

УДК 539.3

## ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРОВ ТРЕЩИНЫ НА ВРЕМЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ РАЗРУШЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В.В. Тарабан

СПб государственный технологический институт (технический университет)  
198013, СПб, Московский пр., 26

Влияние размеров трещины на временные зависимости динамической вязкости разрушения твердых тел. Рассматривается задача об ударном нагружении бесконечной области с прямолинейной трещиной. Анализ разрушения проводится при помощи структурно-временного критерия разрушения. Получены зависимости динамической вязкости разрушения от времени до разрушения материала, которые могут качественно отличаться друг от друга при различных значениях размера трещины.

Принято считать, что временные диаграммы динамической вязкости разрушения связаны только со свойствами материала и одинаковы для образцов с различными по форме и размерам трещинами. Однако не зависящие друг от друга эксперименты по определению динамической вязкости разрушения часто демонстрируют существенный разброс данных (см., например, [1]–[2]). Наблюдаемые в экспериментах эффекты немонотонности динамической вязкости разрушения [2] обычно объясняются изменением механических свойств материалов при высоких значениях интенсивности и скорости внешнего нагружения (переход в вязкоупругое состояние). Данные обстоятельства во многом затрудняют применение в практических расчетах на прочность динамической вязкости разрушения, как независимой от размеров и формы трещины характеристики разрушения. В настоящей работе предлагается аналитический способ определения динамической вязкости разрушения. Определены временные диаграммы динамической вязкости разрушения, существенно отличающиеся друг от друга при разных по порядку длинам трещины, при этом эффект немонотонности динамической вязкости разрушения получен в определенном диапазоне длин трещин при условии, что материал остается упругим вплоть до момента разрушения.

Рассматривается задача о внезапном нагружении нормальным давлением поверхности прямолинейной трещины длины  $2a$ , содержащейся в неограниченном упругом однородном изотропном пространстве. Граничными условиями на линии  $y = 0$  будут

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(x, 0, t) &= -pH(t) \quad \text{при } |x| < a, \\ \tau_{xy}(x, 0, t) &= 0 \quad \text{при } 0 < |x| < \infty, \\ V(x, 0, t) &= 0 \quad \text{при } |x| > a, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $p = \text{const}$ ,  $H(t)$  – функция Хевисайда. На бесконечном удалении от трещины выполняются условия

$$U(x, y, t) \rightarrow 0, \quad V(x, y, t) \rightarrow 0 \quad \text{при } x^2 + y^2 \rightarrow \infty.$$

Компоненты перемещения и тензора напряжений могут быть представлены через две скалярные функции  $\phi(x, y, t)$  и  $\psi(x, y, t)$ , удовлетворяющие волновым уравнениям:

$$c_1^2 \Delta \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}, \quad c_2^2 \Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad (2)$$

так, что

$$U = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad V = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\rho c_1^2 \Delta \phi + 2\rho c_2^2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \right), \\ \sigma_{yy} &= -\rho c_1^2 \Delta \phi - 2\rho c_2^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right), \\ \tau_{xy} &= -\rho c_1^2 \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь:  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $c_1$  и  $c_2$  – скорость продольных и поперечных волн соответственно,  $\rho$  – плотность материала.

Решение (1)–(4) может быть получено методами преобразования Лапласа по времени

$$\Omega(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \omega(t) dt.$$

Воспользуемся некоторыми результатами [3]. Задача сводится к решению интегрального уравнения

$$F(\xi, \bar{p}) - \int_0^1 F(\eta, \bar{p}) L(\xi, \eta, \bar{p}) d\eta = \sqrt{\xi}, \quad (0 \leq \xi, \eta \leq 1) \quad (5)$$

с ядром

$$L(\xi, \eta, \bar{p}) = \frac{\sqrt{\xi\eta}}{(1-c^2)} \left[ \int_0^{\infty} w(z, \bar{p}) J_0(z\eta) J_0(z\xi) dz - m\bar{p}^2 I_0(n\bar{p}\xi) K_0(n\bar{p}\eta) \right]. \quad (6)$$

Здесь введены обозначения:

$$w(z, \bar{p}) = z \left( 1 - c^2 + \frac{m\bar{p}^2}{1+n^2\bar{p}^2} \right) + \frac{1}{2\bar{p}^2} \left( 4z^2 \sqrt{z^2 + \bar{p}^2} - \frac{(2z^2 + \bar{p}^2)^2}{\sqrt{z^2 + c^2\bar{p}^2}} \right); \quad (7)$$

$$c = c_2/c_1; \quad \bar{p} = pa/c_2; \quad m = \frac{3c^4 - 4c^2 + 3}{4}; \quad n = \frac{5c^6 - 6c^4 + 2c + 1}{8m}; \quad J_0 - \text{функция}$$

Бесселя первого рода нулевого порядка;  $I_0$  и  $K_0$  – модифицированные функции Бесселя нулевого порядка первого и второго рода соответственно. Тогда коэффициент интенсивности напряжений определяется в виде

$$K_1(\bar{t}) = g(\bar{t}) p \sqrt{\pi a}, \quad (8)$$

где  $\bar{t} = tc_2/a$ , а  $g(\bar{t})$  – оригинал функции  $\frac{F(1, \bar{p})}{\bar{p}}$ :

$$\frac{F(1, \bar{p})}{\bar{p}} = \int_0^{\infty} e^{-\bar{p}\bar{t}} g(\bar{t}) d\bar{t}. \quad (9)$$

Решение интегрального уравнения (5) осуществлялось численно с помощью квадратурных формул Симпсона и метода исключения Гаусса. Результат расчета зависимости  $F(1, \bar{p})$  от  $\bar{p}$  представлен на рис.1. Численное обращение преобразования Лапласа (9) проводилось методом Беллмана [4]. Результат расчета коэффициента интенсивности напряжений для высокопрочной стали (коэффициент Пуассона  $\nu = 0.29$ ) представлен на рис.2.

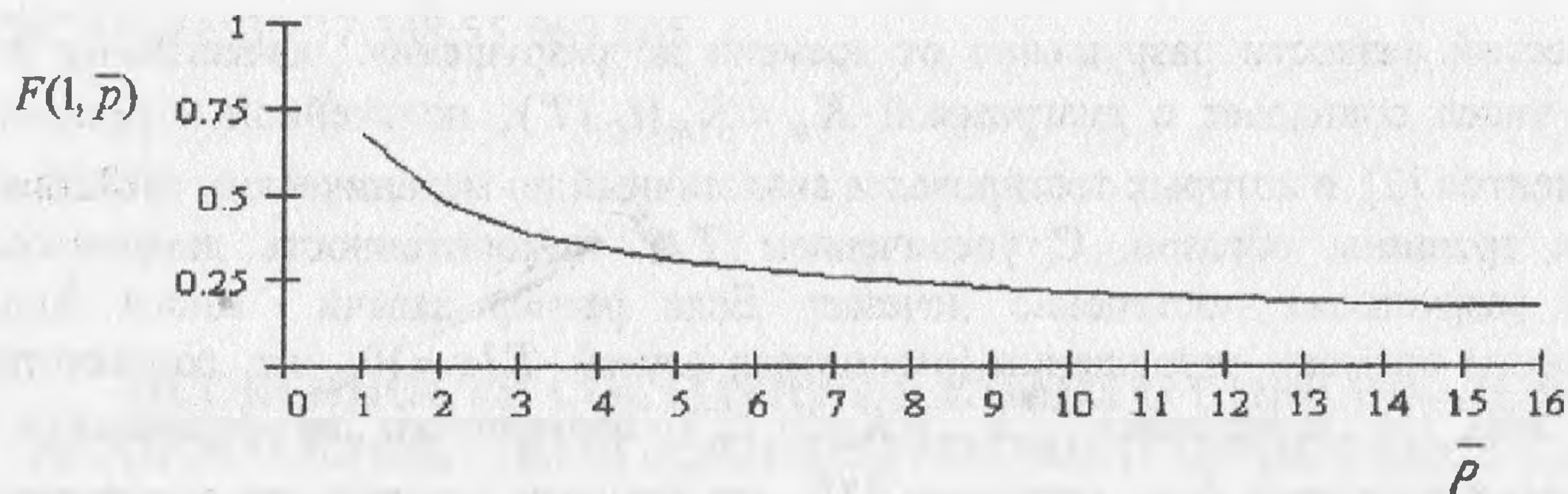


Рис.1. Решение интегрального уравнения (5)

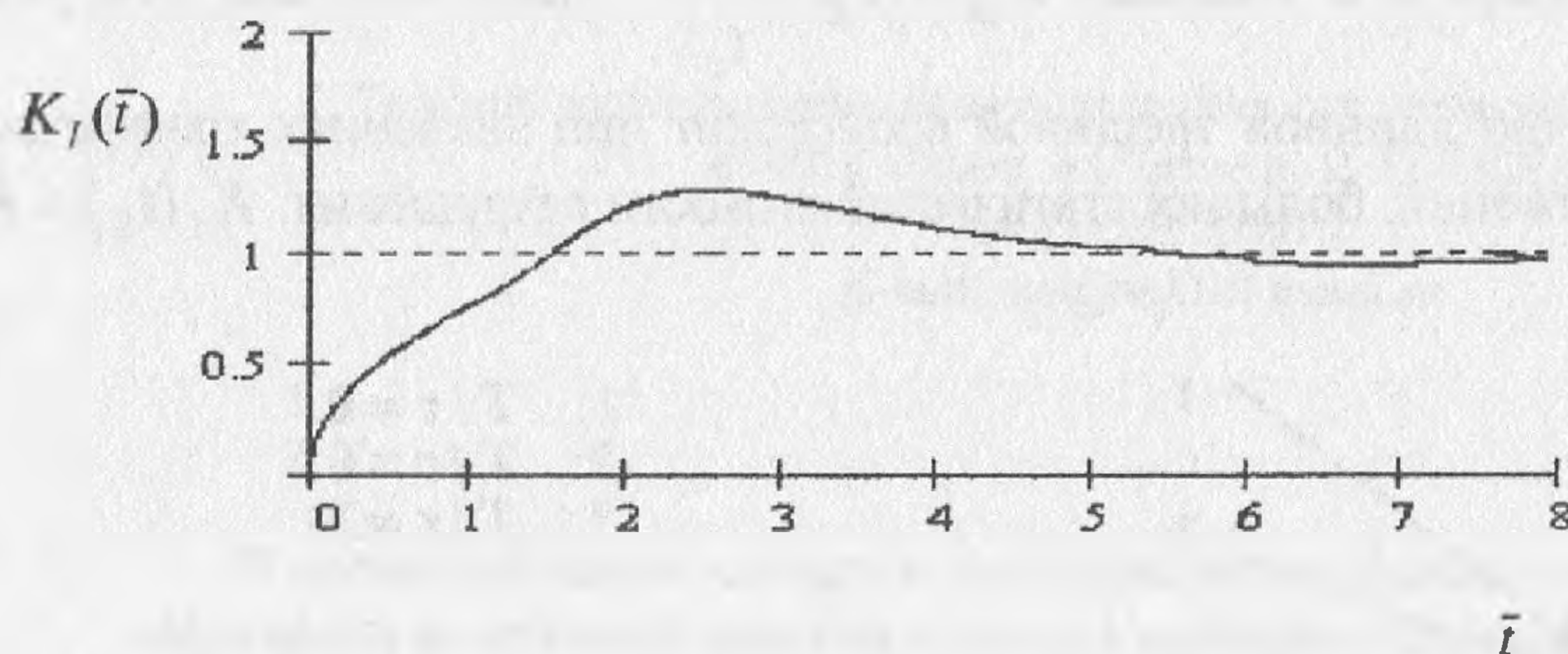


Рис.2. Зависимость коэффициента интенсивности напряжений от времени

Анализ разрушения в вершине трещины будем проводить на основе структурно-временного критерия [5]

$$\int_{t-\tau}^t K_I(s) ds \leq K_{IC} \tau, \quad (10)$$

где:  $\tau$  – структурное время разрушения,  $K_{IC}$  – статическая вязкость разрушения. Вычислим динамическую вязкость разрушения (критическое значение коэффициента интенсивности напряжений, инициирующее разрушение материала в момент времени  $t_c$ )

$$K_{Id} = g(t_c c_2 / a) p_c \sqrt{\pi a}. \quad (11)$$

Минимальная разрушающая нагрузка  $p_c$  определяется подстановкой зависимости (8) в критерий (10) при условии достижения в последнем равенства. В результате получаем выражение для динамической вязкости разрушения

$$K_{Id} = K_{IC} \left[ \frac{T}{\tau} \int_{(t_c - \tau)/T}^{t_c/T} \frac{g(s)}{g(t_c/T)} ds \right]^{-1}, \quad (12)$$

где:  $T = a/c_2$  – характерный размер задачи (время пробега волны на расстояние половины длины трещины).

Результаты расчетов зависимости динамической вязкости разрушения от времени до разрушения по формуле (12) для высокопрочной стали ( $\nu = 0.29$ ;  $\tau = 7$  мкс,  $c_1 = 6$  мм/мкс,  $K_{IC} = 47$  МПа $\sqrt{м}$ ) при различных значениях  $T/\tau$  представлены на рис.3. Аналогичные диаграммы получены в [6] для неограниченного упругого образца, содержащего дисковую трещину конечных размеров. Очевидно, если размер задачи  $T$  сравним по величине со структурным временем разрушения (рассмотрен случай  $T/\tau = 0.5$ , что соответствует  $a \approx 11.5$  мм), имеет место заметный эффект немонотонности динамической вязкости разрушения. В этом диапазоне длин трещин разрушение возможно при значениях коэффициента интенсивности напряжений, меньших статической вязкости разрушения. Данная диаграмма зависимости

динамической вязкости разрушения от времени до разрушения качественно и по порядку чисел совпадает с диаграммой  $K_{Ia} = K_{Ia}(t_c/T)$ , полученной в результате экспериментов [2], в которых тестировался аналогичный по механическим свойствам и размерам трещины образец. С увеличением  $T/\tau$  немонотонность динамической вязкости разрушения постепенно исчезает. Если размер задачи много больше структурного времени разрушения (рассмотрен случай  $T/\tau = 10$ , что соответствует  $a \approx 230$  мм), то диаграммы  $K_{Ia} = K_{Ia}(t_c/T)$  практически не отличаются от классических диаграмм (см., например, [7]), для которых справедлива эмпирическая формула К. Рави-Чандара и В. Кнаусса:  $K_{Ia} = K_{IC} + \frac{C}{t_c^2}$ . Следовательно, разрушение материала с достаточно длинной трещиной происходит при значениях коэффициента интенсивности напряжений, больших статической вязкости разрушения:  $K_I(t_c) > K_{IC}$ .

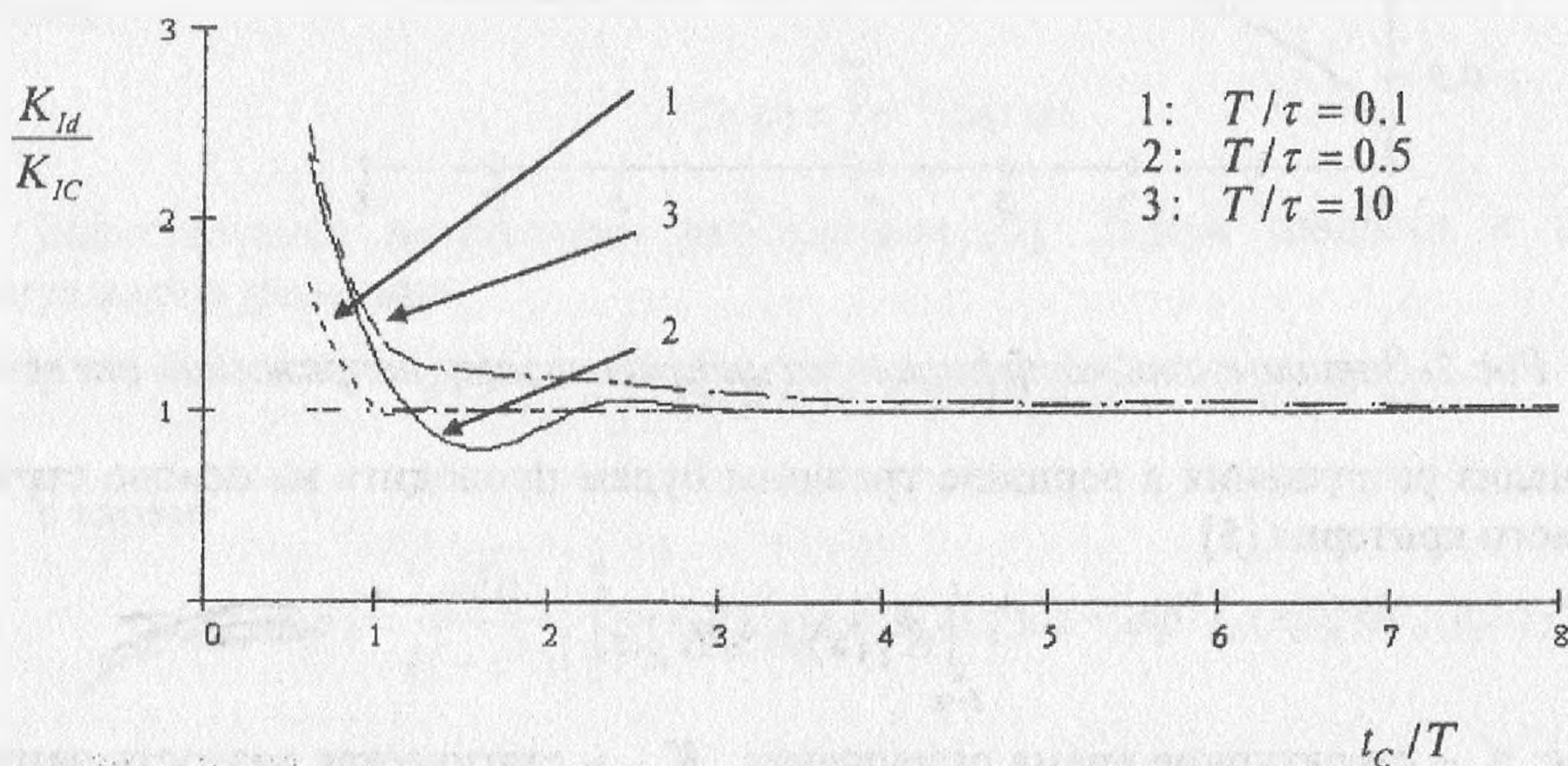


Рис. 3. Зависимость динамической вязкости разрушения от времени до разрушения

Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что динамическая вязкость разрушения зависит не только от механических свойств материала, но и от геометрических параметров конкретной задачи.

#### Список литературы

1. Knauss W.G. Fundamental problems in dynamic fracture // Adv. Fracture Res.: Proc. 6<sup>th</sup> ICF / S.R. Vallury. Oxford. N.Y. 1984. Vol. 1. P. 625-652.
2. Kalthoff J.F. Fracture behavior under high rates of loading // Engng. Fract. Mech. 1986. Vol. 23. P. 289-298.
3. Sih G.C., Embley G.T., Ravera R.S. Impact response of a finite crack in plane extension // Int. J. Solids Structures. 1972. Vol. 8. P. 977-993.
4. Bellman R., Kalaba R., Lockett J. Numerical inversion of the Laplace transform // Amsterdam. 1966. 249 p.
5. Petrov Y.V., Morozov N.F. On the modeling of fracture of brittle solids // ASME J. Appl. Mech. 1994. Vol. 61. P. 710-712.
6. Тарабан В.В. О влиянии геометрических размеров дефекта на динамическую вязкость разрушения // Вестник молодых ученых. Сер. I: Прикладная математика и механика. 1999. №1. С. 87-91.
7. Ravi-Chandar K., Knauss W.G. An experimental investigation into dynamic fracture: 1. Crack initiation and arrest // Internat. J. Fracture. 1984. Vol. 25. P. 247-262.