

## УПРАВЛЕНИЕ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ НИЗКОЧАСТОТНЫМИ МЕХАНИЧЕСКИМИ КОЛЕБАНИЯМИ ПОСРЕДСТВОМ АКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

Беляев С. П., Волков А. Е., Евард М. Е., Дубилет Д. С.

*НИИ Математики и Механики Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург, Россия*  
[spb@smel.math.spbu.ru](mailto:spb@smel.math.spbu.ru)

### Введение

Функциональные свойства сплавов с памятью формы дают возможность управлять колебаниями в системах, содержащих активные элементы из этих сплавов путем подачи импульсов нагрева. При нагреве через температурный интервал обратного мартенситного превращения такой элемент генерирует напряжения, противодействующие деформации, тем самым сообщая системе механический импульс. При охлаждении происходит релаксация напряжений, что приводит к частичному преобразованию потенциальной механической энергии в структурную энергию. Возможность использования такого метода управления колебаниями была экспериментально и с помощью метода компьютерного моделирования рассмотрена в работах [1-5]. В работе [5], кроме того, изучали возможность защиты зданий от разрушительного действия землетрясений как за счет демпфирования колебаний, так и путем изоляции от колеблющегося основания. Для моделирования механического поведения элемента из сплава с памятью формы использовали микроструктурную модель, описанную в [5, 6]. Применение такого подхода, приводящего к довольно сложной системе определяющих уравнений, обусловлено необходимостью точного расчета эволюции напряжений и деформаций при одновременном изменении температуры и граничных условий. Другие примеры микроструктурных моделей приведены в работах [9-11].

Результаты экспериментальных исследований и численного моделирования управляемых колебаний крутильного маятника описаны в работах [1, 2, 4, 5, 7, 8]. Показано, что если нагрев и охлаждение производятся достаточно быстро, то температурные воздействия можно осуществлять таким образом, что амплитуда колебаний будет либо уменьшаться, либо увеличиваться. Полученные данные были подкреплены моделированием. Однако соответствие расчетных и экспериментальных результатов оставалось только качественным. Было показано, что в зависимости от выбора управляющего параметра (времени задержки, которое было зафиксировано во время всего эксперимента) можно получить три типа управления: демпфирование, генерацию и режим незатухающих колебаний. В настоящей работе сделан следующий шаг в моделировании управляемых колебаний. Показано, что вид колебаний очень чувствителен не только ко времени задержки, но и к другим параметрам, таким как максимальная температура нагревания и температура окружающей среды. Путем точного воспроизведения этих параметров в модельном эксперименте удалось добиться более точного соответствия экспериментальным данным. Другая проблема, изучавшаяся в рамках данной работы, — возможность сделать контроль колебаний более предсказуемым путем введения обратной связи для определения величины контролирующего параметра.

## Модель колебательной системы

Проведенные ранее эксперименты были выполнены для крутильного маятника, описанного в работах [1, 2, 7]. Маятник состоял из коромысла длиной 260 мм, на каждом конце которого был закреплен груз массой 130 г. Коромысло соединено с проволокой из сплава Ti-50at.%Ni длиной 470 мм и диаметром 0.42 мм. Материал проволоки имел следующие температуры фазовых превращений:  $M_s = 330 \pm 2$  К,  $M_f = 310 \pm 2$  К,  $A_s = 340 \pm 5$  К,  $A_f = 355 \pm 5$  К. Период свободных колебаний был около 12 с. Начальный угол отклонения маятника от положения равновесия соответствовал сдвиговой деформации  $\gamma_0 = 0.12\%$ . Образец нагревался импульсами переменного тока продолжительностью 0.6 с и охлаждался на воздухе. На зависимости температуры от времени при охлаждении можно различить три стадии, соответствующие различным фазовым состояниям материала с памятью формы: выше  $M_s$ , в интервале  $M_s - M_f$ , и ниже  $M_f$ . На каждой стадии эту зависимость можно считать приблизительно экспоненциальной:  $T = T_{\text{amb}} + (T_{\text{max}} - T_{\text{amb}}) \exp(-[t - t_0]/\tau_c)$ , где  $T_{\text{max}}$  и  $t_0$  — максимальная температура и начальное время соответствующей стадии,  $T_{\text{amb}}$  — температура окружающей среды,  $\tau_c$  — временная константа, характеризующая скорость охлаждения (ее выбирали равной примерно 8 с для первой стадии и примерно 12 с для второй и третьей). Образец претерпевал превращение из мартенсита в аустенит и обратно за время меньшее, чем полупериод колебаний.

Моделирование колебаний производилось с использованием микроструктурной модели механического поведения сплавов с памятью формы, дающей возможность рассчитывать приращение деформации по известным приращениям температуры и напряжения, и уравнения движения крутильного маятника, которое играло роль граничных условий для активного элемента из сплава с памятью формы. Процедура моделирования подробно описана в работах [7, 8].

## Простое управление колебаниями

Параметрами, влияющими на колебания описываемого маятника, являются  $T_{\text{max}}$ ,  $\tau_c$  и время задержки  $\Delta t$  — временной интервал между моментом максимального отклонения маятника от положения равновесия и моментом подачи теплового импульса (рис. 1). Температура окружающей среды и время нагрева в каждом эксперименте фиксировались. Поскольку время нагрева и сила тока были постоянными, а температура в момент подачи импульса зависела от реального времени охлаждения, максимальная температура  $T_{\text{max}}$  была различной для разных импульсов нагрева. Колебания при периодическом воздействии импульсов нагрева являются вынужденными, поскольку стержень из сплава с памятью формы генерирует дополнительную нагрузку при обратном превращении, вызванном нагревом.

При  $t < 0.25T_v^{\text{free}}$  ( $T_v^{\text{free}}$  — период свободных колебаний) это напряжение ускоряет, а при  $\Delta t > 0.25T_v^{\text{free}}$  приводит к торможению маятника. Прямое мартенситное превращение при последующем охлаждении вызывает релаксацию напряжений. В результате его действие зависит от фазы колебаний, на которую оно приходится, и эволюция характера колебаний зависит не только от времени задержки, но также определяется максимальной температурой и скоростью охлаждения. Поэтому для того, чтобы достичь лучшего результата при моделировании управляемых колебаний, необходимо аккуратно воспроизвести условия реального эксперимента, т.е. точно выдержать не только величину времени задержки и условие  $T_{\text{max}} > A_f$  для того, чтобы обратное превращение было завершенным, но сами величины  $T_{\text{max}}$  и  $T_{\text{amb}}$  должны быть такими же, как в эксперименте, поскольку они определяют кинетику охлаждения и, следовательно, временное

положение прямого превращения по отношению к фазе колебаний. Результаты расчетов при соблюдении таких условий приведены на рис. 2.

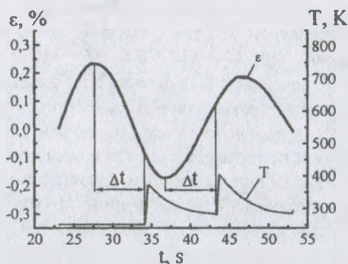


Рис. 1. Схема зависимости деформации  $\epsilon$  и температуры  $T$  активного элемента из материала с памятью формы от времени  $t$  при колебаниях крутильного маятника, управляемых периодическими импульсами нагрева, временное положение которых определяется управляющим параметром временем задержки  $\Delta t$  между моментами максимального отклонения маятника от положения равновесия и временем подачи импульса нагрева.

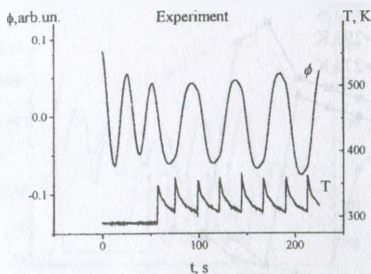
Надо заметить, что из-за того, что ошибки, возникающие на каждом периоде колебаний, накапливаются, не удалось достичь точного количественного соответствия с экспериментальными результатами, хотя качественное соответствие довольно хорошее.

Для малых значений  $\Delta t/T_v^{\text{frec}}$  период контролируемых колебаний больше, чем в случае свободных колебаний, и проволока из сплава с памятью формы охлаждается до полного завершения прямого превращения. Как можно ожидать в соответствии с объяснением, приведенным выше, амплитуда колебаний возрастает при  $\Delta t/T_v^{\text{frec}} = 0.24 < 0.25$  и уменьшается при  $\Delta t/T_v^{\text{frec}} = 0.35 > 0.25$ . В случае  $\Delta t/T_v^{\text{frec}} = 0.41$  оказывается, что  $T_v \approx T_v^{\text{frec}}$ , температура не достигает  $M_f$  при охлаждении, и прямое превращение оказывается незавершенным. Зависимость периода контролируемых колебаний от времени задержки приведена на рис. 3.

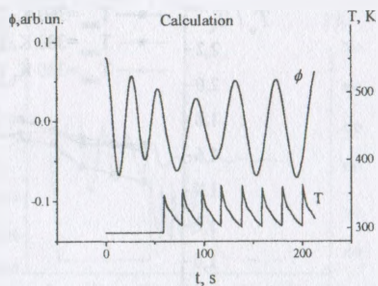
### Управление колебаниями при незавершенных мартенситных превращениях

Если при нагревании активного элемента из сплава с памятью формы температура окружающей среды недостаточно низка или максимальная температура сильно превышает  $A_f$ , может оказаться, что прямое мартенситное превращение не успевает полностью завершиться в течение данного полупериода колебаний. Аналогично, если при нагреве не достигается температура  $A_f$ , обратное превращение оказывается незавершенным. Далее мы будем называть эти режимы управлением с незавершенным прямым или обратным превращением. Влияние тепловых импульсов на амплитуду колебаний будем характеризовать величиной  $\delta = (1/3)\ln(A_1/A_3)$ , где  $A_1$  и  $A_3$  — амплитуды первого и третьего колебания после начала серии управляющих тепловых импульсов. Если амплитуда уменьшается, величина  $\delta$  положительна и имеет смысл логарифмического декремента для первых трех колебаний. Если амплитуда возрастает, значение  $\delta$  отрицательно и характеризует усиление колебаний. Зависимость  $\delta$  от времени задержки  $\Delta t$ , полученная в результате моделирования управляемых колебаний с незавершенными превращениями, представлена на рис. 4.

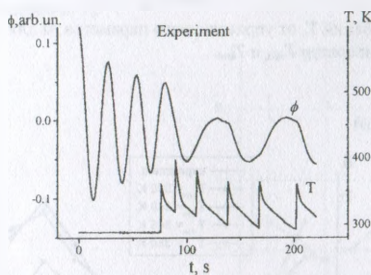
$$\Delta t/T_v^{free} = 0.24$$



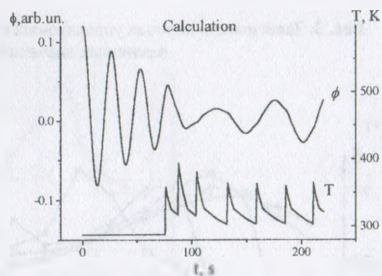
$$\Delta t/T_v^{free} = 0.24$$



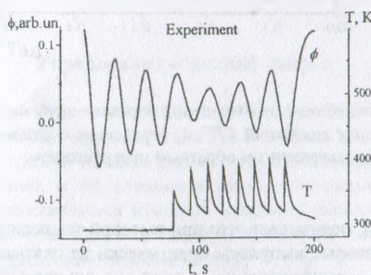
$$\Delta t/T_v^{free} = 0.35$$



$$\Delta t/T_v^{free} = 0.35$$



$$\Delta t/T_v^{free} = 0.41$$



$$\Delta t/T_v^{free} = 0.41$$

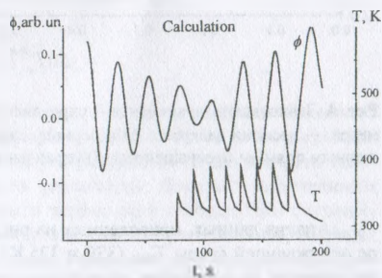


Рис. 2. Экспериментальные и расчетные зависимости (виброграммы) угла поворота  $\phi$  при различных режимах изменения температуры, определяемых отношением управляющего параметра  $\Delta t$  к периоду свободных колебаний  $T_v^{free}$ .

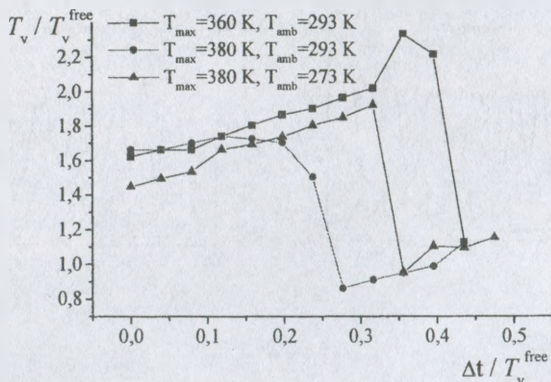


Рис. 3. Зависимость периода управляемых колебаний  $T_v$  от управляющего параметра  $\Delta t$  для различных значений температур  $T_{\max}$  и  $T_{\text{amb}}$ .

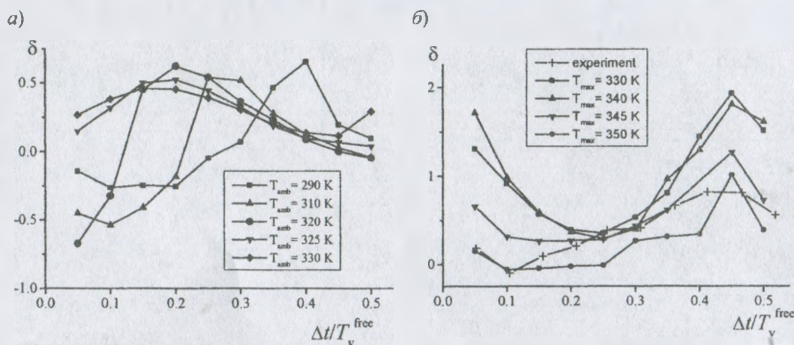


Рис. 4. Зависимость декремента  $\delta$  управляемых колебаний от отношения управляющего параметра — времени задержки  $\Delta t$  к периоду свободных колебаний  $T_v^{\text{free}}$ . а) управление с незавершенным прямым превращением; б) управление с незавершенным обратным превращением.

Анализ данных, приведенных на рис. 4, а, показывает, что при высокой температуре окружающей среды  $T_{\text{amb}}$  (330 и 325 К) тепловые импульсы практически не оказывают влияния на колебания, происходит лишь демпфирование за счет сил внутреннего трения ( $\delta > 0$ ) для всех значений  $\Delta t$ . При более низкой  $T_{\text{amb}}$  происходит более глубокое охлаждение, так что прямое превращение охватывает значительную часть объема, и при малых значениях  $\Delta t$  наблюдается усиление колебаний ( $\delta < 0$ ). Подобные результаты были получены при управлении с незавершенным обратным превращением. Соответствие с данными прямых наблюдений в данном случае имеется лишь качественное, поскольку измерение температуры в эксперименте было недостаточно достоверным.

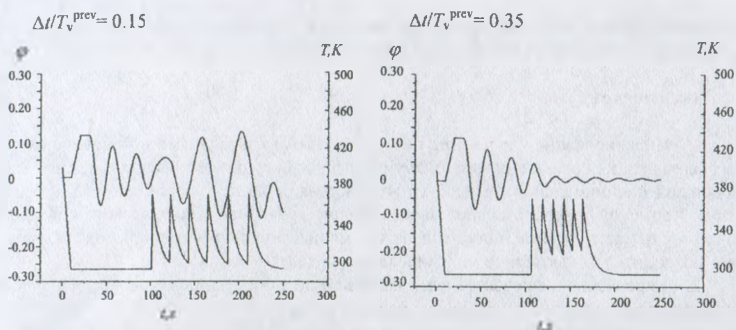


Рис. 5. Расчетная временная зависимость угла поворота  $\varphi$  при различных режимах изменения температуры, определяемых отношением управляющего параметра  $\Delta t$  к предыдущему периоду колебаний  $T_v^{\text{prev}}$

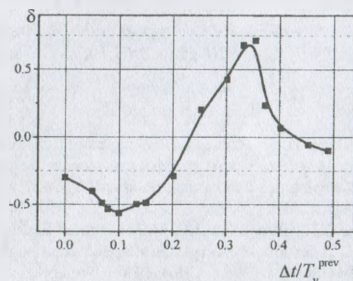


Рис. 6. Зависимость параметра  $\delta$  колебаний с обратной связью от отношения управляющего параметра  $\Delta t$  к предыдущему периоду колебаний  $T_v^{\text{prev}}$

### Управление с обратной связью

Одной из особенностей управления колебаниями с фиксированной величиной времени задержки является нестабильность периода колебаний. Из-за этого импульсы нагрева с одним и тем же временем задержки могут приходиться на разные фазы колебаний, и их влияние в результате оказывается различным. Довольно естественным представляется изменять величину управляющего параметра в соответствии с изменением периода колебаний, или, другими словами, реализовать обратную связь, сохраняя постоянным отношение  $\Delta t/T_v^{\text{prev}}$ , где  $T_v^{\text{prev}}$  — период колебаний, предшествующий данному. Типичная виброграмма с такой обратной связью приведена на рис. 5. На рис. 6 представлена зависимость параметра  $\delta$  (декремента колебаний) для всей области значений управляющего параметра. Анализ графиков показывает, что тепловые импульсы, поданные в первой четверти периода, усиливают, а во второй четверти — тормозят колебания. Исключение составляет случай, когда значение  $\Delta t/T_v^{\text{prev}}$  близко к 0.5, и амплитуда колебаний возрастает ( $\delta < 0$ ). Это можно объяснить следующим образом. В конце полупериода угловая скорость маятника мала, а противодействующая сила близка к максимальному значению. Импульс нагрева создает напряжение, препятствующее

движению, которое уже практически прекратилось. С другой стороны, возросшая сила увеличивает ускорение маятника после прохождения им положения равновесия.

### Заключение

1. Моделирование управления низкочастотными колебаниями с помощью активного элемента из сплава с памятью формы требует аккуратного воспроизведения максимальной и минимальной температур воздействия, а также условий нагрева и охлаждения. Кроме того, использование определяющих уравнений механического поведения сплавов с памятью формы, построенных с помощью микроструктурной модели, позволяет проводить компьютерное моделирование управляемых колебаний.

2. Управление низкочастотными колебаниями с обратной связью, когда в качестве управляющего параметра выбрано время задержки, выраженное в долях предыдущего периода колебаний, дает возможность предсказуемого изменения амплитуды колебаний. Сильное демпфирование колебаний происходит, когда время задержки между моментом максимального отклонения маятника от положения равновесия и моментом подачи импульса составляет около 0.3 – 0.35 периода предыдущего колебания.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 04-01-00406), программы поддержки научных школ НШ-2288-2003.1, НШ-2180.2003.1 и INTAS (проект 03-51-5547).*

### Список литературы

1. Воронков А. В., Лихачев В. А. Исследование никелида титана в качестве рабочего тела управляемых демпферов // *Материалы с эффектом памяти формы: Материалы XXXI Межреспубл. семинара "Актуальные проблемы прочности" (13–17 ноября 1995г., С.-Петербург). Ч.2. С.-Петербург, 1995. С.83.*
2. Лихачев В.А., Беляев С.П., Воронков А.В. Управляемые механические колебания в сплаве TiNi // *Тез. докл. XXXII семинара «Актуальные проблемы прочности», посвященного памяти В.А.Лихачева (12-14 ноября 1996 г. СПб). СПб.1996. С. 43-44*
3. Seelecke S. (1997), "Torsional vibration of a shape memory wire", *Continuum Mech. Thermodyn. Vol. 9. P.165–173.*
4. Belyaev S.P., Volkov A.E., Voronkov A.V. Mechanical oscillations in TiNi under synchronized martensite transformations. *J. of Engineering Materials and Technology, 1999. - Vol.121.- P.105–107.*
5. Belyaev S. P., Inochkina I.V., Volkov A. E. Modeling of vibration control, damping and isolation by shape memory alloy parts // *Proc. 3-rd World Conference on Structural Control (3WCSC) edited by F.Casciati. Wiley, 2003. Vol. 2. P. 779 – 789*
6. Volkov A.E., Casciati F. (2001) "Simulation of dislocation and transformation plasticity in shape memory alloy polycrystals", in: F.Auricchio, L.Faravelli, G.Magonette and V.Torra (eds.) *Shape memory alloys. Advances in modelling and applications* Barcelona, 2001. P. 88 – 104.
7. Belyaev S. P., Vdovin E. D., Volkov A. E., Voronkov A. V. (1999), "Experimental study and simulation of vibrations in TiNi controlled by periodic martensitic transformations", in: B.H.V. Topping and B. Kumar (eds). *Optimization and Control in Civil and Structural Engineering*, Civil-Comp Press, Edinburgh. 169-173
8. Belyaev S. P., Volkov A. E. (2001), "Control of vibrations in TiNi by periodic martensitic transformations", *J. of Structural Control. Vol. 8, N 2 - P.265–278.*
9. Patoor E., Eberhardt A., Berveiller M. "Micromechanical modelling of superelasticity in shape memory alloys", *J. de Physique IV, Coll. C1. Vol. 6 (1996). P. 277 – 292.*
10. Sun Q.-P., Lexcelent C. "On the unified micromechanics constitutive description of one-way and two-way shape memory effects", *J. de Phys. 1996. Coll. C1. Vol. 6., N 1., P. C1-367 – 375.*
11. Huang M., Brinson L.C., "A multivariant model for single crystal shape memory alloy behaviour", *J. Mech. Phys. Solids, Vol 46 (1998), N 8. P. 1379 – 1409*