятности, соответствующие средней долговечности – они убывают с ростом уровня нагружения (для обоих используемых распределений), что согласуется с общим ходом кривой $P(\omega_0)$ на рис.3.

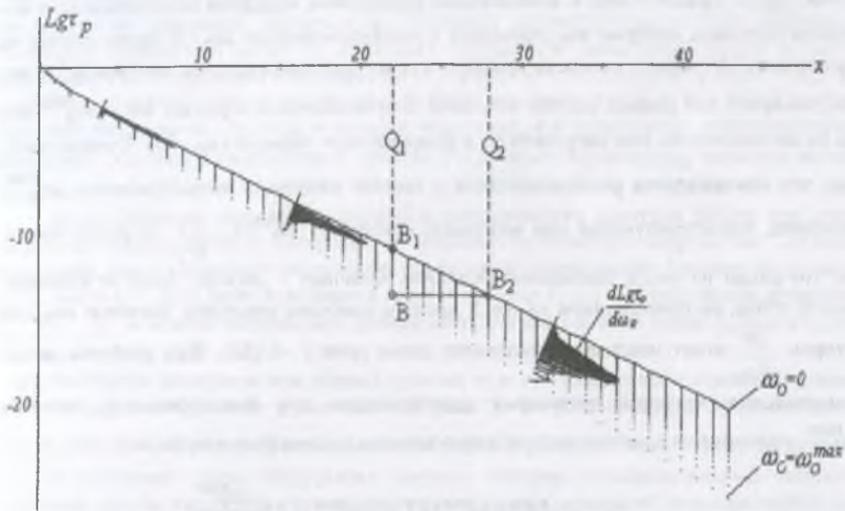


Рис.6. Разброс долговечности и плотность распределения ее в зависимости от уровней нагружения и исходной поврежденности.

Построение плотности вероятности $\frac{dP}{d\omega_0}$ и $\frac{dP}{dLg(\omega_0)}$ на рис.3 выполнено по формулам $\frac{\partial P}{\partial \omega_0} = \frac{\partial P}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial \omega_0}$ и $\frac{dP}{dLg(\omega_0)} = Ln(10) \cdot \omega_0 \cdot \frac{dP}{d\omega_0}$. Если в уравнении (1) перейти от функции $Sh(x)$ к функции $exp(x)$, то можно получить выражение для долговечности при $x = \alpha\sigma = Const$ в виде $\tau_p = -Ei(-\frac{x}{1-\omega_0})$, и тогда для $\frac{\partial \tau_p}{\partial \omega_0}$ будем иметь $\frac{\partial \tau_p}{\partial \omega_0} = -\frac{1}{1-\omega_0} \exp(-\frac{x}{1-\omega_0})$. Несмотря на определенную некорректность замены $Sh(x) \rightarrow exp(x)$ (ненулевая скорость $d\omega/dt$ при $x=0$) результаты расчета $Lgr_p(x)$ практически одинаковы для $x > 1.5 \div 2$, а начиная с $x > 5 \div 10$, можно для времени разрушения использовать аппроксимацию $\tau_p \approx \frac{exp(-x)}{x}$ (при $\omega_0 = 0$). Используя эти приближения, достаточно просто выполнить все построения. Именно таким образом семейство кривых распределения $\frac{dLgr_p(x, \omega_0)}{d\omega_0}$ для $0 \leq \omega_0 \leq \omega_0^{max}$ построено на рис.6.

Предположим, что во время испытаний образцов на долговечность под разными уровнями нагрузки реализовалась полоса разброса, как это видно, например, на рис.6. Для двух уровней нагрузки Q_1 и Q_2 рассмотрим точки, принадлежащие линии $B_1 B_2$. При качественной подготовке и проведении экспериментов можно пренебречь вари-

циями $\delta Q, \delta A$ сравнительно с возможными вариациями исходной неоднородности материала образцов, которые мы связываем с неоднородностью ω_0 . В таком случае на реализацию "B" можно смотреть двойко – как на долговечность под нагрузкой Q_1 при максимальной для данных опытов исходной поврежденности образцов $\omega_0 = \omega_0^{\max}$ или как на долговечность под нагрузкой Q_2 в бездефектном образце ($\omega_0 = 0$). Отсюда находим, что максимальная реализовавшаяся в опытах начальная поврежденность ω_0^{\max} (величина, характеризующая сам материал) составляет $\omega_0^{\max} \approx 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$ и может иметь, как это видно по рис.6, достаточно большую величину – десятые доли от единицы. Вместе с тем, по приведенным на рис.3 данным наиболее вероятное значение ω_0 (при котором $\frac{\partial P}{\partial \omega_0}$ имеет максимум) составляет сотые доли (~ 0.052). Зона разброса экспериментальных значений логарифма долговечности при фиксированном значении ω_0^{\max} расширяется с ростом нагрузки практически по линейному по закону

$$\Delta_{Lg} = -LgH(x, \omega_0^{\max}) \approx Lg(1 - \omega_0^{\max}) + 2.3 \frac{\omega_0^{\max}}{1 - \omega_0^{\max}}$$

На рис.6 показано семейство кривых $Lg\tau_p(x, \omega_0)$ для интервала $0 \leq \omega_0 \leq \omega_0^{\max}$, которое можно рассматривать как одно из двух семейств линий соответствующей криволинейной системы координат. Вдоль этого семейства изменяется переменная

$S(x, \omega_0) = \int_{x_0}^x \sqrt{1 + (y')^2} dx$, где $y' = \frac{dLg(\tau_p(x, \omega_0))}{dx}$. Если воспользоваться приближением

$\tau_p \approx \frac{\exp(-x/(1-\omega_0))}{x/(1-\omega_0)}$, то интеграл для $S(x, \omega_0)$ может быть выражен через функцию $ArSh()$.

На этом семействе можно построить ортогональное ему семейство линий, вдоль которых будет изменяться переменная ω_0 . Описывающее это семейство выражение также имеет достаточно простую аналитическую форму.

Ввиду того, что кривизна линий $Lg\tau_p(x, \omega_0)$ для разных $\omega_0 = Const$ мало отличается между собой, получающиеся ортогональные кривые $S = Const$ в интересующем нас диапазоне ω_0 мало бы отличались от прямых, ортогональных линии $Lg\tau_p(x, 0)$.

Поэтому на рис.6 кривые плотности распределения долговечности $\frac{dLg\tau_p}{d\omega_0}$ для значений параметра нагружения $x=4$, $x=16$ и $x=32$ отложены как раз на таких прямолинейных отрезках. Расположение кривых разброса вдоль линий $S = Const$ или на замещающих их прямолинейных отрезках в большей степени отвечает физическому смыслу задачи, чем используемое обычно представление разброса вдоль оси ординат (которое можно проследить по точкам на рис.6). При этом имеется полное соответствие исходной поврежденности материала с положением координатной линии $\omega_0 = Const$ системы криволинейных координат.

Кривые длительной прочности, построенные по параметру ω_0 , как это сделано, например, на рис.6, могут удобно дополнить кривые длительной прочности по параметру вероятности [5,6]. Так как вдоль кривой $P = Const$, как показано выше, величина

ω_0 меняется при изменении уровня нагрузки, то использование кривых длительной прочности по параметру вероятности становится нецелесообразным при переходе к описанию переменных нагрузок, поскольку нарушаются сами предпосылки применения гипотез суммирования поврежденности. Кроме того, построение кривых $P(T_p)$ на концевых участках кривых распределения (при значениях $P < 1\%$ и $P > 99\%$) требует большого количества образцов и времени испытаний, и в этом смысле прогнозирование концевых участков вероятностных кривых $P(T_p)$ через параметр ω_0 является весьма полезным.

Дополнительно рассмотрим вопрос о выполнимости критерия Бейли при учете исходной поврежденности материала на примере ступенчатого нагружения. Согласно критерию, для ступенчатого нагружения двумя последовательными блоками нагрузки с $\sigma_1 = \text{Const}$ и $\sigma_2 = \text{Const}$, действующими в течение времени t_1 и t_2 соответственно, функция $\varphi = \frac{t_1}{t_{1p}} + \frac{t_2}{t_{2p}}$ в момент разрушения должна стать равной единице (здесь $t_{1p}(\omega_0)$ и $t_{2p}(\omega_0)$ – долговечности материала при данных уровнях σ_1 и σ_2). Найденные с помощью уравнения (1) значения функции φ показывают (рис. 7), что хотя исходная поврежденность ω_0 и влияет на величину функции, но однозначно $\varphi < 1$ при всех $\sigma_1 > \sigma_2$ и $\varphi > 1$ при $\sigma_1 < \sigma_2$. На основании этого, представляя нагрузку набором последовательных участков ступенек, можно заключить, что независимо от уровня начальной поврежденности материала на монотонно возрастающих нагрузках разрушение наступит прежде, чем это устанавливается критерием линейного суммирования повреждений, и наоборот – в случае монотонно убывающих нагрузок (для случая $\omega_0 = 0$ этот вопрос рассмотрен в [3]).

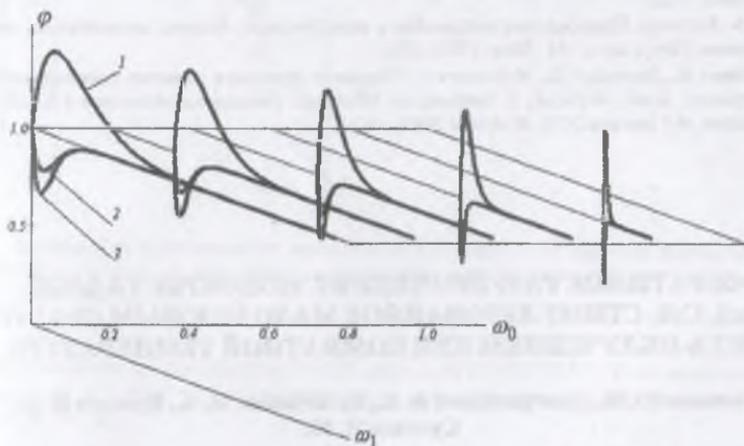


Рис. 7. Функция $\varphi = \varphi(\omega_0, \omega_1, \frac{\sigma_2}{\sigma_1})$ для значений $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 0.25$, $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1.5$, $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 2.5$ (кривые 1, 2, 3)

при $x_1 = \alpha x_2 = 20$. Обозначено: ω_1 – поврежденность в момент снятия напряжений σ_1 .

Поскольку частотный параметр ν в уравнении (1) рассматривался выше как некоторая константа материала, то само уравнение при этом не описывает режимов зарождения и размножения дефектов структуры, появляющихся в материале в процессе его

активного нагружения, например, циклического. В этом смысле вывод о применимости критерия Бейли фактически относится к случаю медленно меняющихся нагрузок, для которых непосредственно вызываемая ими (наведенная в материале) поврежденность составляет некоторую достаточно малую долю от исходной “технологической” поврежденности. В целом же, с учетом дополнительной зависимости параметров α и ν от режима нагружения, использование кинетических уравнений развития поврежденности типа (1) позволяет при наличии распределений $P(\omega_0)$ вести речь о прогнозировании долговечности с точки зрения вероятности ее реализации для произвольных законов изменения нагрузки $Q(t)$ во времени, в том числе для задачи определения остаточного ресурса. Эти кинетические уравнения обобщаются также на случай сложного напряженного состояния [3,7].

Список литературы

1. Регель В.Р., Слущер А.И., Томашевский Э.Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974, – 560с.
2. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1990, –448с.
3. Холодарь Б.Г. Некоторые вопросы применения термофлуктуационного подхода к описанию процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. Канд. дис., Челябинск, ЧПИ, 1976г.
4. Бобоев Т.Б., Регель В.Р., Слущер А.И. Статистический разброс значений долговечности при механическом испытании и необратимость разрушения твердых тел. Проблемы прочности, №3, 1974г, с.40–44
5. Трошенко В.Т., Красовский В.В., Сосновский Л.А., Стрижало В.А. Сопротивление материалов деформированию и разрушению. Справочное пособие. Часть 2. Киев, Наукова думка, 1994г. –702с.
6. Дж. А. Коллинз. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение: Пер. с англ. –М.: Мир, 1984, –624с.
7. Хвисевич В., Холодарь Б., Якушевич С. Описание процессов развития поврежденности в материалах. В кн.: *Materials II Sympozjium Mechaniki Zniszczenia Materialow i Konstrukcji Augustow, 4-7 czerwca 2003, Bialystok 2003*, с.47-52

ОБРАТИМОЕ РАЗУПРОЧНЕНИЕ МОНОКРИСТАЛЛОВ Si, ZnS, C₆₀, СТИМУЛИРОВАННОЕ МАЛОДОЗОВЫМ ($D < 1$ сGy) БЕТА-ОБЛУЧЕНИЕМ ПРИ КОМНАТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Головня Ю. И., Дмитриевский А. А., Кузьмицкая М. А., Пушкин И. А.,
Сучкова Н. Ю.

*Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, Тамбов, Россия,
dmitr2002@tsu.tmb.ru*

Исследования дефектов, генерируемых малыми дозами ($D < 1$ сGy) ионизирующего облучения в полупроводниках, как правило, проводятся с использованием электрических методов [1]. Однако, не все радиационные дефекты (РД) способны изменять электрические свойства полупроводников.