Что касается рассеяния на относительно больших углах, которое мы приписываем рассеянию на слаборазорнентированных субструктурах (ДБО), такая интерпретация кажется вполне обоснованной. Действительно такие субструктуры наблюдались в [6]. Отметим также, что для микрокристаллической меди [7] помимо границ зерен с высокой разориентации, было обнаружено 15-20% малоугловых границ, чего вполне достаточно для возникновения наблюдаемого рассеяния.

Авторы благодарят РФФИ за финансовую поддержку (проект N04-02-17627).

## Список литературы

- В.И.Бетехтин, А.И.Слуцкер. Изучение разориентации блоков методом рассеяния рентгеновских лучей под малыми углами. ФТТ. 4, 2, 136 (1962)
- В.Н.Чувильдеев. Неравновесные границы зерен в металлах теория и приложения М. Физматлит, 2004.
- Д.И.Свергун, Л.А.Фейгин. Ренттеновское и нейтронное малоугловое рассеяние. М. (1986). 198.с.
- 4. A.Guinier, G. Fournet. Small Angle Scattering of X-rays, J.Willey.N.Y. (1955), 258 p.
- В И.Бетехтин, А.Г.Кадомцев. Эволюция микроскопических трещин и пор в нагруженных твердых телах. ФТТ. (2005). В печати.
- М.М.Мышляев, В.В.Шпейзман, М.М.Камалов. Стадийность деформации микрокристаллического алюминий-литиевого сплава в условиях сверхпластичности. ФТТ, 2001, том. 43, вып.11.
- В.И.Копылов, И.М.Макаров, Е.В.Нестерова, В.В.Рыбин. Кристаллографический анализ субмикрокристаллической структуры, полученной РКУ-прессованием высокочистой меди. Вопросы материаловедения. 1 (29), 2002.

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ С ПОМОЩЬЮ АДДИТИВНОГО ПОТЕНЦИАЛА ГИББСА

Мовчан А. А.<sup>1)</sup>, Ньюнт Со<sup>2)</sup>, Казарина С. А.<sup>1)</sup>

 <sup>1)</sup> Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия, <u>movchan47@mail.ru</u>
 <sup>2)</sup> Московский авиационный институт, Москва, Россия

Для анализа термомеханического поведения сплавов с памятью формы (СПФ) обычно используют термодинамические потенциалы, состоящие из аддитивной и неаддитивной частей [1-3] и др. Первая получается как сумма потенциалов составляющих фаз с весами, равными их объемным долям. Вторая (так называемая «энергия взаимодействия фаз», «энергия смешивания», и т.п.) может быть условно разделена на слагаемое, связанное непосредственно с фазовым переходом и зависящее от параметра фазового состава,  $\psi_1(q)$  и слагаемое, обусловленное развитием макроскопических фазовых деформаций  $\psi_2(\varepsilon_{ij}^{pb})$ . В известных работах, как правило, основное внимание уделяется первому слагаемому, а второе игнорируется.

В данной работе предпринята попытка обосновать противоположную точку зрения, сводящуюся к тому, что для СПФ с широким гистерезисом можно, в первом приближении, пренебречь величиной  $\psi_1(q)$ , но необходимо рассматривать  $\psi_2(\epsilon_{ij}^{ph})$ . Сформулированы определяющие соотношения для СПФ на базе потенциала Гиббса, неаддитивная часть которого считается функцией девиатора макроскопических фазовых деформаций, обращающейся в нуль при их отсутствии.

Проанализированы требования, предъявляемые различными авторами к неаддитивной части термодинамических потенциалов СПФ. В [1] считается, что неаддитивная часть свободной энергии должна быть равна нулю как в однофазном аустенитном, так и в однофазном мартенситном состояниях, не зависимо от того, идет речь об ориентированном или хаотическом мартенсите. При этом требование неотрицательности неаддитивной части потенциала явно не выдвигается. Более того, приводится пример фазового перехода (ромбоэдрическое превращение в никелиде титана), когда неаддитивная часть отрицательна. В [2] неаддитивные части потенциала Гиббса различны для прямого и обратного превращений, считаются равными нулю в однофазном аустенитном состоянии и отличны от нуля в однофазном мартенситном, даже в случае, если это хаотический мартенсит. Утверждается, что неаддитивная часть потенциала Гиббса не может принимать отрицательные значения.

Предполагается, что при термоупругих фазовых превращениях, происходящих в отсутствии напряжений и не сопровождающихся фазовым формоизменением, неаддитивная часть термодинамического потенциала может рассматриваться как функция параметра фазового состава q, различная, вообще говоря, для процессов прямого ( $\psi_1^+(q)$ ) и обратного ( $\psi_1^-(q)$ ) превращения. Функции  $\psi_1^\pm(q)$  считаются дифференцируемыми на [0,1]. Скорость диссипации D в оговоренных выше условиях считается пропорциональной скорости изменения параметра фазового состава

$$D = A_1 \dot{q}, \quad D = -A_2 \dot{q} \tag{1}$$

для прямого и обратного превращения соответственно, с коэффициентами, модули которых, вообще говоря, различны. Величины  $A_i$  неотрицательны, и предполагаются либо постоянными, либо функциями температуры T и параметра фазового состава  $A_i = A_i(q,T)$ , свойства которых будут оговорсны ниже. Установлены следующие положения.

## Пусть

1.  $\psi_1^+(0) = \psi_1^-(0) = 0$ , т.е. в однофазном аустенитном состоянии неаддитивные части потенциала равны нулю.

 Величины A<sub>1</sub> и A<sub>2</sub> равны между собой, по крайней мере, в начальной точке прямого и конечной точке обратного превращений:

$$A_1(0, M_s) = A_2(0, A_f)$$
.

3. Неаддитивные части потенциала Гиббса неотрицательны

$$\psi_1^+(q) \ge 0, \quad \psi_1^-(q) \ge 0$$

Тогда температура термодинамического равновесия должна удовлетворять неравенству

$$T^* \ge \frac{M_s^0 + A_f^0}{2} \tag{2}$$

Здесь и ниже  $M_{s}^{0}, M_{s}^{0}, A_{s}^{0}, A_{s}^{0}$  - температуры начала и окончания прямого и обратного мартенситного превращений в свободном от напряжений материале. Если в оговоренных выше условиях для температуры термодинамического равновесия принимается выражение [2]  $T^* = (M_1^0 + A_1^0)/2$ , то должно выполняться  $\psi_1^{+'}(0) = \psi_1^{-'}(0) = 0$ (здесь штрих обозначает дифференцирование по q).

Пусть

1. Неаддитивная часть потенциала Гиббса равна нулю в однофазном мартенситном состоянии (хаотический мартенсит)

$$\psi_1^+(1) = \psi_1^-(1) = 0$$
.

 Величины A<sub>1</sub> и A<sub>2</sub> равны между собой, по крайней мере, в конечной точке прямого и начальной точке обратного превращений

$$A_1(1, M_f) = A_2(1, A_s)$$
.

3. Неалдитивная часть потенциала Гиббса неотрицательна.

Тогда температура термодинамического равновесия должна удовлетворять неравенству

$$T^* \le \frac{A_s^0 + M_f^0}{2}$$
(3)

Пусть

 Неаддитивная часть потенциала, соответствующая прямому превращению, равна нулю как в однофазном аустенитном, так и в однофазном мартенситном (хаотический мартенсит) состоянии:

$$\psi^+(0) = \psi^+(1) = 0$$
.

 Величина А<sub>1</sub> либо постоянна, либо является возрастающей функцией температуры и убывающей функцией параметра фазового состава.

Тогда функция  $\psi_1^+(q)$  не может принимать положительные значения.

Следуя установленным положениям, требование неотрицательности неаддитивных частей потенциала вместе с условием равенства нулю этих частей в одном из однофазных состояний приводит к весьма серьезным ограничениям на температуры термодинамического равновесия (2), (3), которые часто не выполняются (особенно это относится к (3)). Условие равенства нулю неаддитивной части потенциала в двух однофазных состояниях вместе с предположением о постоянстве скорости диссипации прямо приводит к противоречию с требованием положительности неаддитивной части потенциала.

Предлагается считать, что так называемая «химическая свободная энергия» СПФ, т.е. аддитивная часть потенциала СПФ, свободного от макроскопических напряжений, уже содержит в себе «энергию взаимодействия» различных вариантов хаотического мартенсита. Поэтому неаддитивная часть потенциала должна быть равна нулю не только в однофазном аустенитном, но и в однофазном мартенситном состоянии, если это хаотический мартенсит. В этих условиях предположение о постоянстве скорости диссипации в процессе фазового превращения ненагруженного материала приводит к выводу о неположительности неаддитивной части потенциала.

Разрешить это противоречие можно, приняв, что при термоупругих мартенситных превращениях, происходящих в отсутствии напряжений и фазовых деформаций, потенциал Гиббса является полностью аддитивным:

$$\beta(q) = 0, q \in [0,1]. \tag{4}$$

Установлено, что в рамках гипотезы (4) условие выполнения диссипативного неравенства при прямом и обратном превращениях, происходящих в отсутствии напряжений и фазовых деформаций, имеет вид

$$M_{*}^{0} \le T^{*} \le A_{s}^{0} . \tag{5}$$

Очевидно, что условие (5) может выполняться только для материалов с широким гистерезисом (т.е. тех СПФ, у которых ширина температурного гистерезиса превосходит величину интервала температур осуществления фазового перехода).

Показано, что для того, чтобы модель поведения СПФ описывала явление ориентированного превращения, необходимо предположить наличие неаддитивной части потенциала Гиббса, зависящей от тензора фазовых деформаций

$$\psi_2=\psi_2(\varepsilon_{ij}^{ph})$$

и отличной от нуля лишь в случае фазовых переходов, происходящих под действием напряжений, и сопровождающихся фазовым формоизменением. При этом качественно правильное описание явления ориентированного превращения получается лишь в том случае, когда неаддитивная часть потенциала Гиббса отрицательна.

Этот вывод не кажется столь необычным, если учесть, что аддитивная часть потенциала уже содержит упругую энергию, связанную с несовместностью деформаций хаотического мартенсита. Можно предположить, что степень несовместности микродеформаций в хаотическом мартенсите весьма высока, существенно выше, чем в ориентированном мартенсите. Поэтому упругая энергия, связанная с этой несовместностью, в ориентированном мартенсите, т.е. при наличии фазовых деформаций, будет ниже, чем в хаотическом мартенсите. Но вклад последней в неаддитивную часть потенциала считается равным нулю (она вся входит в адлитивную часть). Поэтому неалдитивную часть потенциала ориентированного мартенсита можно считать отрицательной. Тот же вывод относится и к общему случаю наличия в материалс аустенита, хаотического и ориентированного мартенситов. В случае, если можно не учитывать энергию межфазных границ, из предположения о том, что высшей степенью несовместности обладает хаотический мартенсит, следует, что упругая энергия несовместности деформаций рассматриваемого материала ниже, чем у хаотического мартенсита и, следовательно, неаддитивная часть потенциала отрицательна. Энергия же межфазных границ, следуя [3], мала, и вряд ли может коренным образом изменить эту ситуацию.

Установлено, что необходимым условием выполнения диссипативного неравенства

$$D_1 = S_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{ph} + (\Delta U_0 - T\Delta S_0 + Z(\sigma))\dot{q} \ge 0, \qquad S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^{ph}}$$
(6)

в случае, если для скоростей фазовых деформаций при прямом превращении принимается предложенное в [4-6] уравнение

$$k_{ij}^{ph} = \left(c_0 \sigma_{ij} + a_0 \varepsilon_{ij}^{ph}\right) q \tag{7}$$

является определение неаддитивной части потенциала Гиббса в виде

$$\psi(\varepsilon_{ij}^{ph}) = -\frac{a_0 \varepsilon_{ij}^{ph} \varepsilon_{ij}^{ph}}{2c_0}$$
(8)

Здесь σ<sub>и</sub> – компоненты девиатора напряжений. Для скорости фазовой деформации при обратном превращении используется выражение

Часть І

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{ph} = \frac{\varepsilon_{ij}^{ph0}}{q_0} \dot{q} \quad . \tag{9}$$

Здесь  $\varepsilon_{ii}^{ph0}$ ,  $q_0$  – значения компонент девиатора фазовой деформации и параметра фазового состава в точке начала процесса обратного превращения.

Установлено, что выполнение диссипативного неравенства при прямом и обратном превращениях можно обеспечить, если определить температуры начала прямого М<sup>°</sup> и обратного A<sup>°</sup> превращений под действием напряжений по формулам

$$M_s^{\sigma} = M_s^0 + kS_i + \frac{\Delta K \sigma_{kk}^2}{6K_1 K_2 \Delta S_0} + \frac{\sigma_{kk} \varepsilon_0}{3\Delta S_0}, \qquad S_i = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}$$
(10)

$$A_s^{\sigma} = A_s^0 + \frac{S_{ij}\varepsilon_{ij}^{ph0} / q_0 + Z(\sigma)}{\Delta S_0}$$
(11)

$$Z(\sigma) = \frac{\sigma_{kk}^2 \Delta K}{6K_1 K_2} + \frac{\sigma_1^2 \Delta G}{6G_1 G_2} + \frac{\sigma_{kk} \varepsilon_0}{3}$$
$$\Delta K = K_2 - K_1, \ \Delta G = G_2 - G_1, \ \Delta S_0 = S_{02} - S_{01}, \ \Delta U_0 = U_{02} - U_{01}$$

Здесь G, K – сдвиговой и утроенный объемный модули, S, U - объемные плотности энтропии и внутренней энергии, индекс нуль свидетельствует о том, что соответствующая величина определена при температуре отсчетного состояния, индекс 1 соответствует мартенситному, а 2 – аустенитному состояниям,  $\varepsilon_0$ - объемный эффект реакции прямого превращения.

При использовании зависимости (10) диссипативное неравенство для прямого превращения сводится к условию

$$\frac{2}{3}c_0S_i^2 - \Delta S_0kS_i + \left(\Delta U_0 - M_s^0\Delta S_0\right) + \frac{\sigma_i^2\Delta G}{6G_iG_2} \ge 0,$$
(12)

а для обратного превращения имеет вид

$$\left(\Delta U_0 - \Delta S_0 A_s^0\right) \le 0. \tag{13}$$

Можно показать, что достаточным условием справедливости неравенства (12) является ограничение сверху на энтропию перехода

$$\Delta S_0 < \Delta S_0^{\max} = \frac{4\Delta U_0}{2M_s^0 + \sqrt{4(M_s^0)^2 + 6\Delta U_0 k^2 / c_0}}$$
(14)

максимальное значение которой  $\Delta S_0^{\text{max}}$  растет с увеличением латентного тепла  $\Delta U_0$  и параметра  $c_0$  и падает с ростом k и  $M_s^0$ .

В таблице приведены значения материальных параметров для трех СПФ, взятые из [1], или рассчитанные на основе экспериментальных данных, приведенных в [1]. Поскольку экспериментальных данных по ориентированному превращению в [1] приведено не было, то значение параметра a<sub>0</sub> принималось равным величине 0.718, определенной по результатам других экспериментов для никелида титана в [5,6].

- E C	a 6	1.000	100	and a	1
	#u	¥1.		Щ	-

Сплав	M,º K	A <sup>0</sup> <sub>s</sub> K	۵U <sub>0</sub> Дж/кг	ΔS <sub>0</sub> Дж/(кгК)	k К/МПа	с <sub>0</sub> ×10 <sup>3</sup> МПа <sup>-1</sup>	∆S₀ <sup>пых</sup> Дж/(кгК)
TiNiCu	324	341	38245	113.71	0.11	0.22	118
Ti48 7Ni	338	360	35931	102.5	0.1	0.16	106
Ti51.5Ni	160	215	10179	52.85	0.19	0.19	64

Как видно из таблицы, по крайней мере, для рассматриваемых сплавов ограничение (14) не нарушается.

Следуя (13) и (14), достаточному условию выполнения диссипативного неравенства в рамках рассматриваемой модели можно придать форму:

$$M_s^0 + \Delta T \le T^* \le A_s^0 \quad , \tag{15}$$

$$\Delta T = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\left(M_s^0\right)^2 + \frac{3\Delta U_0 k^2}{2c_0}} - M_s^0 \right) .$$
(16)

Таким образом, в рамках предлагаемой модели, для обеспечения справсдливости диссипативного неравенства при прямом превращении под действием напряжений, температура начала прямого превращения в отсутствии напряжений должна быть ниже температуры термодинамического равновесия на величину  $\Delta T$ , определяемую по формуле (16). Необходимое «переохлаждение»  $\Delta T$  растет с увеличением энтальпии перехода  $\Delta U_0$  и параметра k, но падает с ростом  $M_*^0$  и  $c_0$ . В то же время, следуя (15), обратное превращение не требует «перегрева» и может начинаться, как только увеличивающаяся температура превысит температуру термодинамического равновесия.

В качестве определяющих соотношений для параметра фазового состава предлагаются дифференциальные уравнения вида

$$\varphi'(q)\dot{q} = \frac{1}{M_s^0 - M_f^0} \left( \frac{3}{2} \frac{kS_{ij} \dot{\sigma}_{ij'}}{S_i} - \dot{T} \right) , \qquad (17)$$

$$\varphi'(q)q = \frac{\dot{\sigma}_{ij} \epsilon_{ij}^{h0} / q_0 - \Delta S_0 \dot{T}}{\Delta S_0 \left(A_f^0 - A_x^0\right)}$$
(18)

для прямого и обратного превращения соответственно. Здесь  $\varphi(q)$  – монотонно возрастающая непрерывная на [0,1] функция, удовлетворяющая условиям  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi(1) = 1$ .

Для формулировки начальных условий к дифференциальным уравнениям (17), (18), необходимо рассмотреть набор параметров состояния, соответствующий начальной точке рассматриваемого процесса:

$$T_0, \sigma_{ii}^0, q_0, \varepsilon_{ii}^{ph0}. \tag{19}$$

Если вычисленная для этого набора с помощью (10) величина М<sup>°</sup>, удовлетворяет неравенству

$$T_0 \le M_s^{\sigma}, \tag{20}$$

Часть І

то уравнение (17) необходимо решать при начальном условии

$$q(T_0) = q_0$$
. (21)

Получающееся таким образом решение будет описывать процесс прямого превращения лишь в том случае, если в каждой его точке в силу (17) будет получаться  $\ddot{q} > 0$ . В противоположном случае, либо если для начального состояния выполняется неравенство, противоположное (20), прямое превращение происходить не может.

Аналогично, если величина  $A_{\sigma}^{\sigma}$ , вычисленная для начальных значений параметров состояния с помощью (11), удовлетворяет неравенству

$$T_0 \ge A_s^{\sigma},\tag{22}$$

то дифференциальное уравнение обратного превращения (18) следует решать при том же начальном условии (21). При этом в каждой точке процесса, в силу (18), должно получаться q < 0. В противоположном случае, либо если для начального состояния выполняется неравенство, противоположное (22), обратное превращение происходить не может.

Показано, что в случае, если прямое (обратное) превращение происходит из начального полностью аустенитного (полностью мартенситного) состояния под действием постоянных напряжений, то интегрирование соотношения (17), ((18)) дает привычные уравнения диаграммы прямого (обратного) превращения

$$q = \varphi^{-1} \left( \frac{M_s^{\sigma} - T}{M_s^0 - M_s^0} \right) \quad q = \varphi^{-1} \left( \frac{A_f^{\sigma} - T}{A_f^0 - A_s^0} \right).$$

Аналогичные зависимости для параметра фазового состава получаются в случае процессов прямого превращения, в которых происходит одновременное изменение температуры и пропорциональное изменение компонент тензора напряжений.

Необходимо отметить, что квадратичные по компонентам напряжений слагаемые в правых частях формул (10), (11), а также последнее слагаемое правой части (10) для не слишком высоких значений напряжений, при которых еще проявляются эффекты памяти формы, весьма малы по сравнению с линейными слагаемыми. В первом приближении указанными малыми слагаемыми можно пренебречь. Получающиеся в результате соотношения

$$M_{s}^{0} = M_{s}^{0} + kS_{t}, \qquad A_{s}^{\sigma} = A_{s}^{0} + \frac{S_{\mu}\epsilon_{t}^{ph0}}{\Delta S_{0}q_{0}}$$
(23)

обладают целым рядом преимуществ перед часто используемыми в феноменологических моделях поведения СПФ зависимостями [7]

$$M_s^{\sigma} = M_s^0 + k\sigma_i, \quad A^{\sigma} = A^0 + k\sigma_i. \tag{24}$$

Прежде всего, соотношения (23) вместе с определяющими уравнениями для скорости фазовой деформации (7), (9) удовлетворяют принципу градиентальности (скорость фазовой деформации ортогональна к поверхности начала фазового превращения). В результате удается доказать теорему о существовании и единственности обращения определяющих соотношений (т.е. об их однозначной разрешимости относительно скоростей изменения напряжений, что весьма важно для построения численных методов решения краевых задач механики для СПФ). Кроме того, в рамках данной системы скорость фазовой деформации является непрерывной функцией скорости изменения пара-

метра фазового состава для всех возможных наборов значений параметров состояния (в рамках соотношения (24), (7) или (9) скорость фазовой деформации может терпеть разрыв при о, = 0, что приводит к некоторым парадоксальным результатам, например – в решении задач устойчивости тонкостенных элементов из СПФ [8-11]). Следуя второй формуле (24), температура начала обратного превращения с ростом напряжений, приложенных при обратном превращении, всегда возрастает, не зависимо от направления фазовой деформации є по которой начинается обратное превращение. Экспериментальные данные [12] свидетельствуют, однако, о том, что величина А возрастает с ростом напряжений лишь в том случае, когда тензоры σ<sub>11</sub> и є<sub>11</sub><sup>ph0</sup> соосны и убывает, если они направлены противоположно. Второе соотношение (23), в отличие от (24), этот эффект описывает. Наконец, для всего комплекса предлагаемых определяющих соотношений, включая дифференциальные определяющие соотношения для параметра фазового состава (17), (18), рассматриваемого совместно с уравнениями равновесия, совместности и соответствующими краевыми условиями, удалось доказать теорему о единственности решения связных геометрически линейных краевых задач механики для СПФ (ранее, в рамках системы определяющих соотношений, использующей конечные, а не дифференциальные уравнения для параметра фазового состава, теорему единственности удалось доказать лишь для решения несвязных задач [13]).

В рамках предложенной модели получено связное уравнение теплопроводности в форме

$$k_q \Delta T = C\dot{T} - S_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{ph} - (\Delta U_0 + Z(\sigma))q + T\alpha\sigma_{kk}.$$
(25)

Здесь  $k_q$ , C,  $\alpha$  – коэффициент теплопроводности, теплоемкость и коэффициент температурного расширения. Подстановка в (25) определяющих соотношений для скорости фазовых деформаций (7), (9) и скорости изменения параметра фазового состава (17), (18) приводит к разрешающему соотношению

$$k_{\alpha}\Delta T = (C + \Delta C)T - \chi + T\alpha\sigma_{kk}, \qquad (26)$$

где для прямого превращения

$$\Delta C = \frac{2c_0 S_i^2 / 3 + \Delta U_0 + Z(\sigma)}{\varphi'(q) \left( M_s^0 - M_f^0 \right)}, \qquad \chi = \Delta C \left( \frac{3}{2} \frac{k S_{ij} \dot{\sigma}_{ij}'}{S_i} + \frac{\Delta K \sigma_{kk} \dot{\sigma}_{kk}}{3K_1 K_2 \Delta S_0} \right), \tag{27}$$

а для обратного превращения

$$\Delta C = \frac{S_{ij}\varepsilon_{ij}^{ph0}/q_0 + \Delta U_0 + Z(\sigma)}{\left(A_s^0 - A_f^0\right)\rho'(q)}, \quad \chi = \Delta C \frac{\dot{\sigma}_{ij}\varepsilon_{ij}^{ph0}}{\Delta S_0 q_0}.$$
(28)

В случае, если фазовые превращения происходят под действием постоянных напряжений, разрешающее уравнение (26) имеет форму обычного уравнения теплопроводности

$$k_a \Delta T = (C + \Delta C)\dot{T} \tag{29}$$

с измененным значением теплоемкости, приращение которой вычисляется по формулам (27) и (28) для прямого и обратного превращения соответственно. Оба эти соотношения отличаются от известных вналогоя наличием слагаемых, явным образом учитывающих не только выделение и поглощение латентного тепла (слагаемое  $dU_0$ ), но и дисклащию, связанную с фазовым формокаменением (слагаемые, солержащие тензор  $S_{ij}$ ). Получены численные решения дважды связщых одномерных задач о прямом и обрятном превращении для цолиндрического стержия до СПО, боковые поверхности которого теплорозлированы, а теплообмен происходит только по торцам. Следуя этим решениям для достаточно высочки напряжений диссищация может доходить до 30% от величины датентного тепла, и, поэтому, должна обязательно учитываться при валянсе. Если при прямом превращении диссинативные слагаемые всегда ведут к выделению тепла сизгемой, то при обратном возможна протвеотопа.

Работа выполнена при финансовом содействии РФФИ, грант № 02-01-01075.

## Список литературы

- Garby B., Lexcellent C., No V.H., Miyasaki S. Thermodynamic modeling of the recovery strains of sputted-deposited shape memory alloys Ti-Ni and Ti-Ni-Cu thin films // Thin Solid Films. 2000 372, P. 118-13.
- Bn Z., Lagoudas D.C. Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading. Part 1: theoretical derivation // International Journal of Engineering Science. 1999. V. 37 P. 1089 – 1140
- Huang M., Brinson L.C. A multivariant model for single crystal shape memory alloy behavior // Journal of Mechanics and Physics of Solids. 1998. V 46. No. 8. P 1379-1409.
- 4 Мовчан А.А. Микромеханические определяющие уравнения для сплавов с памятью формы // Проблемы машиностроения и надежности машин - 1994 № 6 С. 47-53.
- Мовчая А.А. Микромеханический подход к описанию деформации мартенситных превращений в сплавах с памятью формы // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1995. № 1. С. 197-205.
- Мовчан А.А. Выбор аппроксимации фазовой диаграммы и модели исчезновения кристалпов мартенсита для сплавов с памятью формы // ПМТФ. 1995. Т. 36. № 2. С. 173-181.
- Liang C., Rogers C.A. One dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials // J. Intelligent Material System and Structures. 1990. V. 1. No. 2. P. 207 · 234.
- 8 Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. Анализ устойчивости при прямом термоупругом превращении под действием сжимающих напряжений // Изв. РАН. МТТ. 2004. № 2. С. 132-144.
- Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. Устойчивость стержня, претерпевающего прямое или обратное мартенситное превращение под действием сжимающих напряжений // ШМТФ. 2003. Т 44. №3. С. 169. 178.
- Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. Об устойчивости пластины из сплава с памятью формы при прямом термоупругом фазовом превращении // ПММ, 2004. Т. 68, Вып. 1. С. 60-72.
- Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. Аналитическое решение связных задач об устойчивости пластины из сплава с памятых формы при обратном мартенситном превращении // Изв. РАН МТТ. 2004. № 5.
- Nishimura F., Watanabe N., Watanabe T., Tanaka K. Transformation conditions in an Fe-based shape memory alloy under tensile - torsional loads. Mattensite start surface and austenite start/finish planes // Matten Sci. Eng. Ser. A. 1999. V 204. N 1-2. P. 232-244.
- Моячан А.А. Учет переменности упругих модулей и влизния шапряжений на фазовый состав в сілланах с намятью формы // Известия РАН Механика твердого теля. 1998. Ув.І. С. 79-90.