

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗОНЕ ПЕРЕД ВЕРШИНОЙ ТРЕЩИНЫ

А.А. Барон, А.П. Осипенко, Д.С. Гевлич

*Волгоградский государственный технический университет,
Россия, 400005 Волгоград, пр-т Ленина 28
E-mail: detmash@vstu.ru*

В настоящей статье представлена математическая модель, позволяющая получить распределение напряжений в пластической зоне перед фронтом трещины нормального отрыва вдоль оси, лежащей в плоскости продолжения трещины и нормальной её фронту. Рассмотрен момент, непосредственно предшествующий разрушению, когда трещина притуплена, а её раскрытие δ_c и ширина зоны вытягивания W достигли критических величин. Анализ выполнен для упругопластического упрочняемого материала, испытывающего плоскую деформацию ($\varepsilon_z = 0$). Разработаны упрощённые формулы для определения ширины зоны вытягивания и радиуса закругления вершины трещины. Результаты расчёта представлены на примере стали 15Х2МФА при $t = 20^\circ\text{C}$.

Постановка задачи и цель исследования

Известно, что существующие классические решения задачи о напряжениях в пластической зоне перед фронтом трещины нормального отрыва [1, 2] (поле HRR) приводят к сингулярности типа r^{-1} в её вершине. Притупление трещины в процессе нагружения не учитывается. Вследствие этого напряжения и деформации при $X = 0$ стремятся к бесконечности, что противоречит реальной физической картине. Кроме того, названные решения получены для несжимаемого материала. Диаграмма деформирования в указанных работах аппроксимирована уравнением Холломоны $\sigma_i = A \cdot \varepsilon_i^n$, которое неприменимо при деформациях, превышающих равномерную. Указанные трудности в значительной степени преодолены авторами работы [3]. В недавнее время опубликован ряд работ [4–6], посвященных исследованию деформаций в зоне микропластичности. Предлагаемый в настоящей статье метод расчёта напряжений вдоль оси X в пластической зоне перед фронтом трещины нормального отрыва основан на результатах, полученных авторами [4–6]. Это позволяет существенно упростить решение. Анализ выполнен для упругопластического упрочняемого материала, испытывающего плоскую деформацию ($\varepsilon_z = 0$). Ось X лежит в плоскости продолжения трещины и нормальна её фронту. Рассмотрен момент, непосредственно предшествующий разрушению, когда трещина притуплена, а её раскрытие δ_c и ширина зоны вытягивания W достигли критических величин. Принималось, что напряжённно-деформированное состояние в зоне микропластичности перед фронтом трещины нормального отрыва может

быть описано с помощью методов механики сплошной среды. Также полагали, что при этом связь между интенсивностями напряжений σ_i и деформаций ε_i в пластической зоне, вдоль оси X описывается обобщённой диаграммой деформирования. Для аппроксимации диаграммы деформирования использовано уравнение Лудвика, корректное во всём интервале деформаций вплоть до момента разрушения:

$$\sigma_i = \sigma_0 + A \cdot \varepsilon_i^n. \quad (1)$$

Расчёт интенсивности деформаций в пластической зоне

Согласно решению, приведённому в работе [4], интенсивность упругопластических деформаций вдоль оси X в зоне микропластичности перед фронтом трещины нормального отрыва можно найти как:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_f \cdot \exp\left[-\varepsilon_f \cdot \frac{x}{1.155 \cdot W}\right]. \quad (2)$$

Здесь W – ширина зоны вытягивания, которая, в свою очередь, рассчитывается по формуле:

$$W = \frac{0.866 \cdot \varepsilon_f \cdot r}{\ln \varepsilon_f - \ln(\sigma_T / E)}, \quad (3)$$

где $\varepsilon_f = -\ln(1 - \psi_K)$; $r = \frac{(1 - 2\mu)^2}{2 \cdot \pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_T}\right)^2$; G – модуль сдвига.

Таким образом, как следует из (2) и (3),

$$\varepsilon_i = \varepsilon_f \cdot \exp\left(\frac{-x \cdot \ln(\varepsilon_f \cdot E / \sigma_T)}{r}\right). \quad (4)$$

Ширина зоны вытягивания W использована ниже для расчёта радиуса закругления вершины трещины. Поэтому с целью упрощения формулы (3) мы исследовали зависимость W/r от ε_f . Как видно из графика (рис. 1), построенного по литературным данным [7] для низкопрочных сталей 10Г2ФБ, 06Г2НАБ, 10ХГНМАЮ, 17Г1С-У, 17ГС, В ст. 3 кп, и Х70, между W/r и ε_f в интервале температур $77 < T < 293$ К наблюдается чёткая линейная зависимость, которую можно аппроксимировать уравнением:

$$W/r = (0,1181 \cdot \varepsilon_f + 0,0237),$$

откуда

$$W = (0,1181 \cdot \varepsilon_f + 0,0237) \cdot r. \quad (5)$$

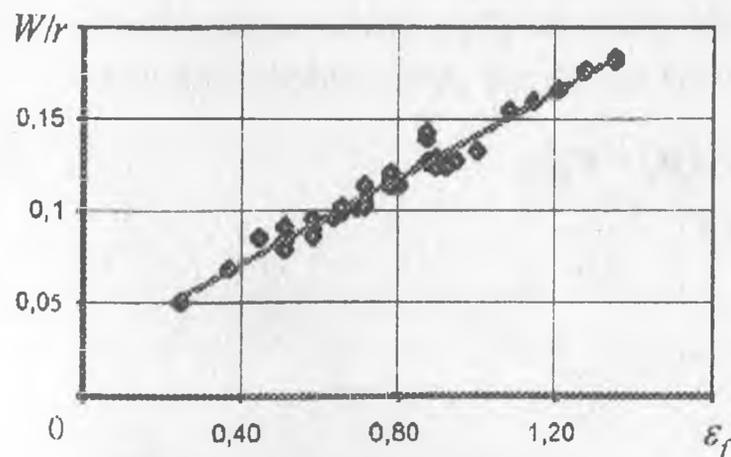


Рис. 1. Зависимость отношения W/r от деформации ε_f

В дальнейшем при расчётах величины W использовалось упрощённое выражение (5).

Расчёт радиуса закругления вершины трещины ρ

Исследованию таких параметров притупления трещины, как критическое раскрытие δ_c и ширина зоны вытягивания W посвящено значительное количество работ. Авторы работы [6] установили, что затупленная вершина трещины имеет форму полуэллипса, а не полуокружности, как считалось ранее. При этом соотношение полуосей эллипса непостоянно и зависит от температуры.

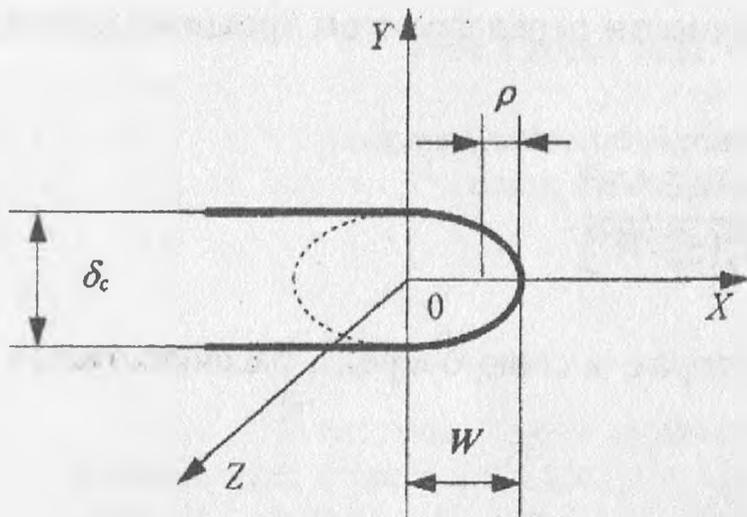


Рис. 2. Расчётная схема для определения радиуса закругления вершины трещины ρ .

Поэтому в настоящей работе радиус закругления вершины трещины определяли как радиус кривизны эллипса на его полуоси W (рис.2). Как видно из рис.2, вторая полуось равна $\delta_c/2$ и

$$\rho = \frac{\delta_c^2}{4 \cdot W} \quad (6)$$

Здесь δ_c рассчитано как в работе [8]:

$$\delta_c = 0,58 \cdot (1 - \mu^2) \cdot \frac{K_{IC}^2}{E \cdot \sigma_{0,2}}$$

Расчёт напряжений перед фронтом трещины нормального отрыва

Функцию напряжений для σ_x искали в виде:

$$\sigma_x = \frac{x}{a \cdot x^2 + b \cdot x + c} \quad (7)$$

Определение постоянных a , b и c будет выполнено несколько позже.

Зависимость между напряжениями и деформацией ε_z за пределами упругости имеет вид [9]:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)] + \varphi \cdot (\sigma_z - \sigma_0), \quad (8)$$

где μ - коэффициент Пуассона ($\mu = 0,33$);

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3};$$

$$\varphi = \frac{3 \cdot \varepsilon_i}{2 \cdot \sigma_i} - \frac{1}{2 \cdot G}.$$

Интенсивность упругопластических деформаций ε_i вдоль оси X рассчитывалась по выше полученной зависимости (4).

При плоской деформации ($\varepsilon_z = 0$) из формулы (8) получим:

$$\sigma_z = \frac{3 \cdot \mu + \varphi \cdot E}{3 + 2 \cdot \varphi \cdot E} \cdot (\sigma_x + \sigma_y). \quad (9)$$

На оси X имеем:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}. \quad (10)$$

Подставив выражения (1) и (9) в (10) и решив его относительно σ_y , получим:

$$\sigma_y = \left(\frac{3}{2 \cdot \alpha} - 1 \right) \cdot \sigma_x + \sqrt{\left[\left(\frac{3}{2 \cdot \alpha} - 1 \right)^2 - 1 \right] \cdot \sigma_x^2 + \frac{\sigma_i^2}{\alpha}}, \quad (11)$$

где

$$\alpha = 1 - \frac{3 \cdot \mu + \varphi \cdot E}{3 + 2 \cdot \varphi \cdot E} + \left(\frac{3 \cdot \mu + \varphi \cdot E}{3 + 2 \cdot \varphi \cdot E} \right)^2.$$

Для нахождения постоянных a , b и c в формуле (7) необходимы три уравнения. Первые два найдены из граничных условий, согласно которым при $X=r$ напряжение σ_x и производную $\partial \sigma_x / \partial x$ можно определить из решения Ирвина:

$$\sigma_x = \frac{K_{IC}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{K_{IC}}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \pi \cdot r^3}}. \quad (13)$$

Третье уравнение получим из решения Хилла [10] для идеально пластического материала без упрочнения, согласно которому функция σ_y определяется как:

$$\sigma_y = \begin{cases} \frac{2 \cdot \sigma_T}{\sqrt{3}} \cdot \left[1 + \ln \left(1 + \frac{x}{\rho} \right) \right] & \text{при } x \leq x_B \\ \frac{2 \cdot \sigma_T}{\sqrt{3}} \cdot \left(1 + \frac{\pi - \omega}{2} \right) & \text{при } x > x_B \end{cases}, \quad (14)$$

где

$$x_\beta = \rho \cdot \left(\exp\left(\frac{\pi - \omega}{2}\right) - 1 \right); \quad (15)$$

ρ – радиус закругления вершины трещины, рассчитывается по формуле (6); ω – угол раскрытия берегов трещины. Поскольку рассматривается трещина, берега которой параллельны друг другу (“щель”), $\omega = 0$.

Как видно из (14), функция σ_y при $0 < x < x_\beta$ возрастает. При $x \geq x_\beta$ сохраняются постоянные значения напряжений. Этого не может быть для упрочняемых материалов, т.к. интенсивность напряжений σ_i в пластической зоне по мере удаления от вершины уменьшается. В первом приближении примем, что в нашем случае для упругопластического материала с упрочнением максимум напряжения $\sigma_y = f(x)$, рассчитанного по формуле (11), наблюдается при $x = x_\beta$. В интервале $x_\beta \leq x \leq r$ функция $\sigma_y(x)$ убывает. Тогда третье уравнение для определения постоянных a , b и c в формуле (7) примет вид:

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial x}(x = x_\beta) = 0. \quad (16)$$

Для доказательства корректности такого подхода были рассчитаны значения интенсивности напряжений $\sigma_i(x)$ при $x = x_\beta$ и $x = 0$ для стали 15Х2МФА по данным работы [3] при температуре 20°C . Полученные значения $\sigma_i(0)$ и $\sigma_i(x_\beta)$ отличаются друг от друга всего на 7%. Таким образом, в пределах $0 < x < x_\beta$, степень упрочнения материала близка к предельной и почти не меняется. Это позволяет применить формулу (15) для определения абсциссы максимума функции $\sigma_y(x)$.

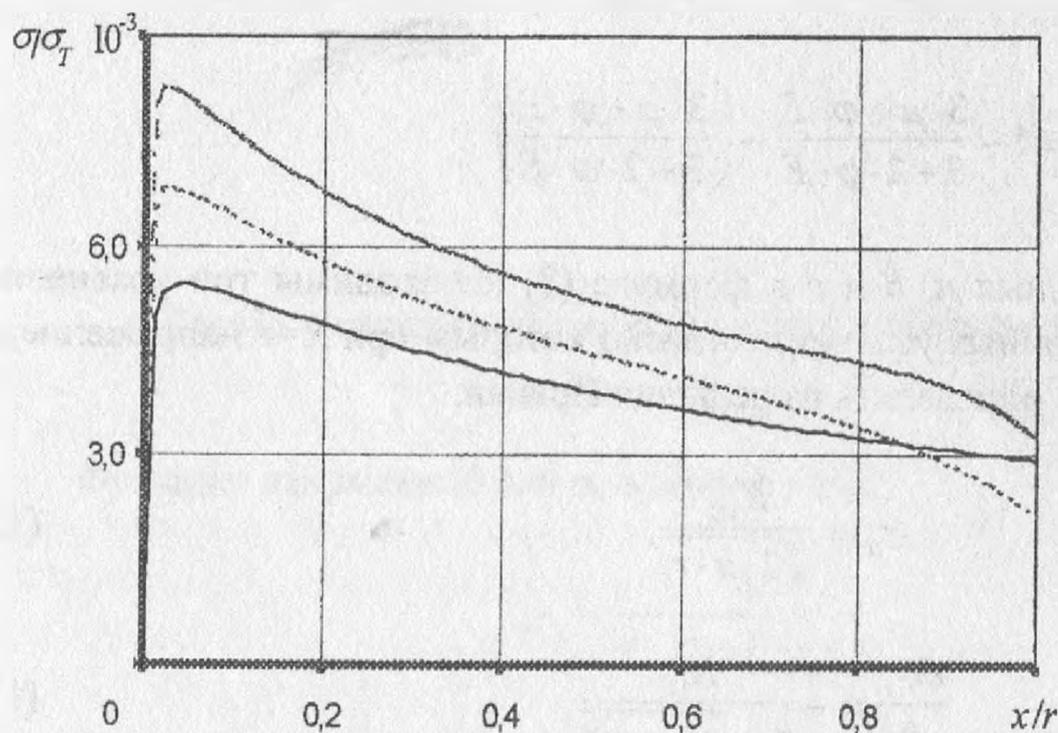


Рис. 3. Распределение относительных напряжений σ_x/σ_T , σ_y/σ_T , σ_z/σ_T вдоль оси X в пластической зоне перед фронтом трещины нормального отрыва для стали 15Х2МФА при $T=20^\circ\text{C}$.

Решение системы уравнений (12), (13), (16) позволило получить распределение напряжений в пластической зоне перед вершиной трещины нормального отрыва (рис. 3).

Данные расчёта напряжений для стали 15Х2МФА при $T = 20^\circ\text{C}$ приведены в таблице 1.

Т а б л и ц а 1. Механические характеристики стали 15Х2МФА при $T = 20^\circ\text{C}$ [3]

σ_T , МПа	σ_B , МПа	S_k , МПа	K_{IC} , МПа·м ^{0.5}	ϵ_f
560	665	1512	160	1.35

Выводы

1. Получено выражение, позволяющее определять радиус закругления вершины трещины вследствие её пластического затупления.
2. Обоснована упрощённая методика расчёта ширины зоны вытягивания W .
3. Получено распределение напряжений вдоль оси X в пластической зоне перед фронтом трещины нормального отрыва.

Список литературы

1. Rice J.R., Rosengren G.F.J. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material // *J. Mech. Phys. Sol.* - 1968. - 16, № 1. - P. 1-12.
2. Hutchinson J.W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening materials // *Ibid.* - P. 13-31.
3. Карзов Г.П., Марголин Б.З., Швецова В.А. Физико-механическое моделирование процессов разрушения—СПб.: Политехника, 1993.—391 с.
4. Baron A.A. The relationship between fracture toughness, stretched zone width and mechanical properties in tensile test // *Engng. Fract. Mech.*—1994.—49, № 3.—P. 445—450.
5. Барон А.А. Исследование связи трещиностойкости перед вершиной трещины. // *Пробл. прочности.*—1997.—№ 2.—С.33-37.
6. J.Doičhák, L.Parilák. Viužitie fraktografie pri hodnoteni procesnej zony // *Zkouzky zakladnich mechanickych vlastnosti kovů.* —Ostrava: ČSVTS,—1988.—S. 288—293.
7. Красовский А.Я., Красико В.Н. Трещиностойкость сталей магистральных трубопроводов. Киев.: Наукова думка, 1990.—176 с.
8. Вайншток В.А., Красовский А.Я., Надеждин Г.Н., Степаненко В.А. Применение стереоскопической фрактографии для анализа сопротивления развитию трещин // *Проблемы прочности.*— 1978.— № 11.— С. 101-108.
9. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1968. -400 с.
10. Хилл Р. Математическая теория пластичности.— М.: ГТТЛ, 1956.— 407 с.