

УДК 621.822

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО КОНТАКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТИ

М.М. Матлин, А.В. Бабаков, А.И. Фролова

Волгоградский государственный технический университет  
400131, г. Волгоград, проспект Ленина 28, E-mail [allexy@bavard.ru](mailto:allexy@bavard.ru)

В технике различают начальный контакт деталей по линии или в точке. Оба вида контакта часто встречаются в современных машинах, а также используются при упрочнении деталей машин поверхностным пластическим деформированием и в технологических процессах обработки металлов давлением (например, вдавливание сферического штампа, прошивка отверстий и т.п.). Закономерности упругого контактного взаимодействия достаточно хорошо описываются решениями Г. Герца, А.Н. Динника, Н.М. Беляева, К. Джонсона и др. Однако для упругопластической контактной задачи аналогичных решений к настоящему времени не создано, поэтому для решения подобных задач используют численные методы [1] или метод [2], предусматривающий построение поля линий скольжения.

Цель данной работы состояла в разработке инженерного метода определения параметров упругопластического контакта с применением метода теории размерности [3].

Рассмотрим вначале случай начального касания деталей по линии. Следуя методу теории размерности, необходимо вначале определить перечень величин, существенных для процесса контактного взаимодействия. С этой целью было выполнено экспериментальное исследование, в котором измеряли ширину  $2b$  остаточного отпечатка в контакте стального цилиндра (с радиусом 1,5; 3,0 или 5,0 мм и твердостью  $HRC_3 = 63 \div 65$ ) со стальными плитками различной твердости. Нагружение выполняли с помощью прессы Бринелля ТШ-2, ширину  $2b$  измеряли (в пяти точках по длине линии контакта) на инструментальном микроскопе ММИ-2. Каждый опыт повторяли 3 раза и находили среднее значение измеряемой величины. Ряд экспериментальных результатов представлен на рисунках 1 и 2. Анализ этих результатов показывает, что ширина  $2b$  остаточного отпечатка может быть представлена как функция следующих существенных факторов: пластической твердости  $HД$  [4, 5] материала плитки, радиуса  $R$  цилиндра, удельной нагрузки  $q = P/l$ , где  $P$  — контактная нагрузка, а  $l$  — длина линии контакта.

Отметим, что выбор пластической твердости  $HД$  в качестве характеристики пластических свойств материала плитки основан на том, что значение  $HД$  (при его определении согласно [5]) не зависит от нагрузки и диаметра сферического индентора (то есть не зависит от условий испытания), а, следовательно, является константой для данного материала; по своему физическому смыслу  $HД$  представляет собой не условное давление в контакте (как, например, твердость по Бринеллю  $HB$ ), а модуль упрочнения материала при внедрении в него сферического индентора — контактный модуль упрочнения.

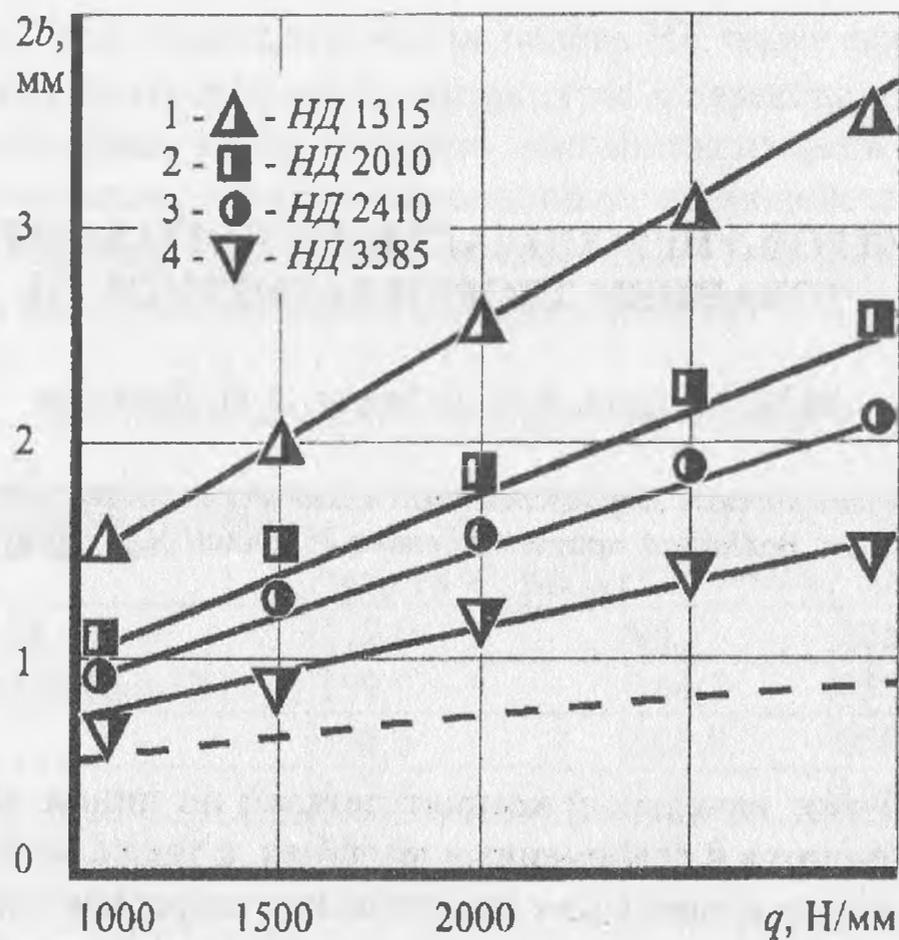


Рис. 1. Зависимость ширины  $2b$  остаточного отпечатка от удельной нагрузки  $q$  в контакте упругого цилиндра (с радиусом  $R=5$  мм) со стальными плитками различной твердости: значки — опыт; сплошные линии — расчет по формуле (4); пунктирная линия — расчет по «упругой» формуле Герца.

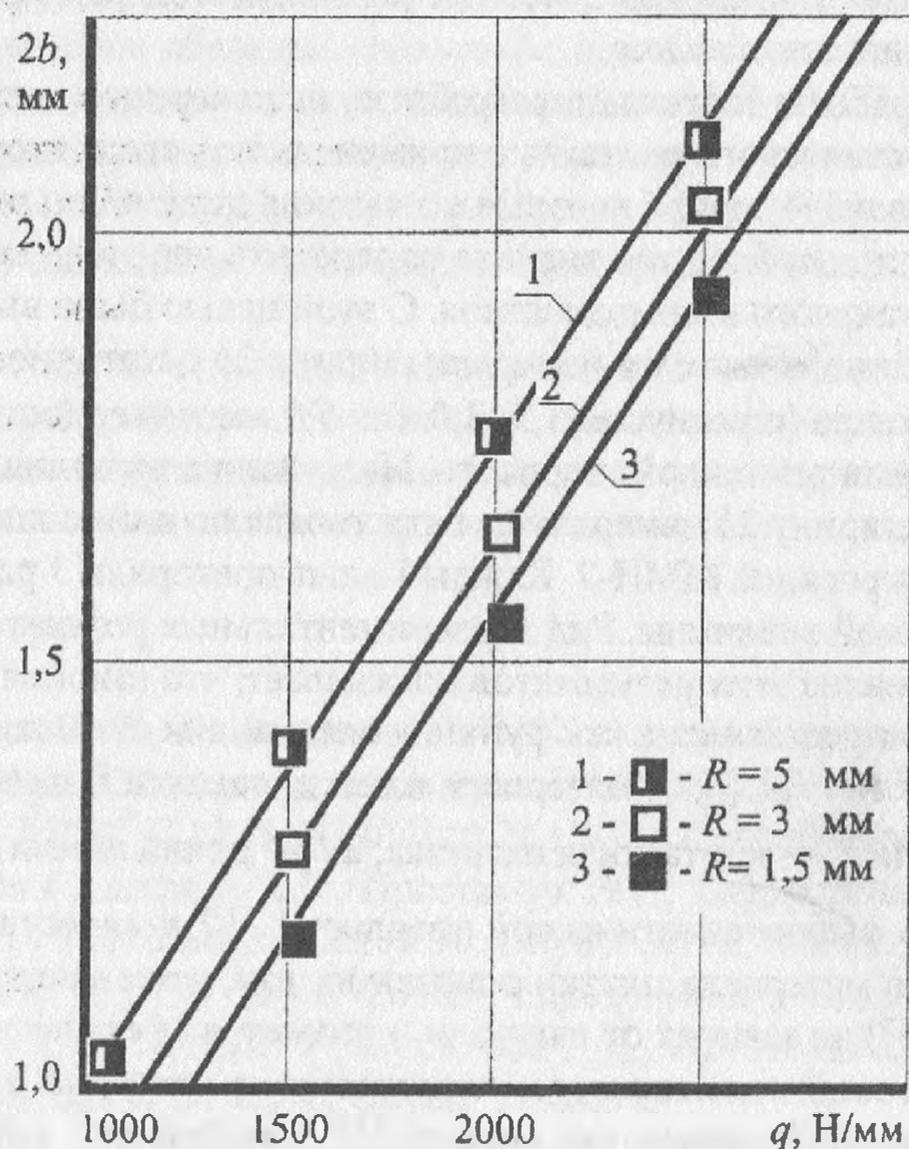


Рис. 2. Зависимость ширины  $2b$  остаточного отпечатка от удельной нагрузки  $q$  в контакте упругих цилиндров различных радиусов  $R$  со стальной плиткой (с твердостью материала НД 2010 МПа): значки — опыт; сплошные линии — расчет по формуле (4).

Таким образом, ширину  $2b$  остаточного отпечатка можно представить как функцию указанных выше параметров

$$2b = f(HД, R, q). \quad (1)$$

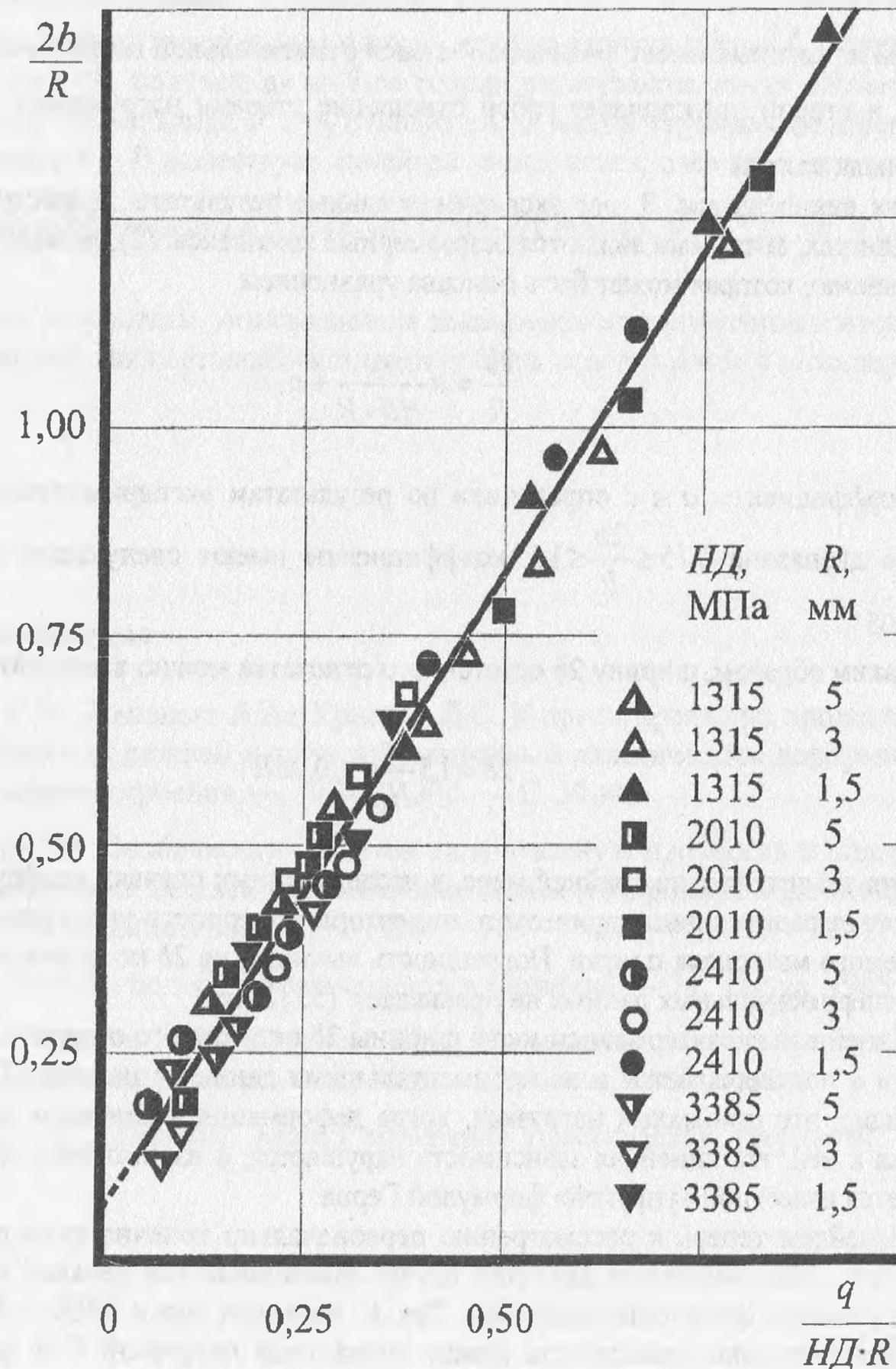


Рис. 3. Зависимость относительной ширины  $\frac{2b}{R}$  остаточного отпечатка от безразмерного комплекса  $\frac{q}{HD \cdot R}$ : значки — опыт; линия — расчет по формуле (3).

Приняв в качестве основных единицы силы и длины, в соответствии с «π-теоремой» Бэкингема теории размерности [3] из четырех переменных параметров, содержащихся в выражении (1), можно составить два безразмерных комплекса

$$\frac{2b}{R} \quad \text{и} \quad \frac{q}{HД \cdot R}, \quad (2)$$

первый из которых имеет физический смысл относительной ширины остаточного отпечатка, а второй представляет собой отношение степени нагружения  $\frac{q}{R}$  к твердости материала плитки.

Как видно из рис. 3, все экспериментальные результаты, перестроенные в новых координатах, которыми являются безразмерные комплексы (2), ложатся практически на одну линию, которая может быть описана уравнением

$$\frac{2b}{R} = a \frac{q}{HД \cdot R} + c. \quad (3)$$

Коэффициенты  $a$  и  $c$  определили по результатам экспериментального исследования: в диапазоне  $0,15 \leq \frac{2b}{R} \leq 1,5$  коэффициенты имеют следующие значения  $a = 1,5$ ,  $c = 0,05$ .

Таким образом, ширину  $2b$  остаточного отпечатка можно вычислять по формуле

$$2b = 1,5 \frac{q}{HД} + 0,05R. \quad (4)$$

Это значит, что, по крайней мере, в исследованных случаях коэффициенты  $a$  и  $c$  не зависят от радиуса цилиндрического индентора и твердости упругопластически деформируемого материала плитки. Погрешность вычисления  $2b$  по формуле (4) относительно экспериментальных данных не превышает (5...10)%.

Линейный характер зависимости ширины  $2b$  остаточного отпечатка от удельной нагрузки  $q$  подтверждается и экспериментальными данными работы [2]. В то же время очевидно, что при малых нагрузках, когда деформация в контакте чисто упругая или близка к ней, эта линейная зависимость нарушается, а взаимосвязь между  $2b$  и  $q$  описывается известной «упругой» формулой Герца.

Перейдем теперь к рассмотрению первоначально точечного упругопластического контакта. Закономерности для этого случая взаимодействия деталей изучены к настоящему времени достаточно подробно. Так, Е. Мейером еще в 1908 г. была установлена экспериментальная зависимость между контактной нагрузкой  $P$  и диаметром  $d$  остаточного отпечатка; известно также, что в диапазоне глубин  $h$  остаточных отпечатков, составляющих 0,02...0,16 от радиуса  $R$  сферического индентора, между  $P$  и  $h$  существует линейная зависимость [4, 5], на которой основано понятие пластической твердости  $HД$ . В то же время, при глубинах внедрения индентора, превышающих  $0,16R$ , указанная линейная зависимость нарушается. Для установления расчетных зависимостей, описывающих глубину  $h$  при  $h > 0,16R$ , нами был также использован метод теории размерности. В результате получили формулу

$$\frac{h}{R} = a' \left( \frac{P}{HD \cdot R^2} \right)^{b'}, \quad (5)$$

достоверность которой подтверждена при внедрении сферического индентора в плитки, изготовленные из различных материалов: сталей (различной твердости), меди, титана, латуни, алюминиевых сплавов. Установлено, что  $a' = 0,147$ ,  $b' = 1,22$  независимо от упругих свойств и твердости материала плиток, а также радиуса сферы. Следует подчеркнуть, что формула (5), полученная на базе теории размерности, имеет обобщенный характер, а потому справедлива и при относительно малых глубинах внедрения, когда  $h \leq 0,16R$ , а между  $h$  и  $P$  существует линейная зависимость; очевидно, что в последнем случае значения коэффициентов в формуле (5) будут иными:  $a' = 0,5/\pi$ ,  $b' = 1$ .

Полученные результаты, описывающие закономерности упругопластического контактного взаимодействия деталей машин могут быть использованы в инженерной практике.

#### Список литературы

1. Иосилевич Г.Б., Точилкин А.А., Кривная Л.С. К проектированию процессов упрочняющей обработки деталей машин поверхностным пластическим деформированием // Вестник машиностроения. — 1978. — №7. — С. 39–41.
2. Черменский О.Н. Особенности расчетов на контактную прочность и долговечность тяжело нагруженных деталей из закаленных сталей (на примере подшипников качения) // Вестник машиностроения. — 1998. — №9. — С.38–41; №10. — С.11–15.
3. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. — М.: Наука, 1965. — 388 с.
4. Дрозд М.С., Матлин М.М., Сидякин Ю.И. Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации. — М.: Машиностроение, 1986. — 224 с.
5. ГОСТ 18835–73. Металлы. Метод измерения пластической твердости. — Введ. 01.01.74