

УДК 539.4

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЯ ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ ПРИ ОБРАТНОМ МАРТЕНСИТНОМ ФАЗОВОМ ПРЕВРАЩЕНИИ

Сильченко Л. Г.

*Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия,
silceer@mail.ru*

Анализу устойчивости элементов конструкций из сплавов с памятью формы (СПФ) посвящен ограниченный круг работ. В экспериментальных исследованиях [1] установлено, что термоупругие мартенситные фазовые превращения могут вызвать потерю устойчивости не только при прямых, но и при обратных переходах, в процессе которых упругие модули возрастают. Следовательно, первопричиной потери устойчивости при мартенситных превращениях являются сами фазовые переходы, а не изменение упругих констант материала, которое в случае прямого превращения является всего лишь усугубляющим, а в случае обратного — мешающим, но отнюдь не исключающим наступление неустойчивости, фактором. Известно [2–4], что критические нагрузки (длины) потери устойчивости стержня при прямом мартенситном превращении могут быть многократно ниже критических нагрузок (длин) изотермической потери устойчивости в наименее жестком мартенситном фазовом состоянии. В работе [2] также отмечено, что для критических длин потери устойчивости стержня при обратном превращении из мартенситного состояния, могут быть установлены двусторонние неравенства, ограничивающие снизу и сверху указанные критические длины соответствующими величинами, полученными для прямого мартенситного превращения.

В данной работе получено аналитическое решение задачи устойчивости стержня из СПФ, претерпевающего обратное мартенситное превращение под действием сжимающих нагрузок. Используются как традиционные выражения для характерных температур обратного превращения, так и новые соотношения, следующие из термодинамического анализа. Рассматриваются различные гипотезы, которые могут быть положены в основу решения этой задачи. Установлено, что независимо от вида используемых определяющих соотношений, наименьшие критические длины соответствуют решению в рамках гипотез “продолжающегося фазового перехода” и “продолжающегося нагружения” [2–4]. Наиболее разумные результаты получаются при решении задачи в рамках термодинамических определяемых соотношений. Найдена зависимость предельных нагрузок потери устойчивости при обратном превращении от знака и величины предварительной фазовой деформации, накопленной в предшествующем процессе прямого превращения. Установлено, что критические нагрузки резко убывают с ростом величины этой деформации и почти не зависят от ее знака.

1. Постановка задачи

Рассматривается плоский однородный консольный стержень постоянного сечения, изготовленный из СПФ. Стержень отнесен к начальной материальной декартовой системе координат Ox_1, Ox_2 , ось Ox_1 которой направлена вдоль продольной оси стержня, проходящей через центры тяжести его поперечных сечений в начальном аустенитном состоянии. Начало отсчета расположено на заделанном конце стержня. Находя-

щийся в аустенитном состоянии стержень длины l_0 нагружается на свободном конце сосредоточенной сжимающей (растягивающей) "мёртвой" силой $P^{(1)}$ (положительной считается сжимающая нагрузка). Стержень нагружается при столь высокой температуре, чтобы не вызвать прямой мартенситный переход в изотермических условиях за счёт мартенситной неупругости. Далее он переводится в полностью мартенситное состояние за счёт охлаждения через интервал прямого мартенситного превращения при воздействии неизменной нагрузки $P^{(1)}$. При этом в процессе прямого перехода исключается (если потребуется, то искусственно) выпучивание стержня. Далее вместо силы $P^{(1)}$ стержень нагружается другой концевой нагрузкой $P^{(2)}$, отличающейся от первоначальной лишь величиной и, возможно, направлением. При этом указанную замену нагрузки необходимо производить при столь низкой температуре, чтобы исключить начало обратного перехода в стержне в изотермических условиях. После этого стержень нагревается при неизменной нагрузке $P^{(2)}$. Разыскиваются такие критические значения силы $P^{(2)}$, при которых в процессе обратного превращения наряду с исходной, прямолинейной формой могут существовать также изогнутые формы равновесия. Заметим, что величины, обладающие верхним индексом 1 в квадратных скобках, относятся к предшествующему прямому переходу, а 2 — к обратному. Впрочем, если это не вызывает неоднозначности, то указанный индекс может быть опущен. Возможна альтернативная постановка, когда $P^{(1)}$, $P^{(2)}$ — заданы, а разыскивается критическая длина стержня на этапе обратного термоупругого фазового превращения.

В работе изучается стержень, подчиняющийся кинематической гипотезе плоских сечений, записанной в отношении суммарных деформаций

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \kappa x_2. \quad (1)$$

Здесь символами ε_0 , κ обозначены удлинение осевой линии стержня и увеличенная в $(1 + \varepsilon_0)$ раз (что обусловлено учетом продольной сжимаемости стержня) кривизна его оси соответственно, для которых справедливы формулы

$$\varepsilon_0(x_1) = v' / \varphi - 1, \quad \kappa(x_1) = \varphi', \quad (2)$$

где v, φ — прогиб и угол поворота, а штрихом обозначена производная по x_1 .

2. Определяющие соотношения

Известно большое число вариантов определяющих соотношений, используемых для описания уникальных свойств СПФ. В особенности это касается обратного термоупругого превращения. В работе рассмотрено два варианта определяющих соотношений, отличающихся друг от друга зависимостями для определения температур начала и конца обратного фазового превращения.

В качестве первого, используемого для сравнения, рассмотрен наиболее часто используемый вариант, в котором учёт влияния действующих напряжений на указанные температуры производится подобно тому, как это обычно делается при рассмотрении прямого превращения [2]. Второй, основной для данной работы вариант лучше соответствует экспериментальным данным и имеет обоснование на основе термодинамических моделей поведения СПФ. В обоих случаях для моделирования поведения СПФ при обратном мартенситном переходе предлагается следующий вариант системы определяющих уравнений [2], упрощённый для одномерного случая

$$\varepsilon = \varepsilon^{(1)} + \varepsilon^{(2)}, \quad (3)$$

$$\sigma = E(q)\varepsilon^{(1)}, \quad d\varepsilon^{(2)} = \left(\lambda_0 \frac{2}{3} \frac{\sigma(q)|_{q=0}}{\sigma_{(1)}} + (1 - \lambda_0) \frac{a_0 \varepsilon^{(2)*}}{\exp(a_0 q^*) - 1} + a_0 \varepsilon^{(2)} \right) dq, \quad (4)$$

$$q = q(T, A_1^\sigma, A_2^\sigma), \quad A_1^\sigma < T < A_2^\sigma, \quad dq < 0. \quad (5)$$

Здесь $\varepsilon^{(1)}, \varepsilon^{(2)}$ — упругая и фазовая составляющие деформации, σ — действующее напряжение, T — текущая температура, A_1^σ, A_2^σ — температуры начала и конца обратного мартенситного перехода, $a_0, \sigma_{(1)}, \lambda_0$ — физико-механические параметры сплава, $E(q)$ — модуль упругости, зависящий, вообще говоря, от параметра фазового состава, q — внутренняя переменная состояния, трактуемая как объёмная доля мартенситной фазы. Последняя величина является функцией температуры T , а также, в общем случае, инвариантов неких тензоров, характеризующих текущее напряженно-деформированное состояние. Символами $\varepsilon^{(2)*}, q^*$ обозначены для этапа обратного мартенситного превращения величины осевой фазовой деформации и параметра фазового состава в начале этого этапа (или, что то же самое, соответствующие величины, достигнутые в конце предшествующего этапа прямого перехода). Что касается напряжений $\sigma(q)|_{q=0}$, то они равны соответствующим значениям напряжений, имевшим место на предшествующем этапе прямого мартенситного превращения, при таком же, как текущее, значении объёмной доли мартенситной фазы q , то есть в рассматриваемом случае — постоянной величине $\sigma^{(1)} = -P^{(1)}/F$, где F — площадь поперечного сечения стержня. При записи (4) ввиду малости не учитывается объёмный эффект термоупругого превращения. Ввиду малости не учитывается также и чисто температурные деформации (3). Можно показать, что для рассматриваемого в работе варианта нагрузки на предшествующем этапе прямого превращения величину λ_0 в (4), позволяющую описывать явление ориентированного превращения, можно, без какого-либо ущерба, опустить. В качестве зависимости для модуля применяется соотношение

$$1/E(q) = q/E_1 + (1-q)/E_2,$$

являющееся следствием гипотез об аддитивности потенциала Гиббса и осреднения по Рейссу [5]. В качестве зависимости (5) для диаграммы обратного фазового перехода будет использована предложенная в [6] зависимость

$$q = q(T, A_1^\sigma, A_2^\sigma) = \left(1 + \cos \left(\pi (T - A_1^\sigma) / (A_2^\sigma - A_1^\sigma) \right) \right) / 2. \quad (6)$$

Для определения значений температур начала и конца обратного фазового перехода в работе применяются два различных варианта формул. В качестве первого варианта используются традиционные формулы, аналогичные применяемым при изучении прямого превращения [2–4]

$$A_1^\sigma = A_1 + k\sigma_i^{(2)}, \quad A_2^\sigma = A_2 + k\sigma_i^{(2)}. \quad (7)$$

Здесь A_1, A_2 — температуры начала и конца обратного превращения в отсутствии напряжений, k — константа материала, а $\sigma_i^{(2)}$ — интенсивность напряжений на этапе обратного перехода, для которой в случае одноосного напряжённого состояния справедливо выражение $\sigma_i^{(2)} = |\sigma^{(2)}|$. В качестве второго варианта рассмотрены формулы [4]

$$A_1^\sigma = A_1 + k\sigma_y^{(2)} \varepsilon_y^{(2)*} / q^*, \quad A_2^\sigma = A_2 + k\sigma_y^{(2)} \varepsilon_y^{(2)*} / q^*, \quad (8)$$

согласующиеся с экспериментальными данными [7, 8] и имеющие некоторое термодинамическое обоснование. Здесь σ'_0 — девиатор напряжений, $\varepsilon^{(2)*}$ — фазовые деформации достигнутые в конце предшествующего мартенситного превращения соответствующие величине q^* (в нашем случае $q^* = 1$), $k = 1/(\rho\Delta S_0)$, где ΔS_0 — разница удельных энтропий аустенитного и мартенситного состояний СПФ при некой температуре термодинамического равновесия T_0 , когда СПФ может существовать как в чисто мартенситном, так и в чисто аустенитном состояниях (для материалов с широкой петлёй гистерезиса это всегда возможно), причём в отсутствии фазовых деформации, а ρ — плотность сплава, которая считается неизменной в процессе мартенситных превращений.

Заметим, что в случае первого варианта зависимостей для температур A_1^σ, A_2^σ (7) повышение уровня напряжений в изотермических условиях, отражаемых увеличением $\sigma_i^{(2)}$, может приводить к псевдоупругому поведению СПФ. Наоборот, уменьшение $\sigma_i^{(2)}$ ведет к дополнительному фазовому переходу. Это следует из анализа формул (6), (7). В случае же второго варианта зависимостей (8), описываемая картина становится существенно более богатой. Продолжение (прекращение) перехода зависит не только от уменьшения (увеличения) величины действующих напряжений, но и от знака свёртки $\sigma_{ij}^{(2)}\varepsilon_{ij}^{(2)*}$, для которой в рассматриваемом одномерном случае справедливо выражение $\sigma^{(2)}\varepsilon^{(2)*}$. Следовательно, в рамках второго подхода, псевдоупругое поведение СПФ, связано с увеличением величины действующих напряжений лишь в случае положительности $\sigma^{(2)}\varepsilon^{(2)*}$. Если же эта величина отрицательна, то, наоборот, псевдоупругое поведение СПФ будет иметь место при уменьшении величины действующих напряжений.

3. Анализ докритического состояния

Поскольку на этапе обратного перехода действует неизменная нагрузка $P^{(2)}$, то возникающие в стержне напряжения остаются постоянными в течение всего докритического этапа обратного мартенситного превращения

$$\sigma^{(2)} = -P^{(2)} / F.$$

Осевые фазовые деформации при этом находятся путём интегрирования второго уравнения (4). При этом должно быть учтено начальное условие $\varepsilon^{(2)}(q^*) = \varepsilon^{(2)*}$. В итоге фазовая деформация в точности равна фазовой деформации на этапе предшествующего этапа прямого превращения (при том же самом q) [2]

$$\varepsilon^{(2)} = 2\sigma^{(1)}(\exp(a_0 q) - 1) / (3a_0 \sigma_{(1)})$$

4. Устойчивость стержня при полном наборе варьируемых параметров

Все формулы далее записываются, исходя из использования второго варианта соотношений для температур начала и окончания обратного фазового перехода (8). Аналогичные выражения для первого варианта (7) приведены в [2]. Предполагается, что при выпучивании допускаются как вариации нагрузки, так и температуры.

Варьирование соотношения (1), с учётом (3) относительно критического состояния приводит к выражению

$$\delta\varepsilon_0 - \delta\kappa x_2 = \frac{\delta\sigma^{[2]}}{E(q)} + g\delta q, \quad g = g(\sigma^{[1]}, \sigma^{[2]}, q) = \left(\frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} \right) \sigma^{[2]} + \frac{2}{3} \frac{\sigma^{[1]}}{\sigma_{(1)}} \exp(a_0 q). \quad (9)$$

Для вариации объёмной доли мартенситной фазы справедливо выражение

$$\delta q = -\psi(q) (\delta t - \eta(q)^* k^* \sigma^{[1]} \delta \sigma^{[2]}) U_+(\delta t - \eta(q)^* k^* \sigma^{[1]} \delta \sigma^{[2]}), \quad (10)$$

что следует из (6), (8). Здесь $U_+(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда и, кроме того,

$$\psi(q) = \pi \sqrt{q(1-q)}, \quad \eta(q) = 2(\exp(a_0 q) - 1) / (3a_0 \sigma_{(1)} q), \quad k^* = k / (A_2 - A_1)$$

Выражая из (9), (10) вариацию напряжения, получаем

$$\delta\sigma^{[2]} = \frac{E(\delta\varepsilon_0 - \delta\kappa x_2) + E\psi g \delta t U_+(\delta t - \eta(q)^* k^* \sigma^{[1]} \delta \sigma^{[2]})}{1 + \xi U_+(\delta t - \eta(q)^* k^* \sigma^{[1]} \delta \sigma^{[2]})}. \quad (11)$$

Здесь введено ещё одно обозначение

$$\xi = \xi(\sigma^{[1]}, \sigma^{[2]}, q) = E(q)\psi(q)g(\sigma^{[1]}, \sigma^{[2]}, q)\eta(q)^* k^* \sigma^{[1]}.$$

Граница зоны дополнительного фазового превращения находится из условия

$$\delta t - \eta(q)^* k^* \sigma^{[1]} \delta \sigma^{[2]} = 0,$$

следующего из анализа соотношения (10) для δq . При помощи (11) оно может быть переписано через вариации деформаций нейтральной оси и величину $\delta\kappa$

$$\delta\varepsilon_0 - \delta t / (E\sigma^{[1]}\eta(q)^* k^*) = x_2^0 \delta\kappa, \quad (12)$$

причем в условие явным образом вошла искомая координата границы зоны дополнительного фазового перехода x_2^0 (вообще говоря, δt может зависеть от x_2^0).

Используя (11), можно образовать вариации внутренних усилий и моментов

$$\delta M = \int_F \delta\sigma^{[2]} x_2 dF, \quad \delta N = \int_F \delta\sigma^{[2]} dF$$

или после интегрирования (F_+ — часть сечения, где идет дополнительный переход)

$$\delta M = ES^* \delta\varepsilon_0 - EJ^* \delta\kappa + \frac{E\psi g}{1 + \xi} \int_{F_+} \delta t \cdot x_2 dF, \quad \delta N = EF^* \delta\varepsilon_0 - ES^* \delta\kappa + \frac{E\psi g}{1 + \xi} \int_{F_+} \delta t dF, \quad (13)$$

причем для стержня прямоугольного сечения $b \times h$ справедливы соотношения

$$F^* = F(1 - 2\omega(1 - y)), \quad S^* = -(bh^2/2)\omega(1 - y^2), \quad J^* = J(1 - 2\omega(1 - y^3)). \quad (14)$$

Здесь J — его центральный момент инерции и используется безразмерная координата границы дополнительного фазового перехода

$$y = 2x_2^0 / h. \quad (15)$$

Введено также новое обозначение

$$\omega = \omega(\sigma^{[1]}, \sigma^{[2]}, q) = \xi(\sigma^{[1]}, \sigma^{[2]}, q) / (4(1 + \xi)). \quad (16)$$

Кроме того, ради определённости полагалось, что часть стержня $x_2 \in [x_2^0, h/2]$ испытывает дополнительное превращение.

Из равновесия отсечённой (нагруженной сосредоточенной силой) части рассматриваемого стержня следуют статическое соотношение для вариации момента

$$\delta M(x_1) = -P^{(2)}(\delta f - \delta v(x_1)). \quad (17)$$

Здесь δv — вариация прогиба, $\delta f = \delta v(l_0)$. Если иметь в виду, что в процессе выпучивания стержня, допускаются вариации некой погонной продольной нагрузки δX (напомним, что $X = 0$), то в дополнение к (17) необходимо рассматривать уравнение равновесия на продольную ось и соответствующее краевое условие на нагруженном конце

$$\delta N' = -\delta X, \quad \delta N(l_0) = -\delta P^{(2)}. \quad (18)$$

Влиянием вариации δX на изгиб пренебрегаем, поскольку предполагаются малыми как вариации прогиба, так и сама величина δX .

Уравнений (13), (17), (18) с учётом (12) и нужных краевых условий вполне достаточно, чтобы решить поставленную задачу об устойчивости стержня из СПФ. Однако в общем случае получение решения может оказаться затруднительным. Действительно, например, заранее не ясно, какая часть стержня находится в условиях дополнительного фазового перехода. Координата x_2^0 может быть неодинаковой вдоль стержня и зависеть от распределения вариации температуры. Однако практически наиболее интересные результаты, включая приводящие к наименьшим значениям критических нагрузок, могут быть получены достаточно просто. Далее будут рассмотрены различные подходы к анализу рассматриваемой задачи устойчивости стержня.

5. Решение при неизменной толщине зоны дополнительного фазового превращения и наличии вариаций нагрузки

Частные виды решений на основе упрощённых подходов основанных на концепциях “фиксированного фазового состава”, “продолжающегося нагружения”, “упругой разгрузки” [2–4] остаются справедливыми. Однако специфика подсчёта температур начала и конца превращения по формулам (8) указывает на необходимость замены термина “упругая разгрузка” применительно к обратному превращению. Если для подхода, основанного на формулах (7), где псевдоупругое поведение СПФ сопровождается увеличением $\sigma_i^{(2)}$, что, вроде бы, позволяет использовать название “упругая догрузка”, то в случае второго варианта зависимостей (8), описываемая картина становится, как упоминалось выше, существенно сложнее, поскольку псевдоупругое поведение СПФ возможно в этом случае как при разгрузке, так и при догрузке. Всё это позволяет для описываемых явлений, характерных для обратного перехода предложить единое название — концепция “неполного фазового превращения” в противовес концепции “упругой разгрузки” для прямого перехода. В соответствии с концепцией “неполного фазового превращения” одна часть стержня испытывает дополнительное превращение, а другая псевдоупруго деформируется, причем не важно, благодаря догрузке или разгрузке.

Указанные ранее частные виды решений на основе упомянутых выше гипотез могут быть получены как частный случай решения представленного ниже для неизменной толщины зоны дополнительного фазового превращения и наличия вариаций нагрузки.

Полагаем $\delta t = 0$. Это приводит к упрощению зависимости (12)

$$\delta \varepsilon_0 = x_2^0 \delta \kappa. \quad (19)$$

На вариации осевой нагрузки (поперечной — нет) при выпучивании стержня не накладываем никаких ограничений. Наоборот, они могут быть найдены в результате решения задачи, как обеспечивающие неизменность координаты x_2^0 по длине стержня.

Полагая вариацию нормальной силы пропорциональной вариации деформации нейтральной оси стержня $\delta N = \lambda \delta \varepsilon_0$ с неким коэффициентом λ , не зависящим от координаты x_1 , рассматривая далее указанное выражение совместно со второй формулой (13), (19), для стержня прямоугольного сечения имеем формулу

$$\lambda = EF(y + \omega(1-y)^2) / y, \quad (20)$$

связывающую λ с координатой x_2^0 (или y (15)). Далее именно координата y считается задаваемой величиной. Из второй формулы (13) с учётом (14), (19) следует выражение

$$\delta N = EF(h/2)(y + \omega(1-y)^2)\delta\kappa. \quad (21)$$

Аналогично, формула для вариации момента (13) может быть записана в виде

$$\delta M = -E\bar{J}\delta\kappa, \quad (22)$$

где введено обозначение

$$\bar{J} = J(1 - \omega(2+y)(1-y)^2). \quad (23)$$

Из второй формулы (18), (21), (22) для рассматриваемого консольного стержня следует $\delta P^{[2]} = 0$. Это следует из равенства нулю вариации момента на нагруженном конце стержня. Подставляя (22) в уравнение (22) в уравнение равновесия (17), учитывая предварительно проварьированные уравнения (2), получаем однородное дифференциальное уравнение

$$\delta\varphi'' + \theta^2\delta\varphi = 0, \quad (24)$$

в котором введено обозначение

$$\theta^2 = \theta^2(P^{[1]}, P^{[2]}, y, q) = \frac{P^{[2]} \left[1 - \left(\frac{P^{[2]}}{EE(q)} + q\eta(q)P^{[1]} / F \right) \right]}{E(q)J \left[1 - \omega(\sigma^{[1]}, \sigma^{[2]}, q)(2+y)(1-y)^2 \right]}. \quad (25)$$

Решая (24) обычным образом, можно разыскать распределение $\delta\varphi$

$$\delta\varphi = C \sin(\alpha_0 x_1), \quad \alpha_0 = \pi / (2l_0), \quad (26)$$

а также критическую силу $P^{[2]}$. Однако, для неё получается трансцендентное выражение, поэтому ниже приводится формула для искомой критической длины стержня, нагруженного на этапе предшествующего прямого перехода неизменной силой $P^{[1]}$, а на этапе обратного — $P^{[2]}$

$$L = (\pi / 2) / \theta(P^{[1]}, P^{[2]}, y, q). \quad (27)$$

Ясно, что при $y=1$ формулы (25), (27) переходят в соответствующие выражения, отвечающие гипотезе “фиксированного фазового состава”, когда ни одна точка стержня не испытывает дополнительный переход, при $y=-1$ — гипотезе “продолжающегося нагружения”, когда весь стержень испытывает дополнительное превращение.

Из первой формулы (18), (21) может быть найдена искомая вариация продольной погонной нагрузки

$$\delta X = -\delta N' = EF(h/2)(\alpha_0^2/l_0^2)(y + \omega(1-y)^2)\delta\varphi, \quad (28)$$

обеспечивающая постоянство x_1^0 . В качестве $\delta\varphi$ в ней фигурирует решение (26). Понятно, что в случае отыскания критической длины в (26), (28) — $l_0 = L$.

Очевидно, что (28) обращается в ноль вместе со скобкой $(y + \omega(1-y)^2)$, являющейся одним из множителей правой части формулы (20) для λ . Таким образом, если считать безразмерную координату y равной корню уравнения $y + \omega(1-y)^2 = 0$, то есть

$$y = -(2/\xi)\left(1 + \xi/2 - \sqrt{1 + \xi}\right), \quad (29)$$

то это приводит к ещё одному частному случаю $\lambda = 0$, соответствующему гипотезе “неполного фазового превращения”, без каких либо вариаций нагрузки при выпучивании. В этом случае большая часть сечения испытывает дополнительное превращение — (29).

6. Некоторые результаты

В качестве примера на основе второго варианта определяющих соотношений (см. (8)) рассмотрен стержень со следующими безразмерными параметрами $E_2/E_1 = 3$, $a_0 = 0.718$, $\sigma_{(1)}/E_2 = 0.049$, $k^*E_2 = 4106.8$, нагруженный различными сочетаниями нагрузок $P^{(1)}$, $P^{(2)}$. На рис. 1 приведены зависимости безразмерной критической длины S стержня (отнесённой к критической длине стержня в мартенситном состоянии без учета сжимаемости оси), полученной в рамках концепции “продолжающегося нагружения” (при $y = -1$). Кривая 1 с этого рисунка соответствует $P^{(1)}/P^{(2)} = 1$ и, следовательно, соответствует прямому превращению, кривые 2, 3, 4 — соответственно $P^{(1)}/P^{(2)} = -1, 0.5, -0.5$. Наконец, кривая 5 отвечает $P^{(1)}/P^{(2)} = 0$, то есть соответствует концепции “фиксированного фазового состава”. При расчётах полагалось $P^{(2)}/(E_2F) = 0.001$. В отличие от первого варианта определяющих соотношений, основанного на использовании зависимостей (7), при вычислениях не наблюдалось затруднений для $P^{(1)}/P^{(2)} < 0$.

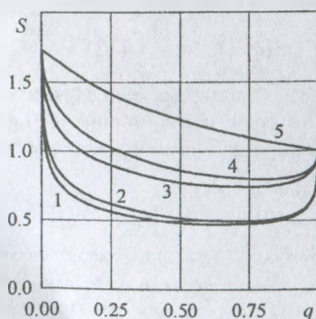


Рис. 1

Работа выполнена при финансовом содействии РФФИ, грант № 02-01-01075.

Список литературы

1. Мовчан А.А., Казарина С.А. Экспериментальное исследование явления потери устойчивости, вызванной термоупругими фазовыми превращениями под действием сжимающих напряжений // Проблемы машиностроения и надёжности машин. 2002. № 6 С. 82–89.
2. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. Устойчивость стержня, претерпевающего прямое или обратное мартенситные превращения под действием сжимающих напряжений // Прикладная механика и техническая физика. 2003. Т. 44. №3. С. 169–178.
3. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. Об устойчивости пластины из сплава с памятью формы при прямом термоупругом фазовом превращении // ПММ. 2004. Т. 68 № 1. С. 60–72.
4. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. Устойчивость элементов из сплавов с памятью формы, при обратных мартенситных превращениях // Материалы 10-го международного симпозиума "Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред". Ярополец, 9–13 февраля 2004 г. Том 1. М.: Изд-во МАИ 2004. С. 91–93.
5. Мовчан А.А. Учет переменности упругих модулей и влияния напряжений на фазовый состав в сплавах с памятью формы // Изв. РАН. МТТ. 1998. № 1. С. 79–90.
6. Liang C., Rogers C.A. One dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials // J. of Intelligent Material Systems and Structures. 1990. V. 1. N. 2. P. 207–234.
7. Nishimura F., Watanabe N., Watanabe T., Tanaka K. Transformation conditions in an Fe-based shape memory alloy under tension – torsion loads: Martensite start surface and austenite start/finish planes // Mater. Sci. Enghg. A. 1999. 264. P. 232–244.
8. Tanaka K., Watanabe T. Transformation conditions in an Fe-based shape memory alloy: an experimental study // Arch. Mech. 1999. V. 51. No. 6. P. 805–832.

МОДЕЛЬ НАКОПЛЕНИЯ ОБРАТИМЫХ И НЕОБРАТИМЫХ ДЕФЕКТОВ ПРИ РОСТЕ МАРТЕНСИТНОГО КРИСТАЛЛА

Бреган А. Д., Волков А. Е., Евард М. Е.

Санкт-Петербургский Государственный Университет, Санкт-Петербург, Россия,
volkov@smel.math.spbu.ru

Прямое мартенситное превращение сопровождается пластической аккомодацией, в результате которой происходит релаксация внутренних напряжений, появляющихся ввиду несовместности фазовой деформации. При описании накопления дефектов в результате такой микропластической деформации, предполагается, что все деформационные дефекты можно разделить на две категории: дефекты, обратимые и необратимые деформацией. Первые можно соотнести с дислокационными петлями, образующимися и расширяющимися (сужающимися) при развитии деформации, вторые — с неспособными к консервативному движению дислокационными конфигурациями, образующимися при двойном поперечном скольжении дислокаций, огибании ими препятствий и при их неполной аннигиляции. Уменьшение суммарной мощности дефектов первого сорта происходит вследствие пластической деформации другого знака или при их выходе на поверхность кристалла, а дефектов второго сорта — только за счет их переползания при участии термоактивированных (диффузионных) процессов.

На основе этих предположений составлены уравнения, описывающие изменение мощностей дефектов при пластическом сдвиге.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 04-01-00406), программы поддержки научных школ НШ-2288-2003.1 и ФЦП Минпромнауки N 40.010.1.1.195.