

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ГИПЕРЗВУКА СИСТЕМОЙ ВСТРЕЧНО - ШТЫРЕВЫХ ЭЛЕКТРОДОВ В ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ И ТРИГОНАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛАХ ДЛЯ ШИРОКОПОЛОСНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Ансимова А.Е.

*Мозырский государственный педагогический университет им. П.П. Шамякина,  
г. Мозырь*

**Введение.** Тригональные и гексагональные пьезоэлектрические кристаллы могут успешно использоваться для разработки акустооптических (АО) модуляторов, ультразвуковых линий задержки, акустических фильтров на поверхностных акустических волнах (ПАВ) [1, 2]. При этом используются, в основном, кристаллы, обладающие низким уровнем затухания ультразвука и высокими значениями пьезоэлектрических постоянных. Возможность эффективного возбуждения объемных акустических волн системой встречно-штыревых электродов (ВШП) в тригональных кристаллах ниобата лития ( $LiNbO_3$ ) показана в работе [3]. Такие устройства, отличающиеся простотой и технологичностью, экспериментально реализованы в работе [4]. На их основе созданы широкополосные АО дефлекторы и спектроанализаторы, а также ультразвуковые линии задержки СВЧ диапазона. Теоретические исследования диаграмм направленности таких излучателей, как правило, ограничиваются приближенной теорией антенных решеток [4]. Однако данный подход не позволяет достаточно полно описать особенности широкополосного возбуждения гиперзвука со сканирующей диаграммой направленности. Следует отметить [5], что широкополосные АО дефлекторы с поверхностным возбуждением гиперзвука могут являться основой различного рода измерителей радиотехнического назначения, спектроанализаторов, корреляторов, демодуляторов частотно и фазомодулированных сигналов.

В настоящей работе исследовано нерезонансное возбуждение объемных УЗ волн высокой частоты системой ВШП в широком диапазоне акустического спектра в гексагональных кристаллах окиси цинка ( $ZnO$ ) тригональных кристаллах  $LiNbO_3$ .

**Теоретические результаты и обсуждение.** Многоэлементная система ВШП с периодом  $d$  имеет ширину металлической полоски  $a$  и не металлизированного участка  $b$  (рис. 1).

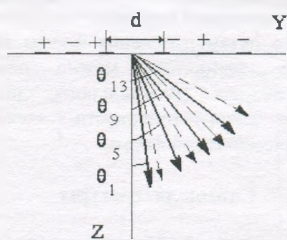


Рис. 1. Схема возбуждения сдвиговых и продольных объемных УЗ волн системой ВШП (сплошные линии соответствуют сдвиговым УЗ волнам, пунктирные линия – продольным: «левосторонние» лепестки, расположенные симметрично относительно оси OZ, не показаны).

Эффективная длина перекрытия электродов ВШП  $m \gg d$ . Противофазное высокочастотное напряжение, поданное на электроды, позволяет возбуждать объемные

УЗ волны высокой частоты под малыми углами к оси OZ, совпадающей с осью симметрии шестого порядка для кристалла ZnO и третьего порядка для кристалла LiNbO<sub>3</sub>.

С увеличением частоты СВЧ поля на электродах ВШП последовательно возбуждаются псевдоповерхностные ПАВ Рэлея, передающие энергию в объемные УЗ волны [6, 7]. Резонансные частоты ПАВ находим из соотношений:  $f_{2m'+1} = v_R(2m'+1)/2d, m' = 0.1.2.3....$  где  $v_R$  – фазовая скорость рэлеевской УЗ волны, распространяющейся вдоль оси OY. Первая резонансная частота  $f_1 = v_R / \Lambda, \Lambda = 2d$ . Каждой гармонике ПАВ частотой  $f_{2m'+1}$  соответствует квазиобъемная УЗ волна, распространяющаяся под следующим углом [6]:

$$\theta_{2m'+1}^{2m'+1} = \arcsin[v_s(2m+1)/2df_1(2m'+1)]. \quad (1)$$

$m = 0.1.2....$  Для реализации малых углов по отношению к оси OZ следует использовать высокие гармоники ПАВ. Под наименьшим углом распространяются волны соответствующие  $m=0$ .

Рассмотрим кристаллы гексагональных и тригональных сингоний. Фурье-компоненты вектора смещений квазиобъемных УЗ волн даются соотношениями [6]:

$$\begin{aligned} \hat{u}_1 &= A_1 e^{-iq_1 K x_1} + A_2 e^{-iq_2 K x_1} + b_1 \hat{\phi}_0 e^{-rK x_1}, \\ \hat{u}_3 &= p_1 A_1 e^{-iq_1 K x_1} + p_3 A_2 e^{-iq_2 K x_1} + b_3 \hat{\phi}_0 e^{-rK x_1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $p_1 = u_3^0(q_1), p_3 = u_3^0(q_3), u_3^0 = -(c_{11} - \rho v^2 - c_{44} q^2)/(c_{13} + c_{44} q); r = (\varepsilon_{11}^s / \varepsilon_{33}^s)^{1/2}$ , причем  $\varepsilon_{11}^s, \varepsilon_{33}^s$  – компоненты диэлектрической проницаемости зажатого кристалла.

Амплитуда потенциала дается соотношением [6, 7]:

$$\hat{\phi}_0(K) = - \sum_{m=0}^{\infty} F_m \left[ \frac{\sin(K - \chi_m)L/2}{(K - \chi_m)} + \frac{\sin(K + \chi_m)L/2}{(K + \chi_m)} \right] \quad (3)$$

где  $K = (2\pi f \sin \theta) / v, \chi_m = (2m+1)\pi / d, F_m = \pi i_0 P_m (2\bar{s}^2 - 1) / dK'(\bar{s})$ , причем  $\bar{s} = \sin(\pi \bar{a} / 2) (\bar{a} = b/d); d = a + b; K'(\bar{s}) = K(\sqrt{1 - \bar{s}^2})$  – эллиптический интеграл,  $v(\theta)$  – фазовая скорость продольной или сдвиговой УЗ волны,  $i_0$  – напряжение на электродах ВШП.

Обычно полагают  $a=b$ , когда достигаются простые условия технологии получения ВШП, тогда  $\bar{s} = 1/\sqrt{2}$  и равны нулю следующие полиномы Лежандра:  $P_3(0) = P_7(0) = P_{11}(0) = \dots = 0$ . Таким образом, системой ВШП возбуждаются нечетные гармоники  $(2m+1)$  порядка: 1, 5, 9, 13, ... Резонансные частоты ПАВ находим из соотношений:  $f_{2m+1} = v_R(2m+1)/2d, m = 0.1.2.3....$  где  $v_R$  – фазовая скорость рэлеевской УЗ волны, распространяющейся вдоль оси OY. Первая резонансная частота  $f_1 = v_R / \Lambda, \Lambda = 2d$ .

Физически приемлемые комплексные постоянные  $q_{13}$  находим из соотношений:

$$q^2 = \frac{1}{2} \left[ c_{33}^{-1}(c_{44} - \rho v^2) + c_{44}^{-1}(c_{11} - \rho v^2) + c_{33}^{-1}c_{44}^{-1}(c_{13} + c_{44})^2 \right] \pm \left\{ c_{44}^{-1}c_{33}^{-1}(c_{11} - \rho v^2)(c_{44} - \rho v^2) + \frac{1}{4} [c_{33}^{-1}(c_{44} - \rho v^2) + c_{44}^{-1}(c_{11} - \rho v^2) + c_{33}^{-1}c_{44}^{-1}(c_{13} + c_{44})^2]^2 \right\}^{1/2} \quad (4)$$

При учете пьезоэлектрического эффекта фазовые скорости УЗ волн находим из соотношений [5]:  $\bar{v}_{l,s} = v_{l,s}(1 + \bar{K}_{l,s}^2/2)$ , где  $v_{l,s}$  - фазовые скорости продольной и сдвиговой УЗ волны,  $\bar{K}_{l,s}$  - коэффициент электромеханической связи.

Величины  $b_1, b_3$ , входящие в выражения (2) даются соотношениями:

$$b_1 = \frac{\Delta b_1}{\Delta_b}, b_3 = \frac{\Delta b_3}{\Delta_b}, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta b_1 &= ir[(e_{15} - r^2 e_{33})(c_{13} + c_{44}) - (e_{15} + e_{31})(\rho v^2 - c_{44} + r^2 c_{33})], \\ \Delta b_3 &= [(e_{15} - r^2 e_{33})(\rho v^2 - c_{11} + r^2 c_{44}) - r^2(c_{13} + c_{44})(e_{15} + e_{31})], \\ \Delta_b &= [(\rho v^2 - c_{11} + r^2 c_{44})(\rho v^2 - c_{44} + r^2 c_{33}) - r^2(c_{13} + c_{44})^2]. \end{aligned}$$

Постоянные  $A_1, A_3$  определяются соотношениями:

$$A_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \hat{\phi}_0, A_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} \hat{\phi}_0, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -c_{44}(q_3 + p_3)(ire_{33} + irc_{33}b_3 - c_{13}b_1) - (c_{13} + c_{33}q_3p_3)(e_{15} - c_{44}b_3 + irc_{44}b_1), \\ \Delta_3 &= c_{44}(q_1 + p_1)(ire_{33} + irc_{33}b_3 - c_{13}b_1) + (c_{13} + c_{33}q_1p_1)(e_{15} + c_{44}b_4 + irc_{44}b_1), \\ \Delta &= c_{44}(q_1 + p_1)(c_{13} + c_{33}q_3p_3) - c_{44}(q_3 + p_3)(c_{13} + c_{33}q_1p_1). \end{aligned}$$

Величина смещения сдвиговой УЗ волны дается соотношением:

$$u_s = \sqrt{u_{1s}^2 + u_{3s}^2}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} u_{1s} &= \frac{\hat{\phi}_0(K_s)}{\sqrt{2\pi R_1} |\varphi''(K_s)|} \left[ \frac{\Delta_1(K_s)}{\Delta} + \frac{\Delta_3(K_s)}{\Delta} \right], \\ u_{3s} &= \frac{\hat{\phi}_0(K_s)}{\sqrt{2\pi R_1} |\varphi''(K_s)|} \left[ \bar{r}_1 \frac{\Delta_1(K_s)}{\Delta} + \bar{r}_3 \frac{\Delta_3(K_s)}{\Delta} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

где  $R_1$  – расстояние от области размещения ВШП до точки наблюдения УЗ поля:  $\varphi(K_s) = 2\pi f / \bar{v}_s(K_s) \sin(\theta)$ ;  $K_s = 2\pi f \sin(\theta) / \bar{v}_s(\theta)$ ;  $\varphi''(K_s)$  – вторая производная;  $\bar{v}_s$  – фазовая скорость сдвиговой пьезоактивной УЗ волны. Величина смещения продольной УЗ волны дается аналогичным соотношением, в котором, однако, следует выполнить замены:  $s \rightarrow l$ ;  $\bar{v}_s \rightarrow \bar{v}_l$ , где  $\bar{v}_l$  – фазовая скорость пьезоактивной продольной УЗ волны.

Численные расчеты проводились для кристаллов  $ZnO$  и  $LiNbO_3$  YZ-среза. При этом фазовые скорости продольных и сдвиговых УЗ волн, распространяющихся вдоль оси OZ составляют соответственно:  $v_l = 7200$  м/с,  $v_s = 3570$  м/с для  $LiNbO_3$ ; и  $v_l = 6077$  м/с,  $v_s = 2680$  м/с для  $ZnO$  [1]. Период электродной системы  $d = 10.6$  мкм и число пар штырей ВШП  $N = 19$ ; полагалось, что  $a = b = d/2$ . Другие постоянные, характеризующие акустические свойства кристаллов приведены в [1].

Для получения широких полос АО взаимодействия необходимо возбудить высокие гармоники ПАВ, то есть пятую, девятую и тринадцатую. При этом резонансные частоты составляют соответственно  $f_5 = 0.9$  ГГц,  $f_9 = 1.6$  ГГц,  $f_{13} = 2.3$  ГГц для кристаллов  $LiNbO_3$  и  $f_5 = 0.6$  ГГц,  $f_9 = 1.1$  ГГц,  $f_{13} = 1.6$  ГГц для кристаллов  $ZnO$ . Данным частотам соответствуют следующие резонансные углы возбуждения сдвиговых УЗ волн:  $\theta_5^{1s} = 10.6^\circ$ ,  $\theta_9^{1s} = 6.2^\circ$ ,  $\theta_{13}^{1s} = 4.13^\circ$  ( $LiNbO_3$ ) и  $\theta_5^{1s} = 11.5^\circ$ ,  $\theta_9^{1s} = 6.38^\circ$ ,  $\theta_{13}^{1s} = 4.41^\circ$  ( $ZnO$ ). Резонансные углы возбуждения продольных УЗ волн больше ( $\bar{v}_s \ll \bar{v}_l$ ) и равны соответственно:  $\theta_5^{1l} = 20.3^\circ$ ,  $\theta_9^{1l} = 12^\circ$ ,  $\theta_{13}^{1l} = 8.4^\circ$  ( $LiNbO_3$ ) и  $\theta_5^{1l} = 26.9^\circ$ ,  $\theta_9^{1l} = 14.6^\circ$ ,  $\theta_{13}^{1l} = 10.1^\circ$  ( $ZnO$ ). Возбуждение объемных УЗ волн системой ВШП не следует считать резонансным эффектом [4, 6]. Задав период ВШП преобразователя, можно возбудить объемные звуковые волны со всеми частотами, большими резонансных частот возбуждения ПАВ ( $f > f_{2m+1}$ ).

Результаты численных расчетов амплитуд смещений сдвиговых (а) и продольных (б) УЗ волн от частоты  $f$  и угла  $\theta$  для кристаллов  $ZnO$  представлены на рис.2.



Рис. 2. Зависимость амплитуды смещения от полярного угла  $\theta$  и частоты ультразвука  $f$  для сдвиговых  $u_s$  (а) и продольных  $u_l$  (б) УЗ волн ( $u_0 = 1$  В,  $d = 10.6$  мкм,  $a = b$ ,  $R_1 = 0.01$  м,  $L = 201.4$  мкм,  $ZnO$ )

Из рис. 2 следует, что в кристалле  $ZnO$  возникают нерезонансные области возбуждения гиперзвука в широком угловом ( $\theta$ ) и частотном ( $f$ ) диапазоне. При этом амплитуда смещения в областях нерезонансного возбуждения также на порядок меньше, чем в максимуме резонансной области. Максимальная амплитуда сдвиговой составляющей  $u_s = 3.5 \cdot 10^{-9}$  м, а в нерезонансной области  $\sim 10^{-10}$  м. При этом интенсивность УЗ волны составляет  $\sim 0.1$  Вт/см<sup>2</sup>. Амплитуды смещений продольных ( $u_l$ ) составляющих УЗ волн (см. рис. 2.б), в резонансной и нерезонансной областях отличаются менее значительно. Продольные ( $u_l$ ) составляющие (см. рис. 2.б) имеют



более широкие области углового и частотного спектра возбуждения гиперзвука, чем сдвиговые. Например, в интервале углов  $\Delta\theta^l = 10^0 - 13,8^0$  диапазон перестройки частоты составляет  $\Delta f = (1,4 - 1,6)$  ГГц. Диапазону перестройки углов  $\Delta\theta^l = 20,2^0 - 27^0$  соответствует диапазон перестройки частоты  $\Delta f = (0,4 - 1)$  ГГц. Как видно из рисунка частотные диапазоны нерезонансного возбуждения продольных и сдвиговых УЗ волн примыкают друг к другу, однако резонансные углы возбуждения  $\theta$  значительно отличаются.

Расчеты, аналогичные приведенным на рис.2, показывают, что в кристаллах  $LiNbO_3$  наряду с узкими резонансными максимумами при интерференционном наложении волн боковых лепестков резонансного возбуждения в кристалле возникают нерезонансные области возбуждения гиперзвука в широком угловом ( $\theta$ ) и частотном ( $f$ ) диапазоне. При этом амплитуда смещения в областях нерезонансного возбуждения гиперзвука лишь на порядок меньше, чем в максимуме резонансной области. Например, максимальная амплитуда сдвиговой составляющей  $u_s = 1,2 \cdot 10^{-7}$  м, а в нерезонансной области  $\sim 10^8$  м. При этом интенсивность УЗ волны составляет  $\sim 10$  Вт/см<sup>2</sup>. Амплитуды смещений продольных ( $u_l$ ) составляющих УЗ волн в резонансной и нерезонансной областях отличаются более значительно. Сдвиговые ( $u_s$ ) составляющие имеют более широкие области углового и частотного спектра возбуждения гиперзвука. Например, в интервале углов  $\Delta\theta^s = 4,8^0 - 5,6^0$  диапазон перестройки частоты составляет  $\Delta f = (1,65 - 2)$  ГГц; угловому диапазону  $\Delta\theta^s = 6,8^0 - 7,6^0$  соответствует диапазон частотной перестройки  $\Delta f = (1,1 - 1,4)$  ГГц. Следует отметить, что частотный диапазон нерезонансного возбуждения продольных УЗ волн сдвинут в сторону меньших частот по сравнению с частотным диапазоном сдвиговых, однако, при этом значительно отличаются резонансные углы возбуждения  $\theta$ .

**Заключение.** Рассмотренные особенности нерезонансного возбуждения гиперзвука в гексагональных и тригональных кристаллах в широком частотном диапазоне спектра показывают возможность их применения для создания широкополосных акустооптических дефлекторов, спектроанализаторов и ультразвуковых линий задержки СВЧ – диапазона. Большой практический интерес представляет изотропная дифракция световых пучков на сдвиговых УЗ волнах в тригональных кристаллах ниобата лития. При этом больших величин достигает коэффициент акустооптического качества и интенсивность ультразвука. Отметим, что частотный диапазон перестройки АО устройств на основе гексагональных и тригональных кристаллов может быть расширен «включением» не только сдвиговых, но и продольных УЗ волн [8]. Это достигается совмещением угловых диапазонов продольных и сдвиговых УЗ волн посредством подбора периода системы ВПП или выбором материала звукопровода. Результаты численных расчетов для кристаллов  $LiNbO_3$  хорошо согласуются с экспериментальными результатами, приведенными в работе [4].

#### Список литературы

1. Кайно Г. Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов // Москва: Мир, 1990. – 652с.
2. Блистанов А.А., Бондаренко В.С., Чкалова В.В. и др. // Акустические кристаллы: Справочник / Под ред. М.П.Шаскольской. М.: Наука. 1986. -629 с.
3. Robert F.M., Reilly N. H. C., Redwood M. // IEEE Trans. on Sonics and Ultrason. 1977. V. SU-24. No 3. P. 147-166.
4. Винник Д.М., Вороняк Г.И. // Техника и технология СВЧ. 2007. №2. С. 17-20.
5. Волик Д. П., Раздобудько В.В. // ЖТФ. 2009. Т. 79, В. 6. С. 124-128.

6. Дьельсан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов // Москва: Наука, 1982. – 424с.
7. Балакирев М.К., Гилинский И.А. Волны в пьезокристаллах // Новосибирск: Наука, 1982. – 237с.
8. Белый В.Н., Войтенко И.Г., Кулак Г.В. и др. // ЖТФ. 1989. Т. 59, В. 5, С. 82-85.

УДК 57.087:576.08

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ПАТОЛОГИИ КЛЕТКИ

Иванов Н.Н., Фролкова А.С.

*БГУИР, г. Минск*

### ВВЕДЕНИЕ

Геометрические моменты изображения представляют собой интегралы от функции изображения в пространстве. Моменты малых порядков связаны с глобальными свойствами изображения, обычно используются для определения позиции, масштаба изображения.

Инварианты моментов являются линейными комбинациями геометрических моментов, которые используются для определения угла поворота объекта.

В общем случае, характеристики, получаемые с помощью применения моментных инвариантов, не достаточно точны: они чувствительны к шуму.

Из теоремы единственности моментов, характеристики изображения можно точно определить геометрическими моментами всех порядков. При сравнении моментов Фурье-Меллина и моментов Цернике, последние описывают изображение более качественно, а моменты Фурье-Меллина имеют более высокую производительность.

### ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Заболевания, поражающие клетки ткани, могут быть визуализированы либо в форме цитологических изменений морфологии клеток, либо сдвигами распределения разных типов клеток. Количественный состав и морфология клеток являются достаточно достоверными показателями заболевания.

Анализ изображений клеток для диагностики раковых опухолей базируется на исследовании следующих параметров:

- морфологические – размер и форма клеток;
- денсометрические – интегральная плотность клетки;
- фрактальные – относительная связность, анализ клеточного ядра;
- топологические – взаимное расположение структур.

В работе проводится анализ патологии с помощью исследования текстурных параметров клетки. Данными для анализа являются микрофотографии раковых клеток HeLa. Клетка не сохраняет свою позицию в колонии клеток, при визуальном исследовании может использоваться различная аппаратура, поэтому следует рассматривать методы текстурного анализа инвариантные по отношению к классическим аберрациям, таким как поворот, дефокусировка, масштабирование и т.п.

### ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМОВ

Представление в виде коэффициентов разложения по ортогональному базису полиномов Цернике