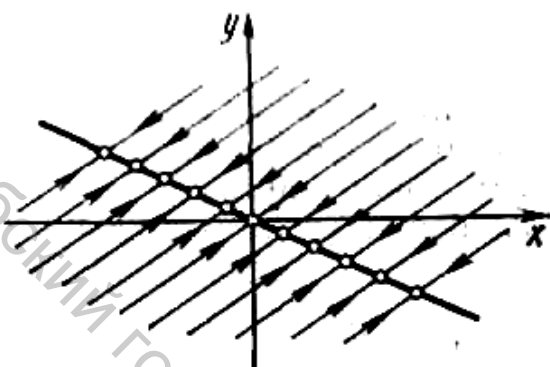


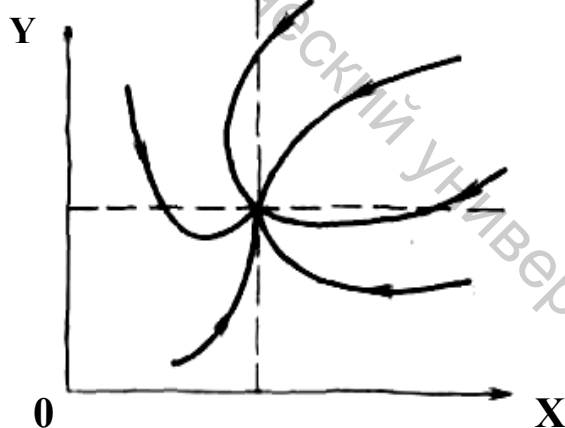
А. А. НАУМЕНКО



УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ТРИКОТАЖНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

$$\frac{dX}{dt} = -k_1 X + \frac{k_2 Y}{X} + \frac{k_3 Z}{X}$$

$$\frac{dY}{dt} = -k_4 Y + \frac{k_3 Y}{X} + \frac{k_6 Z}{X}$$



**Витебск
2007**

А. А. Науменко

**УСТОЙЧИВОСТЬ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ В
ТРИКОТАЖНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ**

МОНОГРАФИЯ

**Витебск
2007**

УДК 677.025.001

ББК 37.283

Н-34

Автор:

А. А. Наumenко – канд. техн. наук, доцент кафедры «Стандартизация» Учреждения образования «Витебский государственный технологический университет»

Рецензенты:

Садовский В. В. – доктор техн. наук, профессор, первый проректор Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет».

Коган А. Г. – доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой Учреждения образования «Витебский государственный технологический университет».

Рекомендована:

кафедрой «Стандартизация» Учреждения образования «Витебский государственный технологический университет»;

Советом Учреждения образования «Витебский государственный технологический университет».

Наumenко А. А.

Устойчивость технологических систем в трикотажном производстве : Монография/ А. А. Наumenко. – Витебск : УО «ВГТУ», 2007. – 178 с.

В монографии рассмотрены технологические системы в трикотажном производстве с позиций теорий устойчивости и катастроф. Предложена математическая модель технологической системы и получены значения ее параметров, при которых ее состояние будет устойчивым. С использованием теории катастроф установлено, что в фазовом пространстве определенной размерности состояние технологической системы будет устойчивым, если фазовая точка, соответствующая этому состоянию, будет лежать на поверхности равновесия, что свидетельствует о множественности состояний равновесия.

В работе показано, что особенности устойчивого поведения технологической системы обусловлены наличием и типами ее аттрактора. При его расщеплении в системе возникают условия для скачкообразных изменений состояния системы.

Выявлен вид аттракторов технологических систем, описываемых полиномиальными моделями первого и второго порядков.

Для инженерно-технических работников трикотажной промышленности, научных работников и преподавателей вузов.

УДК 677.025.001

ББК 37.238

ISBN 985 – 484 – 084 – 4

© Авт. Наumenко А. А., 2007

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие автора	5
Предисловие	7
Введение	11
1 Технологические системы в трикотажном производстве	12
1.1 Терминология	12
1.2 Общая структура и свойства технологических систем	15
1.3 Способы описания состояний технологических систем	18
1.3.1 Фазовые пространства	19
1.3.2 Энергетические аналогии в описании состояния технологических систем	21
1.4 Состояния технологических систем и формы их изменений	22
1.4.1 Непрерывные изменения состояния	22
1.4.2 Скачкообразные изменения состояния	24
1.4.3 Хаотизация состояния	27
1.5 Стабильность технологического процесса и обуславливающие ее свойства технологических систем	29
1.6 Практические задачи, связанные с анализом устойчивости технологических систем	30
2 Определение устойчивости и оценка ее роли в динамике технологических систем	32
2.1 Устойчивость систем и ее трактовки	33
2.2 Методы оценки устойчивости систем	35
2.3 Потеря устойчивости состояния равновесия и ее формы	41
2.4 Некоторые особенности динамики технологических систем с позиций устойчивости	47
3 Математическое моделирование технологической системы и анализ ее устойчивости	51
3.1 Выбор показателей и параметров технологической системы	53
3.2 Построение математической модели технологической системы	56
3.3 Стационарное состояние технологической системы и условия его существования	60
3.4 Оценка устойчивости стационарного состояния технологической системы	61
3.4.1 Оценка устойчивости стационарного состояния при постоянной производительности технологической системы	62
3.4.2 Оценка устойчивости стационарного состояния при изменяющейся во времени производительности технологической системы	67
3.5 Заключительные замечания	69
4 Устойчивость технологических систем в фазовом пространстве с позиций теории катастроф	70
4.1 Общие сведения о теории катастроф и применяемых в ней методах	72
4.2 Потенциал технологической системы в трикотажном производстве ...	75
4.3 Оценка устойчивости технологической системы	93
4.4 Виртуальные состояния технологической системы и их равновесие ...	102

4.5 Примеры анализа технологических систем с применением концепции устойчивости	106
4.6 Выводы и перспективы	110
5 Аттракторы технологических систем в трикотажном производстве и их идентификация	112
5.1 Понятие об аттракторе. Общие характеристики аттракторов.....	113
5.2 Временная последовательность значений технологического параметра как источник информации об аттракторе	114
5.3 Хаотизация состояния технологической системы и один из механизмов ее возникновения	121
5.4 Аттракторы некоторых технологических систем в трикотажном производстве	127
6 Бифуркация аттракторов и ее связь с устойчивостью технологических систем в трикотажном производстве	131
6.1 Терминология и сущность явления	132
6.2 Статистические аналоги бифуркаций	136
6.3 Оценивание вида функций распределения параметров для анализа возможности возникновения бифуркаций	142
6.3.1 Алгоритм построения оценок плотности распределения по выборкам малого объема	142
6.3.2 Оценки плотности распределения параметров технологических систем в трикотажном производстве	147
6.4 Понятие о возмущении технологического процесса и его использование для анализа устойчивости связей между технологическими параметрами	151
6.5 Недостатки концепции стабильного производства и их принципиальные истоки	153
7 Причинно-следственные связи в технологических системах и устойчивость систем	155
7.1 Понятия "фактор" и "причина"	156
7.2 Причинно-следственные связи между параметрами систем в стационарных и нестационарных условиях	157
7.3 Виртуальные и латентные факторы	159
7.4 Влияние вида связи между параметрами технологической системы на ее аттрактор	163
7.5 Практическое применение полученных результатов	170
7.6 Дальнейшие исследования	172
Заключение	173
Литература	175

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Продолжительная работа, связанная с созданием и использованием в трикотажном производстве информационно-аналитических систем, опирающихся на компьютерные базы данных, имела своим следствием возникновение ощущения того, что отдельные явления в этой сфере не могут получить исчерпывающего объяснения в рамках устоявшихся теоретических концепций. Становилось все более ясным, что технологические системы требуют своего, особого подхода к изучению, т.к. в отличие от чисто технических систем они включают все три компонента: оборудование, ресурсы и исполнителей, активное взаимодействие которых и обеспечивает получение конкретного продукта. Выделение в производственной среде технологической системы позволяет увидеть картину, где, по меньшей мере, отдельные элементы оказываются не такими, какими они воспринимаются в границах более простых понятий. Это, в частности, обнаружилось при изучении механизмов случайных колебаний значений параметров технологических систем, а также в ходе анализа возможностей и условий возникновения в реальных системах скачкообразных или близких к ним изменений их состояния.

Постепенно, по мере углубления понимания причинно-следственных связей, определяющих функционирование технологических систем в трикотажном производстве, становилась все очевиднее необходимость привлечения представлений об устойчивости систем для полной характеристики этих связей, а, следовательно, и механизмов функционирования систем. Именно это качество обуславливает ряд их важных свойств, таких как стабильность, надежность, управляемость, живучесть и др. Следует подчеркнуть, что устойчивость систем, определяя многие особенности их динамики, неизменно вызывала и вызывает вполне оправданный интерес инженеров в любой технической области.

Вопросы, связанные с устойчивостью, получили новый импульс для своего развития и разрешения с появлением в начале 70-х годов 20-го века теории катастроф, созданной французским математиком Томом Р. Мои впечатления от работ Арнольда В. И., Томпсона Дж. М. Т., Стюарта И., Постона Т. и в не меньшей, если не в большей мере, трудов Пригожина И., были столь велики, а открывшиеся перспективы нового видения хорошо изученных технологических систем такими заманчивыми, что от идеи использования теорий устойчивости и катастроф в трикотажном производстве, притягивающим эти теории своими информационными ресурсами, не представлялось возможным отказаться.

Написанию этой монографии способствовали неоднократные беседы с доктором медицинских наук, профессором Витебского государственного медицинского университета Родионовым Ю. Я. и многолетнее творческое сотрудничество с ним, несмотря на столь далекие одна от другой области, в которых мы работаем. Его особенное уmonoстроение, нестандартный подход к изучению сложных объектов и процессов были для меня незаменимым двигателем.

Практические аспекты применения теории катастроф на начальном этапе работы часто обсуждались с доктором медицинских наук, профессором на-

званного выше университета Лоллини В. А. Совместно с ним мы опубликовали статью, связанную с применением этой теории для анализа состояния сердечно-сосудистой системы человека.

В технических областях в вопросах применения теории устойчивости к сложным системам неоценимую поддержку и помощь автор получил от профессора Витебского государственного технологического университета Махаринского Е. И. Его тонкая логика и большой опыт, неизменная доброжелательность, а нередко и юмор поддерживали равновесие моего состояния, которое не всегда бывало устойчивым.

Большую поддержку и одобрение моих усилий я постоянно чувствовал со стороны заслуженного деятеля науки и техники Российской Федерации, доктора технических наук, профессора Московского государственного текстильного университета Севостьянова А. Г., школу текстильной науки которого мне посчастливилось пройти.

Мне никогда не удалось бы завершить работу, если бы в жизни моей не присутствовали те, кто верил в мою способность продвигаться в избранном направлении и в течение ряда лет поддерживал мой интеллектуальный и духовный уровень. К ним я отношу трех очень самобытных людей: талантливого инженера - программиста Корнилова В. Н., стиль работы, широта и глубина знаний, а также редкостные душевные качества которого, всегда вызывали во мне восхищение; кандидата технических наук, доцента Витебского государственного технологического университета Федосеева Г. Н., чей профессионализм в области проектирования технических систем и анализа их устойчивости, умение видеть главное в высказываниях собеседника, культура мышления не раз удерживали меня в границах максимально возможной простоты и естественности при оценке явлений в сфере техники и технологии; кандидата технических наук, доцента Московского государственного текстильного университета Грачева А. В. с его непередаваемой поэтичностью научного мировоззрения и удивительным даром проникновения в сущность изучаемых объектов не только с научных, но и с научно-методических позиций, что так важно в решении вопросов практических приложений результатов исследований.

Многочисленные программы для персональной ЭВМ, необходимость в которых возникала на каждом шагу в ходе работы над монографией, составлены моим сыном - инженером-программистом Науменко Андр. А.. Его конструктивная критика позволила мне значительно усилить содержание третьей главы.

Всем им я выражаю искреннюю признательность и глубочайшую благодарность.

Автор надеется, что монография будет полезна инженерно-техническим работникам в области легкой и текстильной промышленности, аспирантам и студентам старших курсов ВУЗов этого профиля. Кроме того, она может представить интерес всем тем, кто по роду своей деятельности нуждается в ознакомлении с новыми или, по крайней мере, иными, нестандартными подходами к анализу сложных объектов, систем и процессов.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время в области технологии трикотажного производства сложилась противоречивая ситуация. С одной стороны, имеются большие объемы технологической информации и высокопроизводительные средства ее обработки, прежде всего мощные персональные ЭВМ. С другой стороны, становящееся все более сложным современное производство нуждается в новых концепциях, углубляющих анализ данных как способ обострения видения оперативной технологической ситуации, создавая условия для гибкого реагирования на любые ее изменения. Понимание того, как распорядиться имеющимися возможностями – безусловно, фактор совершенствования технологии трикотажного производства в направлении точности, гибкости, маневренности в условиях рыночной конъюнктуры. Этому способствует и новое направление технологического прогресса, характерное применением компьютерных человеко-машинных систем. Такие системы оперируют уже не только конкретными параметрами производственного процесса, но и дают непрерывную оценку вероятности того, что эти параметры *могут принять* те или иные значения. Прерогативой человека в этом случае оказывается оценка значимости такой вероятности и принятие соответствующих решений.

Вплоть до последнего времени в технологии трикотажного производства господствовала концепция стабильного производства. Она сводится к следующему: при стабильном производственном процессе, то есть при действии на процесс лишь случайных факторов (причин изменения качества выпускаемого продукта), среди которых нет доминирующего, разброс выборочных статистических характеристик должен находиться во вполне определенных пределах (контрольных границах), рассчитанных, как правило, с использованием функции нормального распределения. Выход характеристики за контрольные границы с высокой достоверностью свидетельствует о возникновении несчастной причины изменения качества, а следовательно, нарушении нормального хода процесса, его разладке. Своевременное вмешательство в процесс, приведение его в подконтрольное состояние еще до момента фактического появления несоответствующей продукции обеспечивает ее высокое качество. Между тем на нынешнем этапе с этой концепцией не вполне совместимы некоторые важные особенности, присущие трикотажному производству. К ним относятся:

- большие колебания оптимальных объемов производства и ассортиментного состава выпускаемой продукции в условиях рынка;
- широкое разнообразие по волокнистому составу, структуре и свойствам сырья, которое может быть использовано в трикотажном производстве;
- высокая вариативность показателей тех качеств сырья, которые определяют его способность к переработке в трикотажном производстве;
- изменчивость состава группы поставщиков сырья и обусловленные ею колебания качества сырья;
- широкий парк технологического оборудования, на котором возможна переработка одного и того же сырья, и вследствие этого большие разли-

чия в технических режимах переработки сырья на разных типах вязального оборудования;

- колебания профессионального уровня обслуживающего персонала предприятий и т.п.

Перечисленные особенности вынуждают оценивать концепцию стабильного производства как несколько прямолинейную и приводящую к отказу (нередко даже не осознаваемому) от технологического маневра там, где целесообразность его вполне очевидна. В условиях, когда возможное снижение качества продукта предсказуемо и может быть предотвращено выбором технологического режима переработки исходного сырья, следует перейти к иной концепции, основанной на том, что стабильность производственного процесса рассматривается уже не на уровне обособленного технологического объекта, например, вязальной машины или зоны таких машин, а на уровне производственного цеха или даже предприятия в целом.

Современная концепция - это концепция непрерывно корректируемой технологии, при которой производственный процесс в общем случае всякий раз идет как бы по-разному, то есть каждая партия сырья, в зависимости от тех или иных свойств, проходит свой индивидуальный маршрут переработки, рациональный в некотором смысле лишь для этой партии.

Для сложной производственной системы, каковой является трикотажное производство на нынешнем этапе, характерны, с одной стороны, недостаточность доступной информации о ней, например, с точки зрения распознавания ее состояний, а с другой - значительный объем различных (порой очень "пестрых") априорных сведений о ней, которые нельзя не учитывать при разработке стратегий и алгоритмов управления ею или хотя бы оперативного слежения за ней.

В условиях непрерывно корректируемой технологии анализ информации должен проводиться оперативно, то есть быть постоянно решаемой задачей. Следовательно, выбор методов обработки априорной и апостериорной информации, методов переработки этой информации в соответствующие модели, применяемые с целью коррекции, управления, являются важнейшим способом обострения видения ситуации, обеспечения надежного ее распознавания и тем самым создания предпосылок для предотвращения нежелательных технологических ситуаций или изменения их, если они уже возникли.

Совершенно очевидно, что использование концепции непрерывно корректируемой технологии предполагает регулярный оперативный анализ процесса, что подчас является непростой задачей, однако от ее решения в решающей степени зависит успех в применении такой технологии. Следует указать на существование и других концепций, тесно связанных с общей методологией такого анализа, принятие или отказ от которых объективно обуславливает степень его полноты. К ним относится концепция непрерывности.

подавляющее большинство исследований в области трикотажного производства связано с представлениями о непрерывности процессов. Считается само собой разумеющимся, что непрерывным изменениям параметров технической или технологической системы будет соответствовать и непрерыв-

ное изменение ее состояния. Между тем имеется немало фактов, свидетельствующих о существовании ситуаций, в которых плавное, постепенное изменение состояния производственной системы происходит лишь до определенного предела изменения определяющих параметров. За этим пределом возможен уже не плавный, а скачкообразный переход системы в другое состояние. К таким скачкообразным изменениям можно отнести, например, внезапную остановку технологического объекта, скачок уровня отходов, спонтанное изменение количества работающего оборудования и др. Динамика таких изменений сложна и до конца еще не изучена. Для ее более полного понимания требуются новые идеи. Проведенные в данной работе исследования показывают, что источником таких идей может быть разработанная сравнительно недавно теория катастроф.

Как и к любым сложным системам, к технологическим системам в трикотажной отрасли применимо понятие устойчивости. Это свойство проявляется в ответах системы на возмущение различного типа. Система устойчива, если малые изменения ее параметров не приводят к большим изменениям ее состояния. По отношению к производственной системе можно отметить, что в каком бы состоянии она ни находилась, это состояние непрерывно зондируется внутренними флуктуациями и внешними возмущениями. Это может привести к тому, что устойчивое состояние системы при непрерывном изменении параметров может стать неустойчивым, а непрерывный процесс с течением времени может стать разрывным. В качестве примера можно привести изменения, происходящие в производственном цехе по мере износа оборудования, прогрессирующего снижения качества сырья, оттока по тем или иным причинам работников высшей квалификации и т.п. Здесь нарастание изменений можно рассматривать как процесс постепенной потери системой ценного свойства - быть устойчивой. При этом в самой системе на начальных стадиях изменений описанного типа может не наблюдаться будущих необратимых проявлений. Но по мере прогрессирования изменений возникают нарушения процесса, носящие все более значимый характер и отражающиеся, например, в тяжести последствий поломок машин и ошибочных решений, ускоряющемся падении уровня производства.

Другим видом потери устойчивости сложной системой, с позиций теории катастроф, является переход к хаотической динамике. Формой реализации такого явления в любой системе является резкое возрастание "веса" случайных событий в движении системы во времени.

С позиций теории катастроф скачкообразные изменения состояния системы возможны лишь в тех областях значений параметров, в которых поверхность значений так называемого потенциала системы обладает некоторыми особенностями, связанными с нарушением однозначности функции, описывающей потенциал. Там, где поверхность значений потенциала не обладает подобными особенностями, скачкообразные изменения невозможны. Важно отметить, что положение этих особенностей не всегда может быть установлено, исходя из общих соображений. А в многомерных системах даже обнаружение существования таких особенностей оказывается непростой задачей. И в

настоящее время лишь специальные приемы численного анализа конкретных данных позволяют получать решения таких задач.

С особенностями функции отклика теория катастроф связывает понятие об аттракторе как о достаточно компактном притягивающем множестве состояний или траекторий системы в фазовом пространстве. Наличие аттрактора может способствовать как поддержанию устойчивого состояния системы, так и обуславливать стремление к выходу из него. Поэтому его можно рассматривать как скрытый "сверхфактор" устойчивости. Выход из устойчивого состояния, также как и возврат в него может происходить в виде бифуркаций (раздвоений) состояния. Хотя бифуркации и кажутся на первый взгляд экзотическим явлением, в производственных системах они далеко не редкость, впрочем, не всегда и выступающая как очевидная. В связи с этим в данной работе уделено определенное внимание условиям, при которых такие бифуркации возникают, а также критериям достаточно надежного их распознавания.

Использование математического аппарата теории катастроф применительно к любой системе всегда связано с построением потенциала ее и преобразования функции, описывающей потенциал, в функцию, описывающую геометрическую поверхность, моделирующую катастрофу. Для многомерных случаев геометрия катастроф теряет наглядность. В таких ситуациях существование особенностей поверхности отклика может быть установлено либо численными методами, либо путем анализа величин, рассматриваемых в качестве критериев формы поверхности отклика, например, степеней аппроксимирующих полиномов или их сигнатуры.

Рассматривая целесообразность оценки явлений в производственных системах с позиций теории катастроф, необходимо отметить, что она направляет внимание исследователя, прежде всего, на поиск таких сочетаний значений параметров системы, при которых возможно скачкообразное изменение ее состояния или, по меньшей мере, достаточно резкое, не позволяющее рассматривать его как плавное. Выявление тенденций в изменениях параметров, направленных на возникновение таких сочетаний, имеет прогностическое значение и способствует решению вопросов по предотвращению таких изменений в производственных системах, которые, начавшись, быстро выходят из-под контроля, тая технологическую угрозу, а подчас и экологическую.

Говоря о самой теории катастроф, есть основания подчеркнуть, что это не просто теория. В большой мере - это позиция аналитика, это взгляд "на вещи", различающий необыкновенное в обыденном.

ВВЕДЕНИЕ

Анализ устойчивости систем и процессов - одно из самых плодотворных направлений в развитии прикладной науки в 20-ом веке. Широкое применение он получил во многих областях человеческой деятельности. Вряд ли могут возникнуть сомнения относительно того, что явления, обусловленные устойчивостью или ее потерей, возникают и в технологических системах, в частности, в трикотажном производстве. Известно, что устойчивость входит в группу немногих фундаментальных качеств, причинно определяющих их динамическое "лицо". Поэтому взгляд на системы и процессы в трикотажном производстве с позиций теории устойчивости позволяет увидеть такие особенности их возможных реакций на воздействия, которые неразличимы с других точек зрения. И, что самое важное, взгляд с этих позиций делает более понятными причины возникновения соответствующих реакций.

Современные воззрения на устойчивость технологических систем связаны с идеями теории катастроф. Используя представления об аттракторах и применяя алгоритмы их обнаружения, можно совсем в ином свете увидеть самые обыкновенные явления, происходящие в технологических системах. Так, в частности, хаотические колебания параметров технологических систем, до недавнего времени описываемые лишь с помощью аппарата случайных функций, с позиций теории катастроф могут получить совершенно иную трактовку, никак не опирающуюся на понятие о случайном. Возникшая во второй половине прошлого века, теория катастроф дала мощный толчок развитию концепции устойчивости. Лишь эта теория позволила обнаружить, что в немалом числе ситуаций сложное поведение реальной системы вызывается не случайно действующими факторами, а оказывается естественным ее откликом на определенные их сочетания в форме потери и восстановления устойчивости.

Если окинуть беглым взглядом многочисленные публикации, связанные с построением математических моделей технологических систем и протекающих в них процессов, не только в трикотажной, но и в других областях легкой промышленности, то обращает на себя внимание факт недооценки важности анализа моделей на устойчивость. Большинство моделей строится таким образом, что они описывают систему или процесс в среднем. Между тем такой подход оправдан лишь тогда, когда равновесное состояние системы единственно и устойчиво. Неустойчивость или бифуркации (раздвоение) состояния равновесия связаны с качественно иным поведением системы.

Главная цель данной работы - в ее названии. Однако есть и другие менее явные. И одна из них - в привлечении современных мощных, богатых свежими идеями теорий, созданных в 20-ом веке. Не менее важным было обнаружить приносящую пользу красоту среди множества частных, неправильностей, несовершенств и нескончаемых вариаций, отличающих любое реальное производство. И, конечно же, автор стремился обратить внимание исследователей на предлагаемый подход к анализу технологических систем.

1 Технологические системы в трикотажном производстве

1.1 Терминология

Промышленное получение любого конкретного продукта осуществляется в производственном процессе, представляющем собой в общем случае последовательность целенаправленных операций, связанных с превращением исходных элементов в полезную продукцию [1]. Если операции выполняются на том или ином оборудовании, под производственным процессом естественно понимать изменение во времени состояний комплекса оборудования при воздействии его на сырье или полуфабрикат по мере получения продукта. Такое содержание вкладывается в это понятие авторами работ, например, [2], в которых предметом исследования является производство. Приведенными определениями не устанавливается способ, которым что-то производится, но они исключают случайное появление продукции.

Термин "процесс" происходит от латинского *processus* - продвижение. В узком смысле - процесс - это изменение любого параметра во времени или по любому другому параметру. Например, изменение во времени количества работающего оборудования, колебания уровня отходов при вязании, производительности машин и других технико-экономических показателей. Последовательность же смены явлений, состояний в развитии чего-либо рассматривается как процесс в широком смысле слова [3].

Производственные процессы, как правило, состоят из нескольких стадий или переходов. В частности, получение чулочно-носочных изделий включает подготовку пряжи и нитей к вязанию, вязание, крашение, формировку и упаковку изделий. На каждой стадии процесс производства обеспечивается тем, что необходимо и достаточно для достижения целей выполняемых операций.

Производственные процессы протекают в производственных системах. Система (от греч. *systema* - целое, составленное из частей, соединение) - множество элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом, образующих определенную целостность, единство [3]. Например, все то, что требуется для получения трикотажных изделий, а именно: помещения, машины, сырье, энергия, обслуживающий персонал, средства контроля и управления, нормативно-техническая документация и т.д., образует производственную систему, в которой выполняются соответствующие операции.

Как основные составные части производственная система включает в себя технологические системы [4]. На каждой стадии их можно рассматривать как самостоятельные, но в то же время взаимодействующие между собой. Именно ими и определяется конкретика любого элемента производственной системы. Что же следует вкладывать в понятие технологическая система?

Сам термин технология - (от греческого *techne*), означает искусство, мастерство, умение. Это совокупность приемов, способов получения, обработки или переработки сырья, материалов, полуфабрикатов или изделий в различных отраслях промышленности [3]. Любая технология реализуется в форме технологического процесса, представляющего собой последовательность конкрет-

ных операций. В результате осуществления технологического процесса происходит качественное изменение входного продукта по мере его преобразования в конечный продукт. Если обратить внимание на то, что такое преобразование происходит в системе, надлежащим образом организованной, в которую входят оборудование, сырье и работники, то возникают основания рассматривать технологический процесс в широком смысле слова как результат функционирования технологической системы. В наиболее фундаментальном из существующих источников [4] дается такая трактовка рассматриваемого понятия: "Технологическая система - совокупность функционально взаимосвязанных средств технологического оснащения, предметов производства и исполнителей, предназначенная для выполнения в регламентированных условиях производства заданных технологических процессов или операций в соответствии с требованиями нормативно-технической документации". Это определение внесено в стандарт, содержащий термины и определения, относящиеся к технологическим системам [5].

Выясним теперь, в какой мере совокупность вязальных машин, обслуживаемых работницами и поммастерами, можно рассматривать как технологическую систему. Прежде всего, отметим, что, если бы после запуска в работу машины продолжали работать без обслуживания со стороны персонала, то совокупность машин при таких условиях не являлась бы системой, т.к. элементы этой совокупности не связаны между собой: любая машина может находиться в состоянии работы или останова независимо от остальных. Вместе с тем, все машины совокупности решают одну и ту же производственную задачу, и она перестает решаться лишь тогда, когда остановится последняя машина, входящая в совокупность. Иными словами, машины как бы дублируют друг друга, обеспечивая живучесть совокупности. Поэтому даже в случае работы массива вязальных машин без участия обслуживающего персонала есть основания моделировать его набором параллельно связанных элементов. А это уже явные признаки системы. Важным является еще и то, что множество машин - своего рода среда, где действуют законы вероятности, и к которой приложимы вероятностные концепции.

Ситуация изменяется в принципе с вводом в совокупность машин вязальщиц и поммастеров, осуществляющих активное техническое обслуживание. Теперь состояние любой вязальной машины уже нельзя рассматривать как независимое от состояния других машин. Поясним это на примере. Пусть зона обслуживания вязальщицы состоит из двух машин. В момент останова любой из них возможность ее немедленного технического обслуживания зависит от состояния других машин: если в момент останова одной машины вязальщица занята обслуживанием другой, то остановившаяся машина переходит в режим ожидания обслуживания. Машина, работоспособность которой восстановлена, как бы "передает" вязальщицу или поммастера машинам, находящимся в очереди на обслуживание. Иными словами, взаимодействие технически обособленных единиц технологического оборудования реализуется через участие в технологическом процессе обслуживающего персонала, выполняющего функции "переносчика" такого взаимодействия. Все это дает основания идентифи-

цировать машины, сырье и обслуживающий персонал как элементы образуемой ими технологической системы.

Таким образом, понятие "технологическая система" в применении к трикотажному производству выглядит безупречно и в терминологическом, и в семантическом плане. Введенное понятие гармонизировано с широко распространенным и общепризнанным понятием "человеко-машинная система" - ЧМС. С этих позиций технологическую систему в вязальном цехе можно рассматривать как множество человеко-машинных систем, производящих конкретный продукт и образуемых вязальщицами, поммастерами и оборудованием, входящим в зону их обслуживания.

Конкретизируем теперь содержание понятия "анализ" применительно к введенному выше понятию "технологическая система".

Анализ - от греческого слова *analysis* - разложение, расчленение на элементы [3]. Он является составной частью практически любого исследования. При анализе технологической системы важно учитывать многообразие связей в ней, их подвижность и изменчивость. Рассмотрим, как частный случай, процесс выработки изделий в чулочном производстве. Важнейшая его характеристика - производительность. Она же обусловлена, конечно, не только производительностью чулочных автоматов. Для определения условий, при которых достигается ее максимум, необходимо дать оценку качества сырья, правильности выбора технологического маршрута его переработки, условиям работы оборудования и обслуживающего персонала в цехе, уровню профессиональной подготовки инженерно-технических работников. Иными словами, анализ производственных ситуаций не может не быть системным. А это значит, что он требует от лица, принимающего решение (ЛПР), видения и раскрытия многообразных связей в конкретной системе. Причем время, затрачиваемое на формирование решения, должно быть меньше того, через которое производственная ситуация существенно изменяется, и найденное решение оказывается в ней уже неприменимым. Как важный момент отметим, что качество работы ЛПР зависит еще и от его представлений о возможных состояниях технологической системы и об условиях их перехода в реальные состояния. А это в значительной мере и определяется уровнем теоретических знаний о наиболее общих свойствах и качествах таких систем.

1.2 Общая структура и свойства технологических систем

Обобщенная схема технологической системы в трикотажном производстве представлена на рис. 1.1.

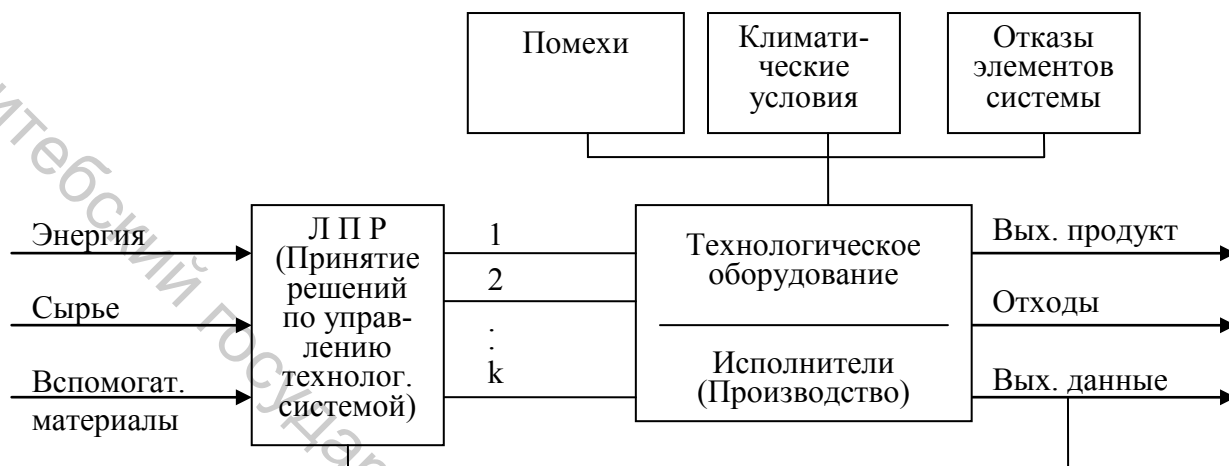


Рисунок 1.1 - Обобщенная схема технологической системы в трикотажном производстве. 1,2,...k - технологические маршруты переработки сырья.

На вход системы поступают потоки энергии, сырья и вспомогательных материалов. ЛПР принимает решение о направлении их по одному из возможных технологических маршрутов, т.е. осуществляет действия по управлению технологической системой. При этом учитываются не только характеристики входных потоков, но и данные о выходе технологической системы, полученные за предшествующий период времени. Необходимость управления технологическими системами в трикотажном, как и в любом другом виде производства, вызывается в общем случае сочетанием следующих факторов [6]:

- надлежащим преобразованием сырья в конечный продукт, обеспечением приемлемых соотношений значений характеристик потоков материалов и энергии;
- переменным составом сырья и целесообразностью подстройки параметров технологического процесса для сохранения качества выходного продукта;
- изменением конъюнктуры рынка или целей руководства, требующих быстрого перехода на выпуск другой продукции, причем с минимальной перенастройкой оборудования;
- требованием максимизации прибыли от капитальных вложений, стремление к максимальному использованию оборудования и материалов при минимальной степени его износа и уровня отходов.

Учитывая специфику трикотажного производства, обусловленную многовариантностью технологических маршрутов переработки сырья, к этому можно добавить следующее:

- технико-экономическую целесообразность выбора технологического маршрута переработки сырья с целью минимизации обрывности, величины отходов и объема несоответствующей продукции.

Работа технологического оборудования, обслуживающего персонала подвергается действию различного рода помех. В трикотажном производстве к ним можно отнести отклонения показателей качества сырья от нормативных значений, колебания свойств сырья, показатели которых не нормируются, но которые оказывают влияние на процесс переработки сырья; разброс параметров, характеризующих качество деталей петлеобразования и настройки вязального оборудования и др. В большинстве случаев действие помех отличается нерегулярностью, хаотичностью и хорошо описывается случайными функциями времени. Они могут иметь также вид обособленных импульсов или их серий, отличающихся быстрой изменчивостью. Действием многочисленных помех и объясняется до настоящего времени случайная составляющая в отклонениях показателей качества изделий. По отношению к технологической системе помехи порождаются как внешними, так и внутренними (т.е. характеризующими систему) параметрами.

Группа факторов, существенно влияющих на технологические процессы в трикотажном производстве, связана с климатическими условиями. Воздействие влажности воздуха и его температуры на процесс переработки пряжи и нитей на вязальном оборудовании общеизвестно. Здесь лишь обратим внимание на характер такого воздействия. В отличие от помех изменение температуры и влажности происходит, как правило, гораздо медленнее, часто в виде линейных или периодических трендов. При отсутствии жесткого контроля эти факторы всегда делают заметный вклад в детерминированную составляющую отклонений показателей качества изделий от нормативных значений. По отношению к технологической системе они всегда внешние.

Третью группу воздействий, нарушающих технологический процесс, образуют отказы элементов системы. Механизмы возникновения отказов тесно связаны со случайностью. Отказы можно рассматривать как последовательность событий, происходящих через случайные интервалы времени. Отказы технологической системы могут привести к ее остановке, а могут и не привести. Если не иметь специальных устройств защиты, то отказы неизменно вызывают дефекты в выходном продукте, а порой их последствия нельзя не назвать катастрофическими (например, массовый полом игл). Поэтому в настоящее время степень совершенства системы самоостановов на вязальном оборудовании любого типа - один из критериев его технического уровня. Отказы технологической системы могут быть связаны также и с ошибками работников. В целом важно подчеркнуть, что отказы элементов изменяют состояние технологической системы и изменяют скачком. По отношению к системе отказы обусловлены внутренними факторами.

На выходе системы возникает продукт, имеющий определенное целевое назначение и отходы. Данные о состоянии выхода поступают в распоряжение ЛПР. Такая обратная связь намного повышает эффективность принимаемых им решений.

Воздействия перечисленных видов имеют одну общую особенность: все они стремятся вывести технологическую систему из состояния, в котором характеристики получаемого продукта соответствуют требованиям нормативов. Более того, они хаотизируют состояние технологической системы, делая его нестабильным. Так как указанные воздействия имеют место в принципе всегда и они плохо поддаются стабилизации, то имеет смысл усилить те качества системы, которые бы обеспечили, по меньшей мере, снижение чувствительности ее к ним. О каких же качествах в связи с этим может идти речь по отношению к технологическим системам в трикотажном производстве? Для ответа на поставленный вопрос целесообразно вначале изложить сущность современных представлений о свойствах систем, т.к. любое качество определяется совокупностью тех или иных свойств.

С наиболее общих позиций любые системы рассматриваются как наделенные тремя группами свойств [4]. Первая группа определяет взаимодействие с внешней средой, т.е. определяет состояние входа (входов) и выхода (выходов) системы. Вторая группа свойств отражает структуру системы. Свойства третьей группы характеризуют поведение системы. Дадим характеристику каждой из названных групп.

Свойства первой группы проявляются во всех видах взаимодействия системы с внешней средой. Такое взаимодействие происходит как на входе, так и на выходе системы. К свойствам этой же группы относятся те, которые определяют реакции системы на помехи, действие климатических условий, отказы элементов.

Свойства второй группы характеризуют внутреннее строение системы, ее структуру, т.е. то, что определяет логику функционирования. Любая система имеет определенную структуру и обычно состоит из подсистем или относительно обособленных в функциональном отношении частей. Так в частности, трикотажный цех как система образуется из практически автономно работающих участков, каждый из которых обслуживается одной работницей при участии поммастера.

Свойства третьей группы определяют поведение системы. В целом они не всегда выражаются через свойства входящих в систему элементов.

Для оценки уровня организации системы рассматриваются специальные качества системы. Под качеством системы понимается совокупность свойств, полезных с точки зрения ее целевого назначения. Первичным качеством любой системы является устойчивость [7], под которой в принципе можно понимать способность системы сохранять свои свойства в условиях действия внешних и внутренних возмущений. Устойчивость объединяет различные свойства в зависимости от того, с каких позиций и с какой целью анализируется система. Если оценивается, например, устойчивость работы трикотажной машины в смысле стабильности, то используются такие показатели как отклонение структурных и геометрических параметров трикотажных изделий от нормативных значений, вероятность образования дефектов, их доля и др. [8]. Когда же устойчивость рассматривается в смысле надежности, то следует оценивать те свойства,

которые она объединяет, в частности, безотказность, подходящей мерой которой можно принять частоту остановов вязальных машин.

Другим важным качеством системы является управляемость, под которой понимают способность системы подчиняться управляющим воздействиям. Управляемость может характеризоваться гибкостью управления, оперативностью, точностью и другими свойствами. Управляемость следует рассматривать как необходимое условие, делающее возможным использование результатов обработки данных, полученных при оценке состояния системы.

Оба описанных качества, присущих и технологическим системам, при их достаточной выраженности в состоянии придать системе способность противостоять дестабилизирующим внешним и внутренним воздействиям. Причем, если устойчивость как бы снижает интенсивность влияния возмущающих факторов, т.к. система либо не откликается на возмущения (или откликается слабо), либо сама возвращается к первоначальному состоянию после их исчезновения или ослабления (при условии, что первоначальное состояние устойчиво), то управляемость системы предоставляет возможность компенсировать действие возмущений. Так, например, регулярная подналадка вязального оборудования нейтрализует возмущения за счет некоторого изменения режима его работы.

Таким образом, первое из описанных качеств – устойчивость отражает стремление технологической системы сохранить первоначальное состояние. Причем это качество поддерживается в системе на возможно более высоком уровне всеми доступными техническими, технологическими и организационными средствами. Поэтому факт его наличия и выраженности в конкретной технологической системе представляется одним из гарантов ее бесперебойного и надежного функционирования.

Каким же образом можно распознать и количественно измерить это ценное качество? Очевидно, что для этого необходимо располагать количественными средствами отображения возможных состояний технологической системы. Положение, однако, крайне осложняется трудностями, возникающими при моделировании технологических систем. И трикотажное производство в данном вопросе не исключение. Но все же ожидаемые выгоды от разработки приемов оценки устойчивости технологических систем слишком велики, чтобы отказаться от всяких попыток. Такие попытки были сделаны, и в последующих разделах данной работы представлены их результаты.

1.3 Способы описания состояний технологических систем

Реальные технологические системы в большинстве своем многомерны, т.е. описываются, как правило, не одним, а многими параметрами. В каждый момент времени набору значений таких параметров соответствует определенное состояние системы. Для проведения анализа системы на устойчивость необходимо получить представление о множестве ее возможных состояний. Определение этого множества может позволить поставить и решить вопросы, связанные с собственно существованием и числом наиболее вероятных состояний, а также со степенью их устойчивости, с формами перехода системы из одних

состояний в другие, с оценкой последствий смен состояний, с надежностью их прогнозирования. В связи с этим, и возникает задача об отображении такого множества. Подобные отображения должны не только давать представление о состояниях системы в целом, но и обострять видение деталей, в которых находят свое выражение общие ее качества. Например, состояние вязального цеха по производству бельевого трикотажа как технологической системы на практике интегративно отражается в уровнях производительности, дефектности и отходов на стадии вязания. Между тем анализ дефектности может показать, что большинство дефектов полотен обусловлено причинами, связанными с техническим состоянием вязального оборудования. Это как раз и есть та деталь, в которой получает свое выражение общее свойство данной технологической системы - низкая технологическая надежность используемых машин, чему причиной может оказаться износ оборудования или низкое качество игльно-платинных изделий.

Необходимость слежения за технологической системой и оперативное управление ею требуют, чтобы отображение обладало наглядностью. А это неизбежно приводит к применению геометрических способов.

1.3.1 Фазовые пространства и их применение для описания состояний системы

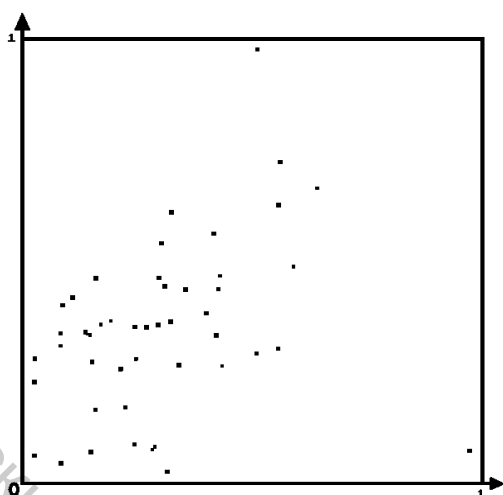
Одним из универсальных способов описания процессов различной природы является отображение их векторными полями в фазовых пространствах. Фазовое пространство - это система координат, по осям которой откладываются значения фазовых переменных. В качестве фазовых переменных могут быть взяты параметры системы и их производные по времени различных порядков. Любая точка фазового пространства соответствует конкретному состоянию системы. Приложенный в этой точке вектор указывает скорость изменения состояния. В некоторых точках этот вектор может быть равен нулю. Такие точки называются положениями равновесия. В них состояние системы не изменяется с течением времени. Учитывая, что процесс - это смена во времени состояний системы, геометрическим его образом в фазовом пространстве оказывается линия, которая получила название фазовой траектории системы. Совокупность фазовых траекторий образует фазовый портрет системы. Ценное качество фазового портрета состоит в возможности оценки по нему устойчивости положений равновесия. В качестве критерия устойчивости используется направление фазовых траекторий по отношению к точкам фазового портрета, соответствующим положениям равновесия: направленность фазовых траекторий к точке равновесия указывает на то, что в этой фазовой точке состояние равновесия системы устойчивое. Если фазовые траектории выходят из точки равновесия, то состояние равновесия системы в такой точке неустойчивое. Фазовый портрет позволяет также выяснить распределение фазовых траекторий в фазовом пространстве, в частности установить наличие областей сгущений их или разрежений. При использовании в качестве фазовых переменных параметров системы имеем фазовое пространство параметров. В случае использования произ-

водных первого порядка от параметров системы имеем фазовое пространство скоростей их изменения. Можно конструировать фазовое пространство, определяемое комплексом параметров системы и их производных различных порядков. Понятно, что вид фазовых траекторий будет сильно зависеть от того, какое фазовое пространство используется. И в этом - существенная положительная особенность применения фазовых пространств как средства отображения состояния систем: выбор фазовых переменных определяет и информационную способность фазового портрета. Рассмотрим два примера из практики Витебского ОАО «КИМ».

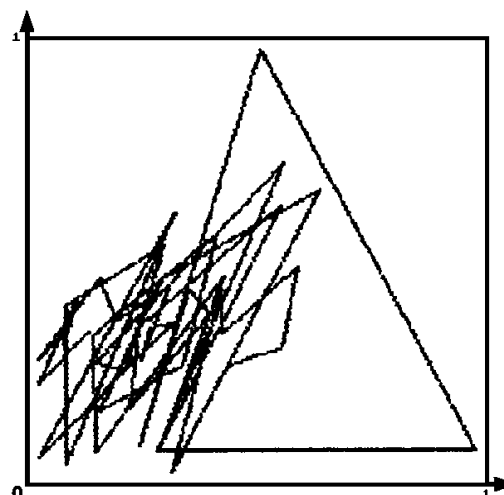
На рис. 1.2 представлены фазовые портреты технологического участка по производству колготок детских арт. 3С108 из пряжи х/б 11.8 текс*2 на чулочных автоматах 2АН. В качестве фазовых переменных выбраны отходы сырья, обусловленные техническим состоянием применяемых чулочных автоматов – Q и величина $Q'=\Delta Q/\Delta t$, используемая как дискретный аналог скорости изменения отходов. Для обеспечения возможности прямого сравнения фазовых портретов при их построении используются нормированные значения отходов Q , выраженные в процентах к общей массе сырья, расходуемого на вязание десятка пар изделий. В качестве интервала времени Δt принята продолжительность рабочей смены. Временные ряды значений фазовых переменных построены по данным, полученным за 48 смен подряд. На рис. 1.2а положение совокупности фазовых точек в области, примыкающей к нулевым значениям фазовых переменных, свидетельствует о хорошей настройке данной технологической системы и устойчивой ее работе. Сделанный вывод подтверждается и видом фазовой траектории, которая явно притягивается нулевой точкой.

Несколько иную картину мы видим на рис. 1.3. На нем изображен фазовый портрет технологического участка по производству другого вида изделий - носков женских арт. 3С76, вырабатываемых на чулочных автоматах АНГЕ из нити ПАН линейной плотности 31 текс*2. Фазовые переменные те же, что и в предыдущем примере. Временные ряды значений фазовых переменных построены по данным, полученным за 58 рабочих смен подряд. По рис. 1.3а есть основания заключить, что эта технологическая система настроена хуже рассмотренной выше. На фазовом портрете отсутствует тенденция к группировке фазовых точек вблизи начала координат. Более того, заметно некоторое сгущение точек в центре квадранта, что не позволяет оценивать состояние рассматриваемой системы как устойчивое, т.к. в подобных случаях потенциально возможно образование сгущения точек в любой области фазового пространства. Рис. 1.3б не опровергает такое предположение.

Преимуществом фазовых пространств как геометрического средства отображения состояния систем является то, что их применение возможно и при отсутствии математического описания систем. Это особенно существенно по отношению к системам технологическим, которые далеко не всегда имеют достаточно надежное математическое описание. Между тем именно от степени их устойчивости зависит их эффективность, управляемость, живучесть, т.е. качества, определяющие уровень их совершенства.

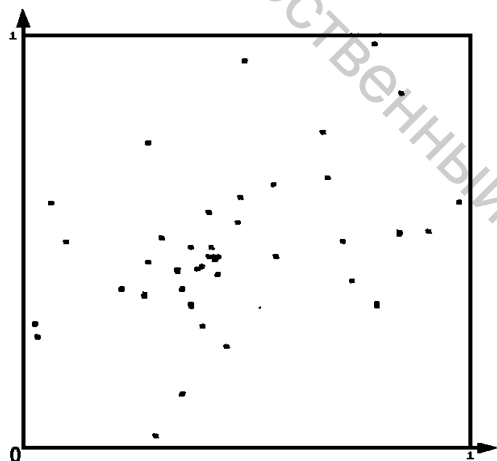


а)

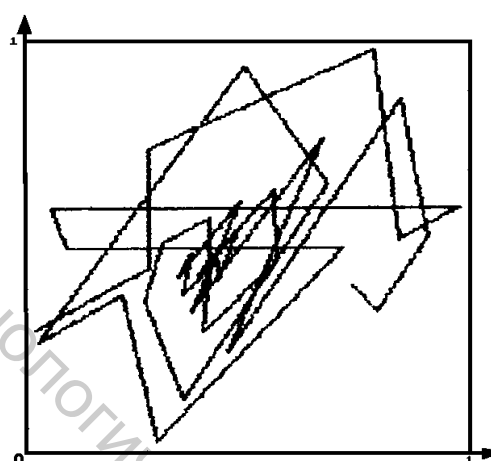


б)

Рисунок 1.2 - Фазовый портрет технологической системы по производству изделий арт. 3C108. Ось значений Q – ось ординат, значений Q' – ось абсцисс



а)



б)

Рисунок 1.3-Фазовый портрет технологической системы по производству изделий арт. 3C76. Ось значений Q – ось ординат, значений Q' – ось абсцисс.

1.3.2 Энергетические аналогии в описании технологических систем

Выше отмечалось, что выбор фазовых переменных определяет информационную эффективность применения фазового пространства. Однако особый интерес представляет появление некоторых аналогий при использовании в качестве фазовых переменных первых производных по времени от параметров, определяющих состояние системы. Вид фазовых траекторий системы в таком пространстве совершенно иной, по сравнению с их видом в пространстве параметров. В пространстве скоростей мы обнаруживаем, что квадрат расстояния точки от начала координат равен сумме квадратов скоростей изменения во времени параметров системы. Но квадрат скорости изменения параметра

пропорционален энергии такого изменения. Следовательно, есть основания рассматривать радиус-вектор точки в фазовом пространстве скоростей как геометрический аналог общей энергии системы. Наблюдая за ним, мы фактически наблюдаем за изменениями полной энергии технологической системы. Отсюда вытекает возможность иного способа графического описания состояния системы. Этот способ связан с построением годографа радиуса-вектора, рассматриваемого в качестве аналога условной энергии текущего состояния системы. Такой годограф целесообразно строить в полярной системе координат, в которой полярный угол пропорционален времени, а полярный радиус - радиусу-вектору точки в фазовом пространстве скоростей. Степень постоянства длины этого радиуса будет мерой стабильности, а длина его - мерой энергетической «напряженности» состояния. Чем короче радиус и чем более постоянна его длина, тем менее напряженным и более стабильным будет состояние системы. Совершенно очевидно, что должны существовать области значений условной энергии состояния системы, при которой она не может нормально функционировать. Поэтому при описанном способе геометрического отображения могут быть установлены области устойчивых состояний реальных технических и технологических систем.

1.4 Состояния технологических систем и формы их изменений

1.4.1 Непрерывные изменения состояния

Непрерывные изменения состояния технологических систем при непрерывном изменении факторов, его определяющих, представляются совершенно естественными и на первый взгляд единственно возможными, особенно в области технологии. Во многих случаях это действительно так. Подчеркнем, что к непрерывным можно отнести лишь такие изменения, при которых непрерывные изменения факторов, воздействующих на систему, вызывают также непрерывное изменение параметра (или параметров), описывающего ее состояние. Например, непрерывны зависимости параметров петельной структуры трикотажа в процессе вязания от показателей физико-механических свойств используемых нитей или пряжи. Такой же непрерывностью наделена и связь между длиной нити в петле и заправочным натяжением нити на трикотажной машине. Это же качество мы видим и у функции, описывающей соотношение между длиной нити в петле или ее линейной плотностью и параметрами петельной структуры трикотажа. Непрерывно меняется диаметр навоя в зависимости от длины уработанной нити на основовязальной машине, а также натяжение нити в баллоне при осевом сматывании ее с паковки. В период бесперебойной работы вязальной машины непрерывно во времени растет длина наработанного полотна. До известных пределов непрерывно меняется производительность трикотажной машины при непрерывном изменении скорости вязания. Непрерывно изменяется выпуск продукции при изменении производительности технологической системы. Свойство непрерывности лежит в основе возможности любых корректировок и подналадок технологических объектов в процессе их функ-

ционирования. Уверенность в том, что изменения положений элементов регулировочных узлов вызовут пропорциональные изменения параметров состояния объекта и не приведут к внезапным большим скачкам этого состояния, является принципиально необходимой.

С геометрических позиций непрерывность обусловлена отсутствием разрывов на поверхности отклика функции, отображающей состояние системы, разрывов, для преодоления которых она была бы вынуждена совершать скачок как единственно возможную форму отклика на действие факторов, причинно обуславливающих такой скачок. Иными словами, поверхность отклика соответствующей функции, описывающей зависимости между параметрами, определяющими состояние системы и факторами, способными изменить это состояние, в случае непрерывности состояния системы должна быть гладкой. В приведенных примерах именно таким свойством обладают поверхности отклика, отображающие возможные реакции объектов или систем на изменения вызывающих их факторов.

Непрерывность функции тесно связана с ее дифференцируемостью, хотя, как доказано в строгих математических исследованиях, наличие свойства непрерывности функции, вообще говоря, не гарантирует ее дифференцируемость.

Тем не менее, в точках разрыва функция не имеет производных и это делает во многих случаях невозможным применение традиционных и хорошо отработанных методов ее анализа, в рамках которых производные по времени функции, описывающей процесс, могут выступать в качестве его параметров или фазовых переменных.

При непрерывных изменениях параметров технологической системы ее возможные состояния распознать значительно легче, что обеспечивает более высокий уровень такого ее полезного качества как управляемость. В свою очередь достаточно интенсивное управление в принципе способно повысить устойчивость системы. Например, изменения температуры вязальной машины, носящие характер монотонного тренда и оказывающие нежелательное воздействие на показатели качества получаемого продукта, без труда компенсируются простыми коррекциями ее настройки, фактически делающими данный технологический объект менее чувствительным к влиянию температуры, а, следовательно, более устойчивым по отношению к ней.

И все же изменения состояния технологических систем, которые можно отнести к непрерывным, далеко не так часты, как это порой представляется. Так при определенных значениях характеристик системы или объекта непрерывные изменения их состояния могут смениться скачкообразными. В частности, рост показателей износа отдельных деталей и узлов машин способен в конечном итоге привести к поломкам или, по меньшей мере, к самопроизвольным остановкам работающего оборудования, т.е. к своего рода скачкам их состояния. Однако есть и немало примеров скачков состояний систем и объектов, не связанных с переходом их в аварийное состояние, а оказывающихся естественными реакциями, причинно обусловленными структурно или функционально. Поиск и рассмотрение таких примеров позволяет, по меньшей мере, почувствовать целесообразность привлечения современных концепций устой-

чивости к технологическим объектам и системам. Поэтому представим альтернативные непрерывным изменения состояния технологических объектов и систем.

1.4.2 Скачкообразные изменения состояния

В технических и технологических системах трикотажного производства нетрудно отыскать ситуации, в которых при непрерывном изменении одного параметра значение другого, связанного с ним и определяющего состояние системы, в отдельные моменты меняется скачкообразно. Простейшим примером функции в области трикотажного производства, имеющей так называемые разрывы первого рода, может служить функция, описывающая изменение длины нити в петле при выработке чулочного изделия, состоящего из ряда участков. В момент перехода от вязания одного участка изделия к вязанию другого длина нити в петле изменяется скачком. В пределах же каждого участка эта величина либо остается в среднем постоянной либо изменяется непрерывно по длине участка (участок сужения). С качественной стороны график такой функции изображен на рис. 1.4.

Отметим, что представленный пример содержит случай запрограммированных скачков, обусловленных работой соответствующих механизмов чулочного автомата. Незапрограммированный скачок той же величины l может произойти с момента начала уработки участка нити с резко изменившейся линей-

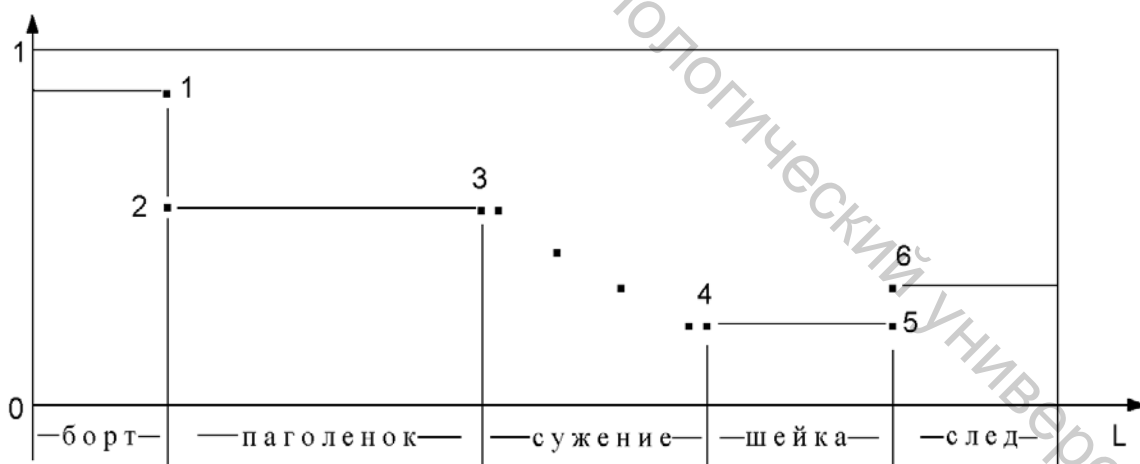


Рисунок 1.4 - Схематичный график функции, описывающей изменение длины нити в петле l по длине чулочного изделия L . Между точками 1 и 2, 5 и 6 происходят скачки; от точки 3 до точки 4 - плавное изменение величины L .

ной плотностью или при внезапном изменении натяжения перерабатываемой нити. Указанные скачки, - даже если обрыв нити не произошел, - оставляют после себя дефекты некоторых видов.

Существует немало и других технологических ситуаций, сопровождающихся скачкообразными изменениями тех или иных параметров. Скачками, в частности, изменяется количество единиц работающего оборудования. Как показано в [9], так же меняется и количество кулирующих игл в процессе петлеобразования на вязальных машинах. Обрыв нити, полом иглы, останов и пуск машины, срыв полотна, переключение скоростей и рабочих клиньев - все это примеры скачкообразных изменений состояния технологических объектов или их элементов. Важно отметить, что не запрограммированным внезапным изменениям параметров технологических систем в трикотажном производстве обычно предшествуют постепенные их изменения. Тем не менее, спонтанные скачкообразные изменения гораздо труднее поддаются анализу, а, следовательно, и прогнозу.

Во всех перечисленных сравнительно простых примерах природа скачков понятна. Но можно привести и гораздо более тонкие случаи. С этой целью обратимся к авторегрессионной модели, использованной в [10] для описания изменений во времени величины отклонения длины чулок от заданного значения в ходе их последовательной выработки на круглочулочном автомате. Напишем для простоты авторегрессию первого порядка, моделирующую согласно [10] коррелированную составляющую во временном ряду отклонений длины изделий от заданного значения в процессе их последовательного получения на чулочном автомате. Она имеет вид: $Y_i = k Y_{i-1}$, где Y_{i-1} и Y_i - отклонения от заданного значения длины предыдущего и последующего изделий, k - коэффициент авторегрессии. Для авторегрессии первого порядка он численно равен коэффициенту корреляции между Y_i и Y_{i-1} . Без снижения общности дальнейших рассуждений будем рассматривать величину отклонений Y как нормированную на интервале $[0;1]$. Рассмотрим некоторые особенности, отличающие авторегрессионные последовательности, полученные при положительном и отрицательном значениях коэффициента авторегрессии k . Отметим сразу тривиальный факт, что Y_i не отклоняется от нуля пока значение $Y_{i-1} = 0$. Представим теперь, что Y_{i-1} отлично от нуля. Построим последовательность значений Y_i при положительном k . Очевидно, что все члены такой последовательности будут стремиться к нулю по экспоненциальному закону, оставаясь положительными или отрицательными в зависимости от знака начальных условий Y_0 . Графическое ее отображение выполнено на рис. 1.5а. Перед нами пример технологической системы, способной рассеивать действие возмущений, которое моделируется ненулевыми начальными условиями. Небезынтересно отметить, что время, затрачиваемое системой на рассеивание результата действия возмущения, тем больше, чем выше корреляции между Y_{i-1} и Y_i , определяемые величиной k в уравнении авторегрессии. А это значит, что корреляции затрудняют самовозврат технологической системы в состояние, из которого она была выведена действием возмущений.

Совсем иную картину мы наблюдаем при отрицательном значении коэффициента авторегрессии. Пусть $Y_i = -k Y_{i-1}$. Теперь авторегрессионная последовательность будет знакопеременной, но она по-прежнему свидетельствует об устойчивости соответствующей технологической системы: по экспоненте k

нулю стремятся модули ее членов. Графическое отображение ее представлено на рис. 1.5б. Оно выразительно показывает, что члены последовательности в этом случае стремятся к нулю способом в корне отличным от того, который мы наблюдали при положительном коэффициенте авторегрессии. Здесь Y стремится к нулю, совершая скачкообразные переходы из отрицательной области значений в положительную и обратно. Что же лежит в основе такой динамики? Ответ дать нетрудно, если посмотреть на количественный механизм, вызывающий чередование знаков в авторегрессионной последовательности. В авторегрессии первого порядка предыдущий и последующий члены связаны линейно. Если бы адекватной была, например, квадратичная зависимость между этими членами, то скачкообразная форма перехода из одного состояния в другое оказалась бы невозможной. Вообще говоря, любая математическая операция, нейтрализующая влияние знака предшествующего отклонения Y_{i-1} на последующее Y_i , присутствующая в описании модели, исключает поведение системы, подобное изображенному на рис. 1.5б. Подчеркнем, что авторегрессия первого порядка - модель линейная, т.е. простейшая. Тем более удивительно, что уже в ее рамках воспроизводится скачкообразный характер изменений состояния системы.

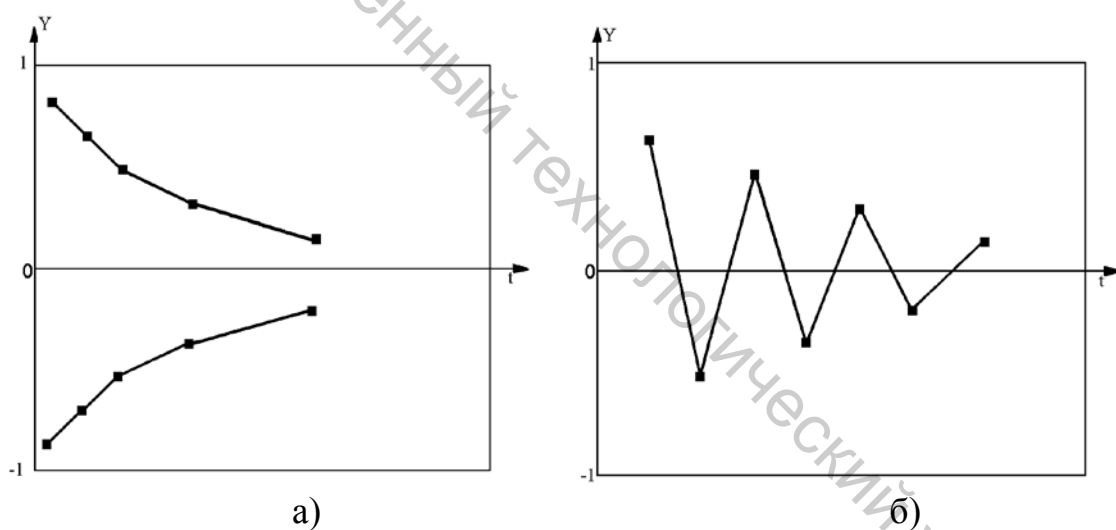


Рисунок 1.5 - Графическое отображение авторегрессионных последовательностей значений отклонений длины чулок от заданного уровня. а) при положительном коэффициенте авторегрессии; б) при отрицательном коэффициенте авторегрессии.

Рассмотренные примеры показывают, что прерывистые, скачкообразные изменения параметров, определяющих состояние технологических систем в трикотажном производстве, поистине вездесущи. Строго говоря, трудно даже найти ситуации свободные от них. А это означает: скачкообразные изменения - реальность, которую важно, прежде всего, признать, признать ее своеобразие и право на не сводимость к непрерывным изменениям. При отказе от такого

условия едва ли удастся избежать потерь информации в ходе анализа данных при оценке состояния технологических систем.

1.4.3 Хаотизация состояния технологических систем

Еще одной формой изменения состояния технологической системы является переход к хаотической динамике. Механизм такого перехода в полной мере еще не изучен современной наукой. Длительное время на понятийном уровне хаотическое отождествлялось со случайным. Причем, случайное рассматривалось как результат действия многочисленных факторов, влияющих на систему как извне, так и изнутри ее. Иными словами, источник случайных изменений усматривался в комплексах факторов, действующих хаотически, непостоянно. Однако в последние 20 лет исследования в области теорий устойчивости систем показали, что хаотическое поведение может наблюдаться даже в совершенно простых жестко детерминированных механических системах. К настоящему времени опубликованы крупные работы по исследованию сложных систем [11]. Они значительно углубили представления о сложном. Сейчас становится все более очевидным, что сложные изменения состояния систем во многих случаях вызываются не случайными воздействиями факторов, сторонних по отношению к системе, а представляют собой потерю устойчивости в форме хаотизации состояния. Именно эта идея и используется как одна из ключевых в данной работе. Хаотические состояния по нынешним представлениям могут определяться свойствами самих систем и должны рассматриваться наравне с другими состояниями. Хаотические фазовые портреты - отражение действительных свойств систем. Что же понимает современная наука под хаотическим состоянием системы? По мнению одного из авторитетных специалистов в области теории катастроф, тесно связанной с вопросами устойчивости объектов и систем, проф. Томпсон Дж. М. Т., хаос представляет собой бесконечное число неустойчивых периодических траекторий и несчетное количество непериодических повторяющихся траекторий [12]. Им же обращается внимание на удивительную аналогию, высказанную в [13] и состоящую в следующем: как колебания являются типичным поведением динамических систем в двумерном фазовом пространстве, так хаос может быть типичным поведением системы в трехмерном фазовом пространстве или в пространстве большей размерности. Эта аналогия указывает на возможность связи между хаосом и устойчивостью: потеря устойчивости может приводить к хаосу. Классическим примером перехода системы к хаотическому поведению представляется переход от ламинарного течения жидкости к турбулентному. В этом случае не вызывает никаких сомнений тот очевидный факт, что срыв ламинарного течения потока и его хаотизация вовсе не являются результатом действия каких бы то ни было случайных факторов, рандомизирующих течение жидкости. Турбулентность возникает потому, что при значении числа Рейнольдса большего критического, жидкость **не может течь иначе**. Представленный пример позволяет добавить ясности в принципиально новое понятие хаотизации систем. Состояние хаотизации, по-видимому, присуще многим технологическим

системам. И есть основания рассматривать его как адекватную реакцию на определенные сочетания значений параметров, определяющих их состояние.

Хаотизацию состояния можно наблюдать во многих технологических системах в трикотажном производстве. На рис. 1.6 изображена точечная диаграмма временного ряда значений длины чулок, вырабатываемых на чулочном автомате ЕВА из ТКН «эластик» линейной плотности 2.2 текс (Витебское ОАО «КИМ»). На ней видно, что интервалы времени стабильной работы чулочного автомата $(0, t_1)$, (t_2, t_3) чередуются с интервалами времени, в течение которых отклонения ΔL длины изделий от заданного значения претерпевают хаотические колебания относительно уровня в этом случае $\Delta L=0$.

Механизм возникновения такого явления, связываемый с временной потерей данной системой устойчивости, на взгляд автора представляется более

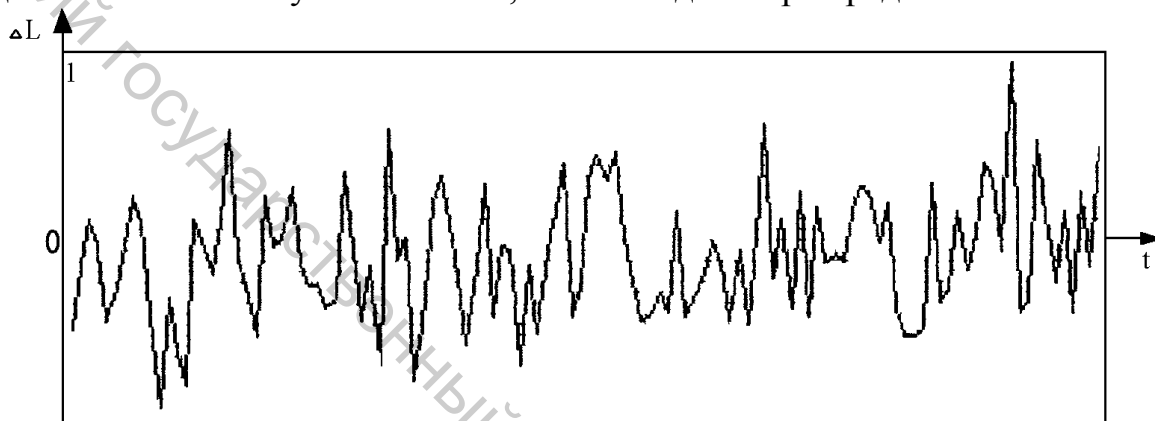


Рисунок 1.6 - Точечная диаграмма значений отклонений длины чулок, вырабатываемых на круглчулочном автомате ЕВА из текстурированной капроновой нити «эластик» линейной плотности 2,2 текс.

предпочтительным перед механизмом случайных возмущений. Если предположить, что хаотизация состояния системы вызывается случайными возмущениями определяющих ее параметров, то приходится признать еще и появление факторов, оказывающихся причинами таких возмущений. В свою очередь возникновение этих причин также требует объяснений. В итоге выходит, что за любым случайным всплеском в состоянии системы как бы прячется бесконечная цепь причин и следствий. Совсем иную картину мы видим, если принять, что одни сочетания уровней параметров, рассматриваемых как параметры управления системы, хаотизируют изменения параметров состояния системы, а другие - нет. Тогда отпадает необходимость в сторонних факторах, а комплекс параметров управления и состояния системы становится самодостаточным. Такой причинностный механизм хаотизации значительно проще, и возможно именно он действует в реальных системах, включая и технологические.

Как форма потери устойчивости, хаотизация рассматривается в главе 2 данной работы. Там же приведены и примеры из практики, подкрепляющие позицию автора в развиваемом направлении.

1.5 Стабильность технологического процесса и обуславливающие ее качества технологической системы

Стабильность технологического процесса - одна из важнейших характеристик, связанных с его динамикой. Как термин, стабильность (от англ. stability) означает постоянство, неизменность, способность оставаться неизменным [3]. На практике он широко распространен. Согласно [7], критериями стабильности процесса являются характеристики описывающей его случайной функции времени, в качестве которых выступают математическое ожидание и дисперсия. Корреляционная функция одновременно и мера, и фактор стабильности. Чем теснее коррелированы значения случайной функции, описывающей течение процесса, тем в большей мере он стабилен. Стабильность процесса проявляется в его способности неопределенно долго оставаться в заданных пределах. Следовательно, стабильность - как бы внешнее, видимое качество. С другой стороны, в соответствии с вышесказанным, процесс - нечто иное, как последовательная смена состояний системы. Поэтому очевидно, что стабильность процесса обусловлена такими качествами системы, которые, несмотря на изменение ее состояний, обеспечивают пребывание этих состояний вблизи заданных. К таким качествам следует отнести, прежде всего, устойчивость системы. Так как технологический процесс, как и всякий процесс, неотделим от соответствующей системы, то стабильность как качество может быть отнесена и к самой системе. В то же время в [4] отмечается, что устойчивость объединяет такие качества как стойкость к воздействию внешних факторов, сбалансированность, стабильность, гомеостазис. Для сложных систем характерны такие формы, как надежность, живучесть. Отсюда видно, что в семантическом отношении понятие стабильность более узкое, чем устойчивость. Представим себе систему, чувствительную, например, к изменению параметров управления. Тогда в соответствии с приведенными выше определениями она может выглядеть как нестабильная, т.к. показатели ее состояния могут оказываться порой и за пределами интервалов допустимых отклонений. Между тем подобные эффекты вовсе не свидетельствуют о ее неустойчивости. Чтобы оценить устойчивость необходимо устранить воздействия на систему или заметно ослабить их. Если система сама возвращается в состояние равновесия, то оно устойчиво. В противном случае система данным качеством не обладает.

Таким образом, устойчивость технологической системы – более общее качество, чем стабильность. Устойчивые системы всегда стабильны. Если же система ведет себя как стабильная, то в ее устойчивости еще надо убедиться. Поэтому перенос внимания в процессе изучения технологических систем с уровня анализа стабильности на уровень оценки устойчивости представляется не игрой понятий, а шагом в направлении выявления их потенциальных возможностей.

1.6 Практические задачи оценки устойчивости технологических систем

Привлечение методов теорий устойчивости и катастроф к анализу технологических систем в трикотажном производстве определяет и круг соответствующих задач. Одной из первых среди них представляется изучение роли устойчивости в общей динамике таких систем. Исследования показывают, что некоторые явления в них, рассматриваемые с позиций теории случайных функций, в действительности не имеют случайной природы, а определяются качествами самих систем.

Принципиальный интерес вызывает концепция множественности оптимумов, т.к. она способна объяснить возникновение в условиях производства скачкообразных изменений параметров технологических процессов, а значит и состояний соответствующих систем. Поэтому важным представляется математическое моделирование технологических систем в трикотажном производстве с целью поиска условий единственности и множественности оптимумов. Выявление таких условий даст возможность понять один из механизмов возникновения скачков состояний систем, который может быть обусловлен эффектом слияния или расхождения оптимумов, имеющим непосредственное отношение к устойчивости. Поэтому анализ устойчивости реальных технологических систем, а также явлений ее потери и восстановления, составляет содержание еще одной группы задач, решение которых позволяет расширить представления о возможных реакциях систем при совершении действий по управлению ими.

Большое развитие получила с конца 60-х годов теория катастроф, позволившая обнаружить во многих системах самой различной природы эффекты, явления и состояния, к обнаружению и пониманию которых не могла привести никакая другая теория. Ценность анализа систем с ее позиций - в возможности идентификации совершенно особого класса явлений, о которых есть веские основания говорить, по крайней мере, то, что они происходят в технологических системах трикотажного производства. Речь идет о таких изменениях, когда нарушается принцип непрерывности. Уже сами идеи теории катастроф заставляют с сомнением относиться к тому, что производство - «царство» непрерывного. Разработка приемов использования аппарата теории катастроф для анализа реальных технологических систем представляется задачей, значимой не только из-за привлечения в область практических приложений свежих идей и теорий, но еще и потому, что применение названной теории связано с большими потенциальными возможностями получения новых результатов.

С проблемой устойчивости связана и задача по оценке численности группы факторов, определяющих динамику системы. Выяснение того, сколько факторов обуславливают поведение технологической системы, даже при отсутствии информации о том, какие это факторы, безусловно, облегчает принятие решений по управлению ею.

Для анализа устойчивости технологических систем особенное значение приобретает факт существования притягивающего множества их состояний – аттракторов. Характер такого множества, как показывают исследования в

области теории катастроф, определяет динамику системы вместе со всеми ее особенностями. Привлечение понятия «аттрактор» - одного из центральных в этой теории, способно оказаться средством, могущим приподнять завесу, сотканную случайными изменениями параметров, и различить устойчивое в изменчивом мире технологических связей. С технической стороны важно выявить доступный и достаточно надежный источник информации об аттракторах. Причем особенно желательно отыскать такой источник, не прибегая к требованию о расширении потока технологической информации за счет контроля дополнительных параметров или применения более совершенных средств измерений.

Как представляющая не только практический, но и теоретический интерес, на первый план выдвигается задача исследования механизмов хаотизации состояния технологических систем - одной из форм потери системой устойчивости ее равновесного состояния. Исследования, проведенные в конце 20-го века в области динамики как простых, так и сложных систем, обнаружили различия между случайным и хаотическим [11]. Более того, сейчас уже известно, что хаотическое состояние в реальных системах может не вынуждаться внешними по отношению к ним причинами, а быть присущим самим системам, как равноправное с другими состояниями.

В связи с настоятельной практической потребностью в оперативной обработке технологической информации все большую значимость приобретает отыскание возможности получения по выборкам малого объема достаточно надежных эмпирических оценок функций распределения величин со случайным характером изменения. Анализ эволюции таких оценок при изменении некоторого параметра, например, времени, способен привести к распознаванию возникновения и роста изменений в состоянии управляемых систем, и что особенно важно - к прогнозированию скачкообразных изменений.

Новые теоретические направления в вопросах устойчивости систем касаются и некоторых привычных понятий и терминов. Расширение и уточнение их содержания неизбежно при иных подходах к анализу технологических систем.

Перечисленные задачи показывают, что господствовавшая на протяжении десятилетий концепция стабильного производства должна рассматриваться лишь как одна из возможных. Для нее есть альтернатива в форме концепции непрерывно корректируемой технологии.

Таким образом, круг принципиально новых задач, возникающих при анализе устойчивости технологических систем, довольно широк. Здесь кратко изложена только часть из них. Но те, которые представлены, в данной работе рассмотрены, и в пределах возможностей автора предложено их решение.

2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И ЕЕ РОЛИ В ДИНАМИКЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Первичным качеством любой системы является ее устойчивость. Она объединяет различные свойства: стойкость к воздействию внешних факторов, стабильность, надежность и т.д. Известно также понятие информационной устойчивости для обозначения самостоятельной группы свойств [7]. Одно из направлений развития методов анализа технологических процессов и систем на взгляд автора связано с оценкой их устойчивости. Как свойство устойчивость проявляется в ответах системы на возмущения различного типа. Для технологических систем в трикотажном производстве изначально малые отклонения их параметров с течением времени могут существенно возрасти. Это наблюдается, например, в чулочном производстве, вынуждая постоянно корректировать настройку чулочных автоматов для удержания, в частности, линейных размеров вырабатываемых изделий в заданных пределах. Подобные эффекты далеко не исключение и в производстве изделий бельевого и верхнего трикотажа в отношении поверхностной плотности и плотностей вязания по горизонтали и вертикали. Важно отметить, что многие процессы в трикотажном производстве существенно нелинейны. Например, изменение входного натяжения нити на вязальном оборудовании влечет за собой непропорциональное изменение обрывности или уровня дефектности получаемых изделий.

Состояние технологической системы в трикотажном производстве никогда не остается неизменным. Любой ее параметр X есть функция времени, т.е. $X = X(t)$. Если следовать формальным приемам описания, используемым в [11], то мгновенные значения параметра естественно представить как $X(t) = X_s + x(t)$, где X_s - некоторое среднее (стандартное) значение параметра; $x(t)$ - возмущение. При условии, что X_s неизменно, процесс, описываемый параметром X , считается устойчивым. Однако в реальных условиях под действием различного рода возмущений нередко происходит изменение стандартного значения X_s . Тем не менее, многие технологические системы рассеивают действие возмущений и восстанавливают стандартное состояние. Эта особенность - принципиальная предпосылка их устойчивости. Понятно насколько важно установить обладает ли конкретная технологическая система подобным свойством.

Вопросы, связанные с устойчивостью систем, в настоящее время рассматриваются с позиций теории устойчивости, под которой понимается совокупность взглядов, представлений, идей, понятий, рассуждений, методов, теорий, возникших и возникающих с целью изучения устойчивости движения, понимаемого в самом широком смысле слова [4]. Насколько важным оказывается свойство устойчивости видно из утверждения о том, что системы, не обладающие таким качеством, не способны существовать [7]. Определим теперь, какое содержание следует вложить в понятие устойчивости, чтобы оно оказалось применимым к анализу систем в трикотажном производстве.

2.1 Устойчивость систем и ее трактовки

Устойчивость - термин, не имеющий четко определенного содержания [4]. Применяется он и по отношению к процессам, и по отношению к системам [4]. В принципе устойчивость системы рассматривается, как способность ее восстанавливать исходное или близкое к нему состояние после прекращения какого-либо возмущения, проявляющегося в отклонении параметров системы от номинальных значений. Так же оценивается и устойчивость состояния равновесия системы.

В более строгом рассмотрении устойчивость имеет несколько трактовок. В их рамках устойчивость интерпретируется следующим образом.

а) Как свойство системы в том или ином смысле мало отклоняться от некоторого движения при малых возмущениях начального положения системы в фазовом пространстве.

В других рассмотрениях устойчивость оценивается, как свойство системы мало отклоняться от некоторого положения в фазовом пространстве при малых возмущениях как начального положения в фазовом пространстве, так и самого закона движения.

б) Как свойство системы в процессе движения оставаться в ограниченной области фазового пространства. Такое представление об устойчивости введено Лагранжем.

в) Как свойство системы в процессе движения сколь угодно поздно возвращаться как угодно близко к своему начальному положению (в фазовом пространстве). Эту трактовку устойчивости ввел Пуассон.

г) Как свойство системы сохранять некоторые черты фазового портрета при малых возмущениях закона движения.

С этой трактовкой связано понятие о грубой системе, применяющееся в теории динамических систем и теории катастроф.

д) Как свойство непрерывности, которым должна обладать зависимость состояния объекта или течения процесса от определенного параметра или параметров.

Такое представление об устойчивости относится, прежде всего, к объектам и процессам, зависящим от параметра. Развитие его за последние два десятилетия привело к появлению принципиально новых точек зрения как на статическую, так и на динамическую устойчивость. Заметим, что динамическая устойчивость определяется поведением системы после сильных возмущений в отличие от статической, когда возмущения малы [7]. Новые идеи в вопросе об устойчивости систем столь универсальны и плодотворны, что даже попытка их применения, как показывает практика, приводит к заметному расширению знаний об изучаемых объектах.

Во введении к данной работе названа одна из общих концепций организации практически любого современного производства, включая и трикотажное, - концепция непрерывно корректируемой технологии.

Понятно, что ее конкретная реализация теснейшим образом связана с устойчивостью технологических систем, погружаемых в поток воздействий, корректирующих их состояние.

Оценивая в целом приведенные выше трактовки понятия устойчивости, нельзя не заметить, что все они имеют как бы феноменологический характер, т.к. опираются на те или иные наблюдаемые признаки. Между тем сохранение этих признаков должно, конечно, обеспечиваться какими-то внутренними, "невидимыми" особенностями, присущими конкретной системе или объекту. И обнаружение именно их позволяет рассмотреть не только наблюдаемые, но и возможные состояния технологических систем. Идея эта, конечно, не нова. Но воплощение ее в условиях конкретной производственной сферы соизмеримо порой по интеллектуальным затратам с созданием новой теории. Не стоит (в виду полнейшей очевидности) подчеркивать необходимость высочайшего профессионализма, чтобы быть в состоянии придать значение тем фактам, которые либо редки, либо мало значимы, но которые могут рассматриваться как провозвестники будущих изменений параметров. Широко распространенные в производственной сфере статистические принципы анализа данных, как правило, связаны с построением усредненных оценок, а значит с отказом от рассмотрения деталей. Между тем почти всегда анализ деталей дает нечто большее, чем можно увидеть в среднем, так как в "мелькании" деталей становится возможной догадка об истинных причинах явления.

Представленные соображения позволяют заключить: анализ устойчивости технологических систем - задача корректная. Ее решение открывает новый ракурс видения, недоступный при других способах анализа.

Какую же трактовку устойчивости следует рассматривать как предпочтительную с точки зрения применения ее к анализу технологических систем? Дадим оценку по отдельности каждой из приведенных выше трактовок устойчивости.

Трактовка а) соответствует представлениям об устойчивости, развитым и математически оформленным А. А. Ляпуновым. Однако по отношению к технологическим системам она не в полной мере соответствует ситуациям, могущим в них возникнуть. Это, прежде всего, связано с величиной возмущений, которые во многих случаях никак нельзя назвать малыми. Например, нормальной считается температура в вязальном цехе 20°C . Малые ее колебания в пределах примерно 10% от этого уровня, как показывает производственный опыт, вызывают и малые колебания состояния технологической системы в цехе. Она продолжает функционировать, обеспечивая практически неизменный уровень качества выпускаемой продукции. Однако в условиях экономического кризиса, нехватки энергетических и сырьевых ресурсов технологические системы в трикотажном производстве нередко запускаются в работу и при 12°C . Чуть ли не двукратное изменение температуры, причем в меньшую сторону, к малым отнести нельзя. Как будут вести себя технологическая система в таких условиях? Способна ли она к работе вообще? Эти вопросы исключительной важности. Но в рамках трактовки а) устойчивости на них ответы не получить, т.к. она "разрешает" использовать только малые возмущения. Между тем из факта устойчи-

вого поведения технологической системы при малых возмущениях вовсе не следует, что она будет оставаться такой, если возмущения начнут расти. Поэтому рассмотренную трактовку устойчивости есть основания оценивать как неприемлемую.

Трактовка б) выглядит предпочтительнее ввиду отсутствия в ней ограничений на уровень возмущений. Но и она не вполне удовлетворительна. В самом деле, если фазовые точки образуют две или более областей сгущений, что свидетельствует о существовании нескольких состояний устойчивого равновесия, то в каждом из них система способна оставаться неопределенное время. Как оценивать такую ситуацию с позиций Лагранжа?

Трактовка в) Пуассона, кажется, снимает трудности, не преодолимые в рамках двух предыдущих. Но ее недостаток - в необходимости достаточно долгого наблюдения за системой, чтобы можно было понять, устойчива она или нет.

Трактовка г) привлекательна наглядностью предлагаемого критерия устойчивости. К тому же ничто не мешает наблюдать на фазовом портрете эволюцию его особенностей и при больших внешних воздействиях. По фазовому портрету можно оценить и устойчивость систем и процессов, зависящих от параметра. А это означает, что трактовка д) в принципе сливается в одну с трактовкой г). Таким образом, на содержательном уровне трактовка г) устойчивости выделяется как предпочтительная по отношению к технологическим системам. Она и принята в данной работе.

2.2 Методы оценки устойчивости систем

Реальные технологические системы в трикотажном производстве многомерные. Они описываются, как правило, не одним, а многими параметрами. В каждый момент времени набору таких параметров соответствует множество их мгновенных значений. Если, как показано в разд. 1.2, ввести многомерное фазовое пространство, размерность которого равна числу параметров системы, а координаты фазовых точек равными мгновенным значениям параметров, то получим геометрическое отображение состояния системы, не зависящее от времени. Фазовые точки составляют фазовые траектории, а они в свою очередь - фазовый портрет технологической системы. Плотность распределения таких точек в фазовом пространстве определяет ряд важнейших особенностей системы. Так если наблюдать движение системы в фазовом пространстве при различных начальных условиях, то можно установить равномерно или нет фазовые траектории заполняют объем фазового пространства. Если траектории чаще "посещают" некоторые его области, то факт существования таких областей свидетельствует о наличии устойчивых состояний системы. При изменении параметра управления системы происходит перестройка семейства траекторий на фазовой плоскости. Для однопараметрических семейств такая перестройка может иметь лишь несколько возможных форм. Они подробно описаны в разд. 2.3 данной работы. Здесь уместно отметить, что к настоящему времени решенным считается вопрос о перестройках фазовых кривых при потере устойчивости

положений равновесия в так называемых однопараметрических их семействах, т.е. таких, в которых переход от одной кривой к другой осуществим путем изменения единственного параметра. Уже случай двух параметров выходит за рамки возможностей сегодняшней науки [14].

Фазовые траектории позволяют дать косвенную оценку устойчивости системы без построения ее математического описания, что очень важно применительно к технологическим системам мало формализованным и не имеющим удовлетворительного математического описания.

Какие же формальные приемы можно использовать для построения фазовых пространств? Как уже отмечалось выше, в случае многопараметрической системы соответствующее ей фазовое пространство в простейшем случае представляет собой систему координат, на осях которой откладываются нормированные значения определяющих параметров. Этот далеко не лучший способ совершенно непригоден для однопараметрических систем. А между тем в трикотажном производстве однопараметрический контроль используется сплошь и рядом. Например, и в организационном, и в экономическом, и в информационном плане наиболее приемлемо слежение на стадии вязания за такими интегративными параметрами, как уровень отходов или уровень дефектности получаемых изделий. Для того, чтобы представить иные способы конструирования фазовых пространств, необходимо отказаться от сковывающей воображение предпосылки "по умолчанию" о том, что фазовые переменные и параметры технологической системы - одно и то же. В действительности фазовое пространство - это инструмент количественного отображения состояний системы с целью выявления вневременных ее особенностей. И такой инструмент может быть совершенно искусственным. Важно лишь, чтобы с его помощью удавалось увидеть то, что оказывается недоступным при других подходах к оценке технологических систем. Создать двумерное фазовое пространство для однопараметрической системы можно путем добавления к координатной оси, вдоль которой откладываются значения единственного параметра, ось значений скорости его изменения, т.е. первой производной по времени. Такой способ широко используется, в частности, в механике и физике при изучении колебаний. Недостаток его - в невозможности отображения последовательности значений параметра в фазовые пространства высокой размерности, т.к. параметры реальных процессов, как правило, многократно не дифференцируются. В то же время отображение состояния изучаемой системы в фазовые пространства последовательно увеличиваемой размерности уже само по себе оказывается эффективным приемом обнаружения особенностей, обуславливающих потенциальные состояния. Некоторые способы построения многомерных фазовых пространств к настоящему времени найдены. Опишем один из них, представленный в [11] и позволяющий строить такие пространства по некоррелированной временной последовательности значений параметра, определяющего состояние системы. Такую последовательность практически можно получить, если регистрировать значения параметра X через промежутки времени не меньшие, чем интервал корреляции в последовательности возможных значений этого параметра.

Пусть $X_0(t)$ - полученная указанным путем временная последовательность значений параметра системы. Представим ее в виде ряда наборов ее членов с последовательно возрастающими сдвигами:

$$\begin{aligned} X_0: & X_0(t_1), \dots, X_0(t_1); \\ X_1: & X_0(t_1+m\Delta t), \dots, X_0(t_1+m\Delta t); \\ X_2: & X_0(t_1+2m\Delta t), \dots, X_0(t_1+2m\Delta t); \\ & \dots\dots\dots \\ & \dots\dots\dots \\ & \dots\dots\dots \\ X_{M-1}: & X_0(t_1+(n-1)m\Delta t), \dots, X_0(t_1+(M-1)m\Delta t), \end{aligned} \quad (2.1)$$

где Δt - интервал времени, принимаемый за единицу;
 m - некоторое целое число;
 n - число равноотстоящих элементов, выбираемых из имеющейся последовательности $X_0(t)$ значений параметра системы;
 M - количество полученных наборов.

При указанных условиях наборы $X_0, X_1, X_2, \dots$ можно рассматривать как комплексы дискретных линейно независимых переменных, пригодные для построения фазового пространства. Таким образом, одномерная временная последовательность может быть развернута в многомерное фазовое пространство с размерностью, максимальное значение которой зависит лишь от ее длины. Тем самым создаются условия для построения фазового портрета системы.

Выясним теперь, какими могут быть особенности, становящиеся видимыми на фазовых портретах даже при полном отказе от использования математических моделей. Оценим возможные распределения точек, представляющих процесс в фазовом пространстве, в частности, на фазовой плоскости. Пусть $X=X\{t\}$ - одномерный дискретный процесс, соответствующий изменению параметра состояния некоторой технологической системы и определенный в моменты времени $t_i = t_0 + i\Delta t$, где $i = 0, 1, 2, \dots$, Δt - шаг изменения времени. В качестве $X\{t\}$ можно представить, например, изменение отходов, возникающих в ходе последовательной выработки изделий на круглочулочных автоматах. Отобразим этот процесс на фазовой плоскости X_i, X_{i+1} . Остановим внимание на двух случаях расположения точек на фазовой плоскости, представленных на рис. 2.1 и 2.2. На рис. 2.1а фазовые точки рассеяны по всей области возможных значений нормированных фазовых переменных. Чтобы сделать фазовый портрет еще более выразительным, фазовые точки, соответствующие последовательной смене во времени состояний системы, соединим отрезками прямых, и полученную ломаную назовем условной фазовой траекторией. Образованный ею фазовый портрет мы видим на рис. 2.1б. Оценивая его, приходится признать, что

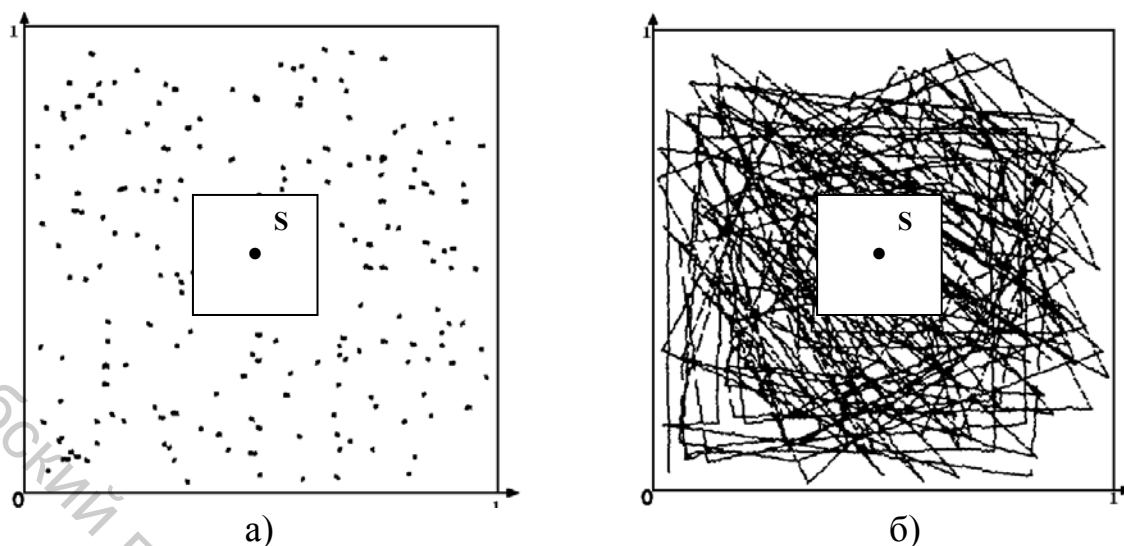


Рисунок 2.1 - Фазовые портреты технологической системы в вязальном производстве при отсутствии притягивающего множества состояний: а) фазовый портрет в виде совокупности фазовых точек; б) фазовый портрет, образованный условной фазовой траекторией. Внутренний квадрат отображает область технологически допустимых значений. Точка S соответствует стандартному значению X.

значения фазовых переменных в области технологически допустимых значений не являются более вероятными, чем вне ее. Поэтому процесс $X(t)$ будет иметь тенденцию к выходу за ее пределы. А это значит, что соответствующую технологическую систему нельзя отнести к устойчивым.

Иная ситуация представлена на рис. 2.2. Здесь область технологически допустимых значений тех же размеров, что и на рис. 2.1, охватывает зону сгущения фазовых точек, и она будет действовать как притягивающее множество состояний. Понятно, что в таком случае процесс $X(t)$ будет как бы притягиваться к области технологически допустимых значений, т.е. к стандартным значениям параметра, что дает основания рассматривать данный факт как проявление устойчивости системы.

Не следует думать, что картины расположения фазовых точек на рис. 2.1 и 2.2 являются лишь гипотетическими. Аналогичные портреты уже встречались на рис. 1.2. и 1.3. в гл. 1, в которой описаны способы геометрического отображения состояний реальных технологических систем.

Большое преимущество двумерных фазовых портретов состоит в их наглядности и возможности раннего распознавания зарождающихся особенностей в поведении системы. Даже в уже приведенных примерах видно, что для технологических систем в трикотажном производстве в однопараметрических случаях фазовый портрет образуется фактически одной чрезвычайно извилистой фазовой траекторией, скрученной в более или менее плотный своего рода клубок. В дискретном представлении такой портрет распадается на множество беспорядочно расположенных фазовых точек.

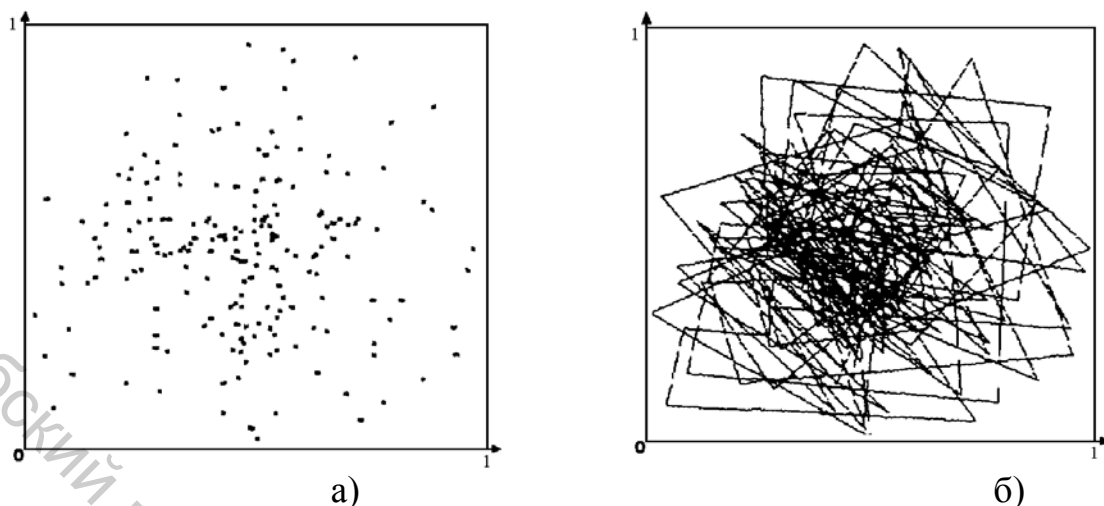


Рисунок 2.2 - Фазовые портреты технологической системы в вязальном производстве при наличии притягивающего множества состояний: а) фазовый портрет в виде совокупности фазовых точек; б) фазовый портрет, образованный условной фазовой траекторией.

Проанализируем теперь описанным способом реальные технологические системы. Сравним фазовые портреты, отображающие состояние одной и той же зоны однотипных чулочных автоматов, вырабатывающих изделия одного вида из пряжи разных поставщиков. Проведем такое сравнение, например, для зоны круглочулочных автоматов 2АН-14, которые в условиях открытого акционерного общества “КИМ” (г. Витебск) использовались для производства носков детских арт. 3С122 из пряжи х/б линейной плотности 11.8 текс*2, поставляемой РУП “Барановичское производственное хлопчатобумажное объединение” и РУПП “Гронитекс”.

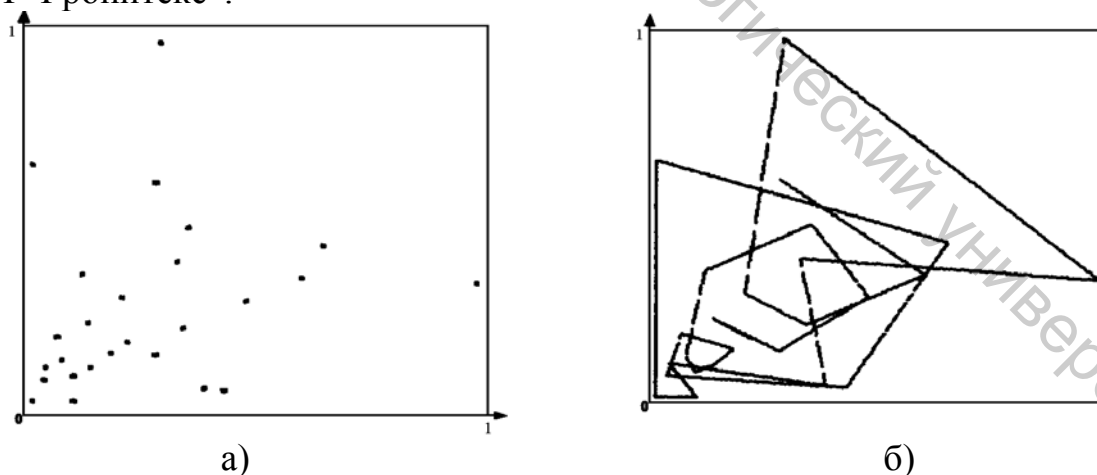


Рисунок 2.3 - Фазовые портреты технологической системы в чулочном производстве, включающей группу чулочных автоматов 2АН-14, вырабатывающих изделия арт. 3С122 из пряжи х/б 11.8 текс*2, поставляемой РУП “БПХО”: а) фазовый портрет в виде совокупности фазовых точек с координатами Q_i , Q_{i+1} ; б) фазовый портрет, образованный условной фазовой траекторией в пространстве Q_i , Q_{i+1} .

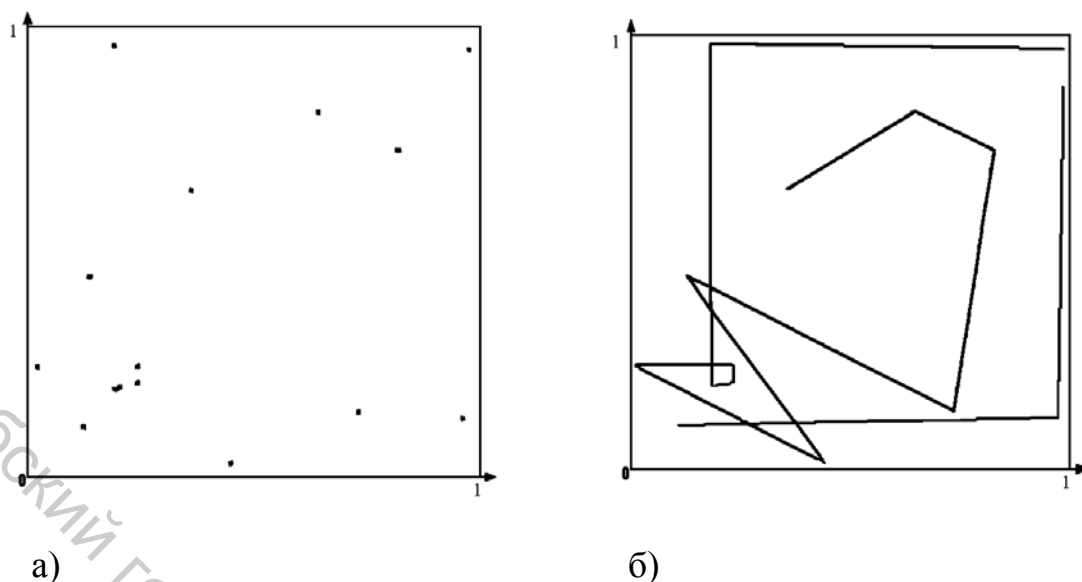


Рисунок 2.4 - Фазовые портреты технологической системы в чулочном производстве, включающей группу чулочных автоматов 2АН-14, вырабатывающих изделия арт. 3С122 из пряжи х/б 11.8 текс*2, поставляемой РУПП “Тронитекс”: а) фазовый портрет в виде совокупности фазовых точек; б) фазовый портрет, образованный условной фазовой траекторией.

В качестве фазовых переменных используем нормированные значения отходов на стадии вязания Q_i и Q_{i+1} ($i = 1, 2, 3, \dots, N$), зафиксированные за N последовательных рабочих смен. Значения Q_i и Q_{i+1} откладываются соответственно на осях абсцисс и ординат. Фазовые портреты состояний названной технологической системы, соответствующие указанным поставщикам сырья, представлены на рис. 2.3 и 2.4. Сравнивая их, мы обнаруживаем заметные различия между ними (несмотря на полное соответствие стандартам нормируемых показателей качества пряжи обоих поставщиков). А это означает, что данная технологическая система в ходе переработки пряжи одного, а затем второго поставщика проходит через разные последовательности смен состояний. Причем в одном случае область притягивающих состояний выражена значительно сильнее, чем в другом. Почему это явление возникает? С помощью общеизвестных канонических представлений его можно объяснить действием внешних возмущений: чем они интенсивнее, тем слабее выражено притягивающее множество состояний. Такой точке зрения нетрудно противопоставить другую. Согласно ей степень выраженности притягивающего множества состояний обусловлена способностью системы сохранять стандартное состояние, иными словами ее устойчивостью. С подобных позиций сложные изменения состояния системы представляются не только как отражение случайных внешних воздействий, а еще и как проявление присущей ей динамики, обусловленной некоторыми общими свойствами, к которым относится и устойчивость состояний системы. Так, по отношению к рассмотренной системе можно сделать заключение об ее недостаточной устойчивости по каналу: показатели качества сырья – уровень отходов при вязании.

Приведенные примеры демонстрируют возможности подхода к анализу технологических систем с позиций устойчивости. На взгляд автора имеются основания утверждать, что в принципе отклонение параметра состояния системы от стандартного уровня можно рассматривать как своего рода нарушение равновесия системы и переход ее по этой причине к хаотической или какой-либо иной динамике в зависимости от качеств системы.

Таким образом, не только выбор фазовых переменных и анализ фазовых портретов ведут к пониманию механизмов сложных изменений состояния системы. В большой мере это зависит от позиции исследователя, от того какие свойства системы расцениваются им как определяющие.

2.3 Потеря устойчивости состояния равновесия и ее формы

В определенных условиях возможна потеря устойчивости состояния равновесия системы. При этом причины потери оказываются либо вне системы, либо связаны с ней самой. Иначе говоря, система способна терять устойчивость как под влиянием извне, так и самостоятельно. Формы потери устойчивости хорошо изучены к настоящему времени для однопараметрических систем и в определенной степени - для двухпараметрических, т.е. систем, состояние которых зависит от одного и двух параметров. Таких форм несколько [14], и для их рассмотрения будем строить соответствующие отображения на фазовых портретах, т.к. потеря устойчивости вызывает их перестройку.

Если состояние равновесия - точка на фазовой плоскости, то при потере им устойчивости расширение области притягивающих состояний вокруг нее может привести к возникновению так называемого предельного цикла [14]. Соответствующий фазовый портрет представлен на рис. 2.5, который показывает, каким образом это происходит. При этом, если устойчивость равновесия переходит к предельному циклу, то равновесие в точке $(0;0)$ становится неустойчивым [14].

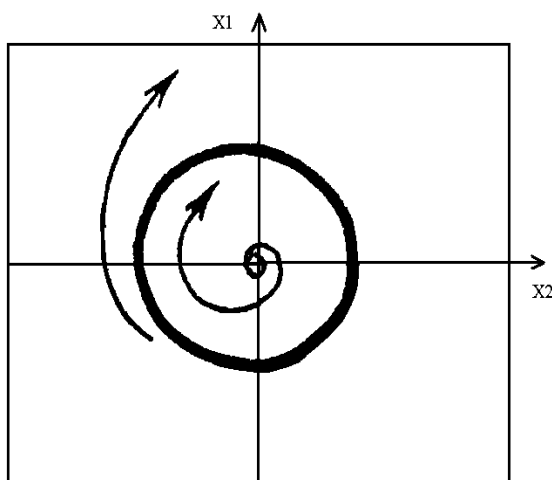


Рисунок 2.5 - Переход к предельному циклу при потере устойчивости состояния равновесия в точке 0: дальнейшие возможные изменения состояния связаны либо с расширением области неустойчивого состояния и гибелью предельного цикла, либо стягиванием этой области к точке 0.

Возможна и обратная картина. Исходным положением равновесия является предельный цикл. После потери устойчивости определяемая им область уменьшается до нуля. Цикл стягивается в точку $0(0;0)$, но его неустойчивость

передается равновесному состоянию в этой точке. К настоящему времени доказано, что и в системах с фазовым пространством большой размерности потеря устойчивости положения равновесия при изменении одного параметра управления системы происходит каким-либо из этих способов [14]. Потеря устойчивости в форме перехода в фазовом пространстве от точки к предельному циклу соответствует возникновению в системе режима автоколебаний. Этот вид потери устойчивости получил название мягкой потери устойчивости [14]. В трикотажном производстве он широко распространен в технологических системах, в которых перерабатываются нити, в частности, непосредственно на вязальных машинах. На них легко наблюдать, как на отдельных, ограниченных нитенаправителями, участках линии заправки, нити постоянно претерпевают мягкую потерю устойчивости состояния равновесия, переходя в режим поперечных колебаний и возвращаясь вновь в исходное состояние равновесия. Это явление, схематично представлено на рис. 2.6. В технологическом отношении оно оказывает безусловно вредное действие не только на ход процесса вязания, способствуя обрывности нити, но и на качество получаемого продукта, увеличивая его структурную неровноту, тем самым затрудняя последующие технологические операции в производстве трикотажных изделий.

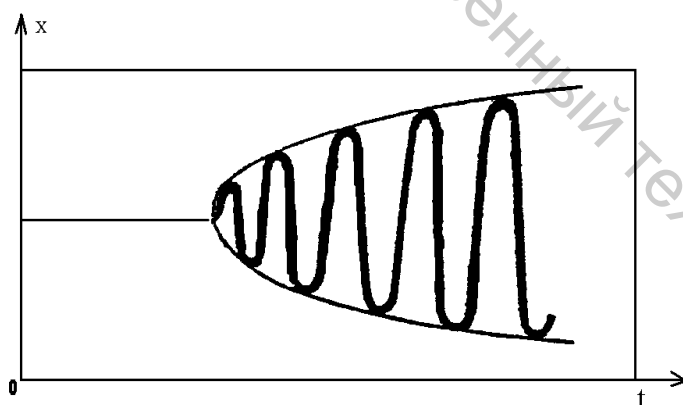


Рисунок 2.6. - Мягкая потеря устойчивости равновесия участка нити в форме вынужденных поперечных ее колебаний относительно состояния статического равновесия и возвращение в это состояние через время Δt .

Известны результаты математического моделирования этого явления [15]. Установлено, что если поперечные колебания нити возбуждаются параметрически, то они описываются уравнением Матье в виде:

$$y_k'' + \omega_k^2 (1 + m \cos \omega_b t) y_k = 0$$

При этом частота k -ой гармоники собственных колебаний нити ω_k определяется соотношением:

$$\omega_k = (\pi k/L) ((f P/T)^{0.5})$$

Здесь: ω_b - частота вынуждающего воздействия; P - среднее значение натяжения колеблющейся ветви нити; L - длина колеблющейся ветви нити; T - линейная плотность нити; f - функция, отображающая закон растяжения нити (для линейно деформирующихся нитей $f = 1 + qP$, q - параметр упругости нити), m - интенсивность вынуждающих воздействий. Введя параметры $a = 4\omega_k^2/\omega_b^2$,

$\varepsilon = 0.5am$ и $2\tau = \omega_{bt}$, представленное выше уравнение Матье легко привести к виду:

$$y''_k + (a - 2\varepsilon \cos 2\tau) y_k = 0$$

Решением его являются функции Матье, графики которых оказываются границами областей устойчивости колебаний нити. Эти решения либо ограничены, либо неограниченно возрастают. Выделение соответствующих этим двум случаям областей параметров "а" и "ε" приводит к диаграмме устойчивости, изображенной на рис. 2.7. На нем отчетливо видна особенность процесса колебаний нити: при увеличении "ε" области устойчивости быстро сужаются, уступая место областям неустойчивости. Из приведенного примера видно, что потеря устойчивости равновесного состояния, по меньшей мере, элементов технологических систем происходить может. Причинный механизм такой потери связан со значимостью для системы определенных комбинаций уровней ее параметров и факторов, действующих извне.

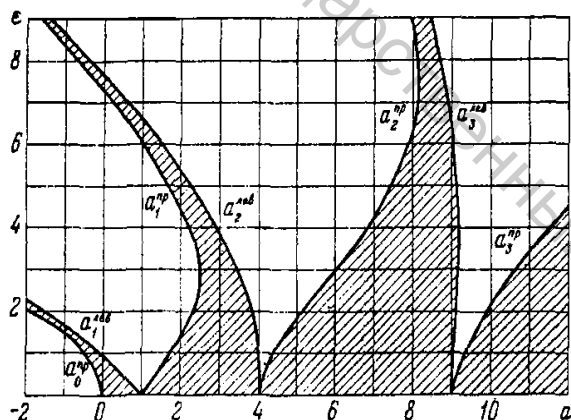


Рисунок 2.7. Диаграмма устойчивости поперечных колебаний нити - диаграмма Айнса-Стретта [15]. Заштрихованные зоны - области устойчивости; светлые зоны - области значений параметров "а" и "ε", при которых колебания нити неустойчивы.

В практическом отношении важно, что потеря устойчивости поперечных колебаний нити влечет за собой увеличение их амплитуды, приводящее к росту натяжения нити со всеми вытекающими отсюда технологическими последствиями.

Рассмотренная область явлений показывает, насколько важным для технологических систем в трикотажном производстве оказывается такое их качество как устойчивость. В приведенном примере устойчивость - фактор, оказывающий большое влияние на ход технологического процесса при переработке нитей на трикотажных машинах.

Другим возможным способом перехода от теряющего устойчивость положения равновесия к иному режиму является жесткая потеря устойчивости [14]. Этот режим может быть либо другим устойчивым режимом, либо устойчивыми колебаниями, либо каким-то более сложным состоянием. При жесткой потере устойчивости система уходит со стационарного режима скачком. Скачку всегда предшествует сокращение радиуса области притяжения стационарного режима, и постоянно действующие случайные возмущения выбрасывают систему из этой области даже еще до того, как область притяжения стационарного режима полностью исчезнет.

Таблица 2.1 - Отходы на стадии вязания при выработке детских носков арт. 3С122 из пряжи х/б 11.8 текс*2 на Витебском ОАО “КИМ”

Номер партии пряжи	Отходы Q, %	Номер партии пряжи	Отходы Q, %	Номер партии пряжи	Отходы Q, %
1	6,03	10	6,08	19	8,34
2	6,63	11	3,34	20	5,99
3	6,36	12	3,04	21	4,93
4	5,38	13	8,15	22	7,79
5	7,86	14	8,96	23	6,06
6	4,94	15	3,46	24	4,85
7	4,54	16	4,37	25	7,00
8	3,08	17	4,59	26	9,17
9	5,00	18	7,28	27	6,08

Жесткий переход технологической системы в трикотажном производстве из одного состояния в другое, можно наблюдать, если анализировать, например, величину отходов на стадии вязания. В таблице 2.1 представлены данные по отходам Q , вызванным причинами, связанными с технологической надежностью сырья Q_c и факторами, обусловленными техническим состоянием чулочных автоматов Q_m . При этом $Q = Q_c + Q_m$. Данные отражают результаты переработки на Витебском ОАО “КИМ” х/б пряжи линейной плотности $T = 11.8$ текс*2, которая поставлялась РУП “БПХО” при вязании детских носков арт. 3С122 на двухцилиндровых чулочных автоматах 2АН-14. В табл. 2.1 партии пряжи расположены в хронологическом порядке, соответствующем их получению от указанного поставщика и переработке. Последовательные значения Q представлены на точечной диаграмме на рис. 2.8, которая показывает, что решетчатая функция $Q = Q(t)$ резко изменяется от партии к партии относительно среднего уровня 6%.

Скачкообразные изменения величины $Q(t)$ порой сильно затрудняют анализ систем традиционными статистическими методами, нарушая статистическую однородность массивов технологических данных и тем самым во многом обесценивая результаты анализа, а то и делая их совершенно невразумительными.

С середины 60-х годов было обнаружено, что в системах может возникать режим, который не является ни состоянием равновесия, ни предельным циклом. Этот режим в теории катастроф получил название странный аттрактор [16].

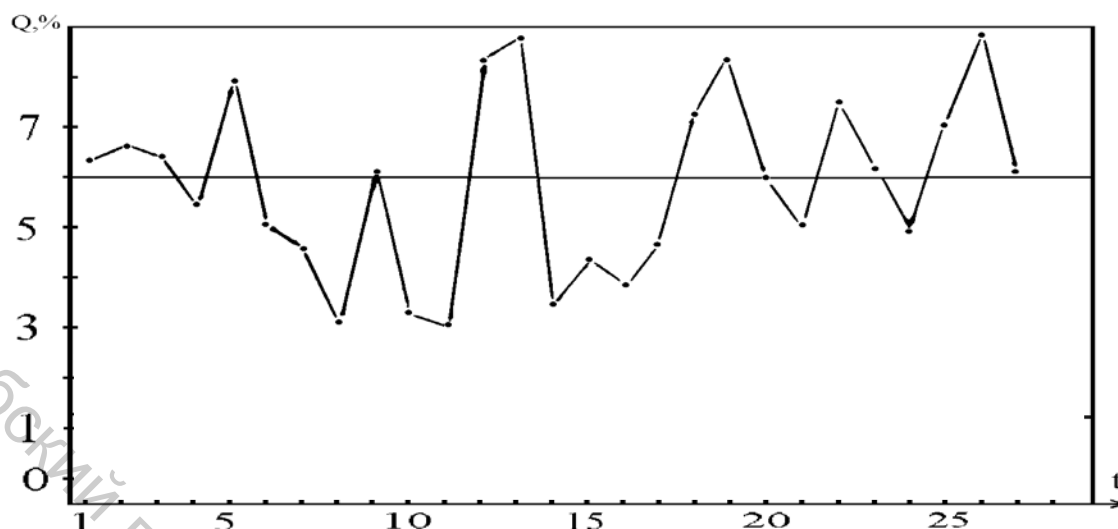


Рисунок 2.8 - Точечные диаграммы последовательностей значений отходов Q_c и Q_m как двух уровней функции $Q=Q(t)$, описывающей изменение отходов при выработке детских носков на чулочном автомате 2АН-14.

Странные аттракторы обуславливают еще одну форму потери устойчивости - хаотизацию состояния системы. Подробно аттракторы рассмотрены в гл. 5 данной работы. Переход от состояния устойчивого равновесия к хаотическому (при жесткой потере устойчивости) может совершаться как скачком, так и после мягкой потери устойчивости. В последнем случае возникающий предельный цикл сам теряет устойчивость.

Во многих процессах трикотажного производства известны явления, которые есть основания рассматривать как хаотизацию. В качестве примеров можно указать на возрастание частоты обрывов нитей при увеличении их натяжения, изменение численности работающего оборудования и численности обслуживающего персонала при колебаниях уровня отходов на стадии вязания. Известны и некоторые эффекты, связанные с управлением технологическими системами в условиях непостоянства качества исходных продуктов, условий их переработки, квалификации обслуживающего персонала и др. Следует отметить, что хаотизация и скачкообразные изменения состояния технологической системы носят, вероятно, атрибутивный характер, а не возникают как некое, своего рода стечение обстоятельств. Поэтому распознавание таких форм поведения системы как возможных выступает в виде приобретенного знания о ней, позволяющего приблизиться к пониманию обуславливающих их причин. Обратим внимание на то, что, вообще говоря, хаотизация не сводима к росту "веса" стохастической компоненты в изменениях параметров состояния системы, хотя повышение интенсивности случайных воздействий - один из факторов хаотизации. Факт хаотизации отражается в изменении области притягивающих состояний на фазовом портрете системы.

В отношении хаотизации важно подчеркнуть, что режим функционирования системы, который характерен сложными, нерегулярными колебаниями переменных ее состояния, должен расцениваться как самостоятельный, не яв-

ляющийся отражением каких-либо ее несовершенств. Он может и должен, как отмечается в [14], изучаться наравне с другими режимами, т.к. в принципе определяется основными уравнениями задачи, а не случайными воздействиями.

Безусловно, реальные технологические системы намного сложнее, чем их модели, которые могут быть построены в рамках тех или иных теорий. Однако ценность рассмотрений систем с различных позиций, в частности с позиций устойчивости, обусловлена возможностью распознавания все новых важных качеств. И в ряду таких качеств, формы потери устойчивости равновесных состояний занимают не последнее место, т.к. определяют динамическое "лицо" конкретной системы.

В свете обсуждения устойчивости легче понять некоторые реакции реальных систем, трудно объяснимые с других точек зрения, как то: внезапное снижение уровня управляемости, резкие перепады дисперсии характеристик системы, спонтанные колебания производительности и доли отходов и т.п. Обратим еще внимание на то, что возможность потери устойчивости при определенных условиях открывает путь переходным явлениям в системах, включая технологические. На взгляд автора это способно обозначить новый взгляд на причины давно известных эффектов и свойств даже в хорошо изученных технологических системах. Так, например, системы, обладающие свойством устойчивости, могут различаться еще и тем, к какому типу они относятся: к локально устойчивым или глобально устойчивым [17]. А это качество определяет их поведение при больших возмущениях. В трикотажном производстве ситуации, в которых возникают такие возмущения, отнюдь не редки. Они могут быть обусловлены необходимостью переработки сырья пониженного качества, при работе в условиях, когда температура и влажность окружающей среды значительно отличаются от нормативных значений, при вынужденном использовании обслуживающего персонала недостаточно высокой квалификации, при ошибках в принятии решений по управлению технологическими системами и др. Отметим, что ввиду отсутствия общего причинного механизма, действие которого неизменно придавало бы технологической системе способность быть устойчивой, имеет смысл искать достаточные условия устойчивости, а применительно к реальным системам оценивать их выполнимость. С другой стороны, полезно иметь пусть даже и слабые критерии, но позволяющие различать реальные системы по степени устойчивости.

Таким образом, информативен не только факт возможности потери технологической системой устойчивости равновесного состояния, но и то в какой форме она может произойти. Это в полной мере и оправдывает рассмотрение таких форм, а также тех признаков, по которым выполняема их идентификация на практике.

2.4. Некоторые особенности динамики технологических систем с позиций устойчивости

Технологические системы в трикотажном производстве – это подвижные образования, способные изменять во времени свои даже наиболее общие свойства. Одним из таких свойств, как уже отмечено выше, а также в [7], является устойчивость состояний равновесия. Рассмотрим простейший пример технологической системы применительно к чулочному производству. Представим такую систему в виде чулочного автомата, обслуживаемого работниками и вырабатывающим изделия определенного вида, например, чулки арт. 1322 из капроновой нити линейной плотности 2,2 текс (Витебское ОАО “КИМ”). Рассмотрим в качестве параметра данной системы отклонение ΔL длины изделий от установленного значения. Точечная диаграмма временного ряда, состоящего из 100 значений ΔL , изображена на рис. 2.9. На ней точки соединены отрезками прямых для большей выразительности. Дадим общую качественную оценку информативности представленной диаграммы с двух позиций: теории случайных функций и теории устойчивости систем.

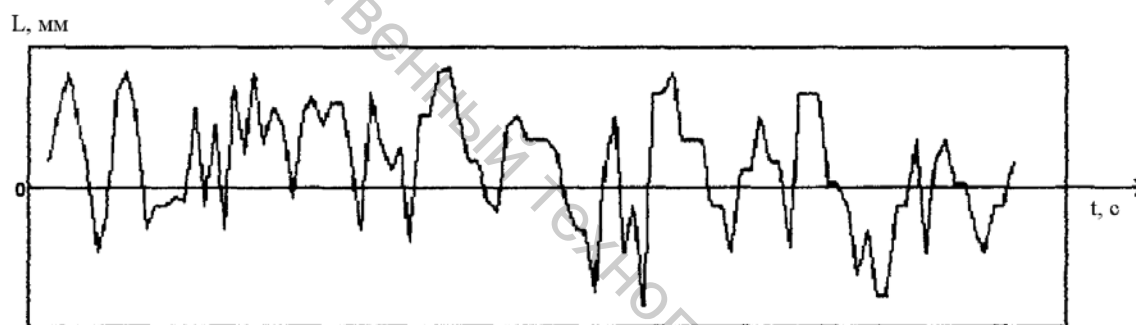


Рисунок 2.9 - Точечная диаграмма изменений во времени отклонений длины чулок арт. 1322 в процессе их последовательной выработки на круглочулочном автомате.

С позиций теории случайных функций (ТСФ) на рис. 2.9 показана реализация случайного процесса, т.к. картина изменений величины ΔL типична для случайных колебаний. Они совершаются относительно нулевого уровня. Не будет чрезмерным преувеличением принять этот уровень в качестве подходящей оценки математического ожидания случайной функции, описывающей зависимость ΔL от времени. Т.к. интенсивность случайных колебаний названного параметра также примерно постоянна во времени, то имеются все основания сказать: перед нами реализация решетчатой стационарной случайной функции. Итак, в рамках ТСФ процесс выработки изделий указанного вида - стационарный. Но возникает вопрос: является ли устойчивым то состояние рассмотренной технологической системы, в котором получаемые изделия имеют нулевое отклонение от заданной длины? С позиций ТСФ такое состояние устойчиво, ибо, судя по реализации на рис. 2.9, величина ΔL , претерпевая колебания отно-

сительно нулевого уровня, в среднем не уходит от него надолго. Иными словами, частота положительных и отрицательных отклонений практически одинакова, и они ограничены по уровню. Таким образом, в рамках ТСФ имеет основания заключение о том, что данная технологическая система в состоянии $\Delta L = 0$ устойчива.

Выясним теперь, что можно увидеть в той же системе с позиций теории устойчивости. Используя последовательность ординат диаграммы, изображенной на рис. 2.9, построим фазовый портрет соответствующей системы в двумерном фазовом пространстве, применяя для его построения один из способов, описанных в предыдущем разделе. Введем фазовые переменные ΔL_i и ΔL_{i+1} . При этом $i=1,2,3,\dots,100$, т.е. первая точка фазового портрета имеет координаты $\Delta L_1, \Delta L_2$, вторая - $\Delta L_2, \Delta L_3$, последняя - $\Delta L_{99}, \Delta L_{100}$. Полученный фазовый портрет для описанной технологической системы представлен на рис. 2.10.

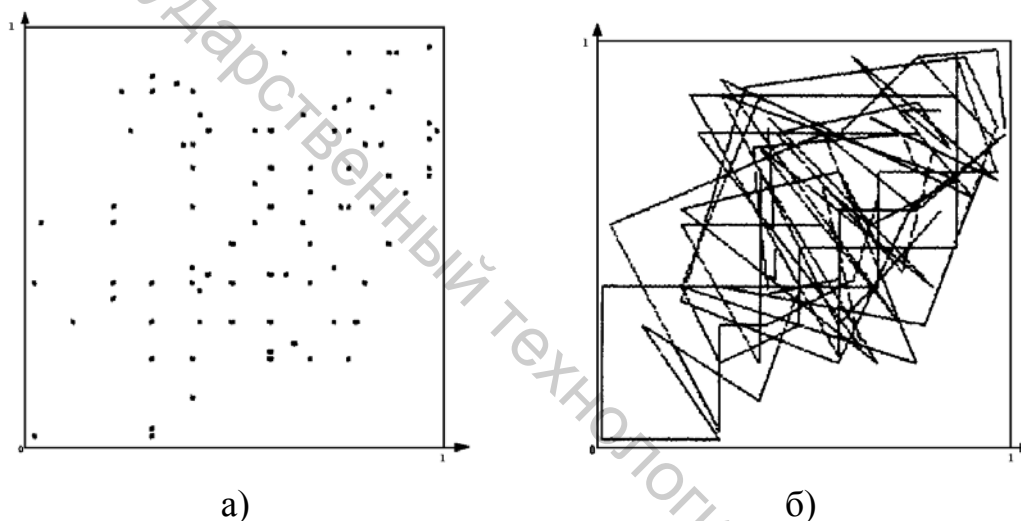


Рисунок 2.10 - Фазовые портреты технологической системы, реализуемой круглощупным автоматом, вырабатывающим чулки арт. 1322: а) образованный фазовыми точками; б) образованный условной фазовой траекторией. Обращает на себя внимание то, что фазовые точки, а также отдельные участки условной фазовой траектории в среднем равномерно заполняют занятую область единичного фазового квадрата.

Фазовый портрет рассматриваемой технологической системы позволяет увидеть важную особенность поведения системы, практически неразличимую на точечной диаграмме. Эта особенность заключается том, что любое ее состояние, не исключая и стандартное ($\Delta L=0$), не более устойчиво, чем остальные. На фазовом портрете мы не обнаруживаем каких-либо сгущений фазовых точек, что свидетельствовало бы о наличии притягивающих областей состояний. Поэтому любую из точек фазового портрета можно интерпретировать как неустойчивую. Иными словами, систему можно видеть как теряющую устойчивость буквально на каждом шагу, т.к. на фазовом портрете не просматриваются внутренние механизмы, которые удерживали хотя бы по вероятности значения фазовой переменной ΔL вблизи стандартного состояния $\Delta L=0$. Этот факт, в ча-

стности, дает основания предположить появление трудностей при попытке снизить на стадии вязания дисперсию колебаний длины изделий относительно заданного значения (например, путем оперативного регулирования).

Совсем иную картину мы видим в другом примере. На рис. 2.11 изображена точечная диаграмма последовательности значений отклонения длины тех же капроновых чулок арт. 1322, но выработанных на другом чулочном автомате, имеющем лучшее техническое состояние, из нитей той же линейной плотности, но другого поставщика.

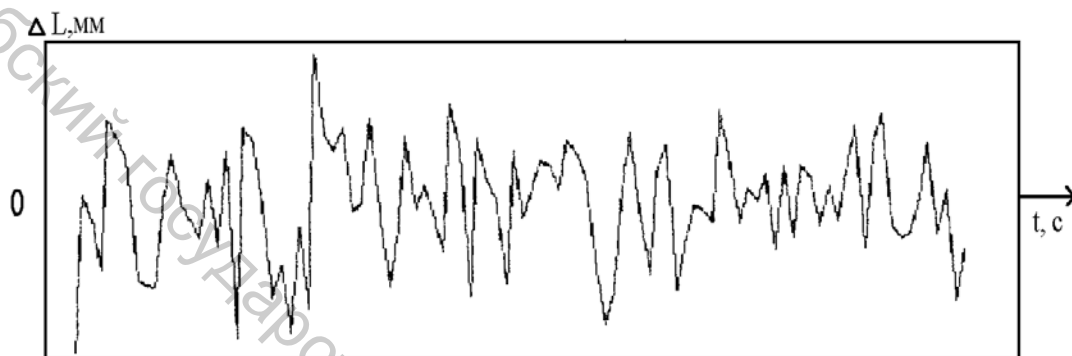


Рисунок 2.11 - Точечная диаграмма изменений во времени отклонений длины чулок арт. 1322 в процессе их последовательной выработки на круглочлочном автомате с улучшенным техническим состоянием.

Диаграмма, как и в предыдущем примере, содержит 100 точек. Вид ее практически неотличим от вида диаграммы на рис. 2.9. Те же внешние признаки стационарности, те же случайные колебания относительно стандартного состояния. Но посмотрим на фазовый портрет системы, построенный с использованием тех же фазовых переменных, что и в предыдущем примере (рис. 2.10), и мы увидим качественно иную картину. Портрет системы теперь содержит область сгущения точек, расположенную вокруг точки, в которой система имеет стандартное состояние. А это указывает на существование области притягивающих состояний системы, свидетельствующей о ее устойчивости. Теперь уже нельзя рассматривать систему как теряющую устойчивость на каждом шагу. Напротив, о каждой фазовой точке есть основание говорить, что самым вероятным направлением перехода состояния системы после того, как она покинет эту фазовую точку, будет направление к стандартному состоянию. Следовательно, в данном примере мы встречаемся с ситуацией, в которой технологическая система может рассматриваться как устойчивая. Она, хотя и испытывает хаотические колебания своего состояния, имеет притягивающее множество состояний, близких к стандартному. Наличие такого множества и является фактором, стремящимся вернуть систему неизменно в одно и то же состояние, в котором $\Delta L = 0$.

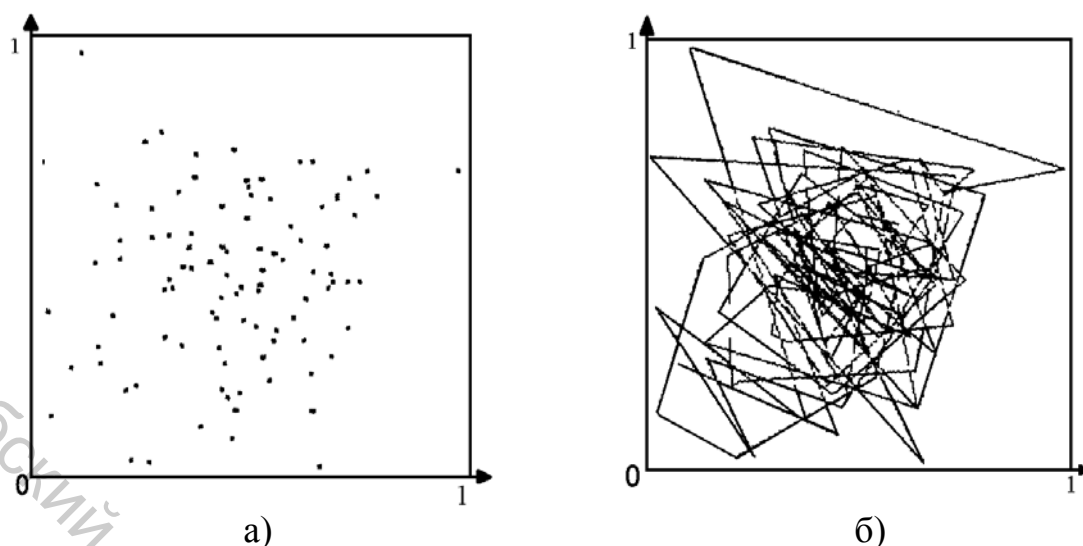


Рисунок 2.12 - Фазовые портреты технологической системы, реализуемой круглошпульным автоматом, вырабатывающим чулки арт. 1322: а) образованный фазовыми точками; б) образованный условной фазовой траекторией. Обращает на себя внимание то, что фазовые точки, а также отдельные участки условной фазовой траектории образуют область сгущений, центром которой оказывается точка, соответствующая стандартному состоянию.

Сравнивая оба примера, можно отметить, что во втором степень хаотичности состояния системы существенно меньшая, чем в первом. Это очевидно связано с большей устойчивостью системы, имеющей притягивающее множество состояний, по сравнению с той, которая такого множества не имеет. Динамика системы, в которой действуют факторы, стабилизирующие ее состояние существенно иная, чем при отсутствии таких факторов. Более того, на взгляд автора, не лишено смысла, предположить, что один из механизмов хаотизации технологических систем тесно связан с явлением потери и восстановления их устойчивости. Когда уход системы от состояния равновесия и возвращение к нему равновероятны (или, по меньшей мере, приблизительно равновероятны), хаотическое состояние системы претендует на роль наиболее естественного. В этой связи интерес представляют результаты исследований динамических систем представленные в [18].

При появлении притягивающего множества состояний системы наступает асимметрия возможностей в ее поведении и как следствие снижение уровня хаотичности в изменениях параметра (или параметров) ее состояния.

Рассмотренные примеры демонстрируют информативность анализа технологических систем с позиций теории устойчивости, в рамках которой хаотическое поведение - не следствие внешних влияний, а присущее системе поведение, обусловленное ее особенностями.

3 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ И АНАЛИЗ ЕЕ УСТОЙЧИВОСТИ

В динамике технологических систем в трикотажном производстве на стадии вязания выделим следующую принципиальную особенность: после единовременного запуска в работу в момент времени t_0 N единиц технологического оборудования количество работающего оборудования X , несмотря на активные действия обслуживающего персонала, самопроизвольно изменяется во времени, в соответствии с неравенством $X \leq N$. Особо подчеркнем, что $X = N$ не только в момент t_0 . На отдельных интервалах времени и после этого момента равенство $X = N$ между установленным и работающим оборудованием также может выполняться. Однако состояние $X = N$, возникающее после момента t_0 , - это как бы восстановленное начальное, из которого она вновь стремится перейти в состояние $X < N$. Уход системы на уровень, отличный от начального, может рассматриваться как свидетельство того, что начальное ее состояние, возникающее в момент времени t_0 и отличающееся тем, что все N входящих в нее вязальных машин находятся в работе, не является устойчивым. Существует состояние, не совпадающее с начальным, к которому система постоянно стремится, достигая его (по меньшей мере, в среднем) через конечный интервал времени. Т.к. состояние при $X = N$ достижимо и после момента t_0 , то его следует рассматривать не только как начальное, но и как желаемое, хотя и неустойчивое состояние, к достижению и поддержанию которого направлены все действия обслуживающего персонала. Следовательно, имеются принципиальные предпосылки использования модели с двумя состояниями равновесия для описания систем рассматриваемого вида: неустойчивого и устойчивого. Такой процесс в технологической системе, когда она из неустойчивого начального состояния переходит в некоторое конечное, как более устойчивое, назовем переходным. Смещение X от начального значения N определяется коэффициентом полезного времени (КПВ) и обусловлено факторами, от которых КПВ зависит. Величина этого коэффициента связана с видом вырабатываемых изделий и в среднем составляет 0.9 в круглочулочном производстве и 0.8 в бельевом и верхнем трикотажном. Таким образом, переходный процесс в технологических системах в трикотажном производстве не только определенно существует, но и оказывается весьма выраженным как качественно, так и количественно.

Идею о переходном процессе представляется целесообразным использовать для моделирования технологической системы путем воспроизведения ее своего рода эволюции в искусственно создаваемых нестационарных условиях, когда системные параметры могут изменяться свободно. Наблюдая за системой в подобных условиях становится возможным получение ответов на следующие вопросы: 1) существует ли состояние устойчивого равновесия технологической системы, в какой области фазового пространства оно находится, к какому типу относится, какими значениями ее характеристик определяется и стремится ли к

нему система с течением времени (условия существования); 2) какими должны быть значения характеристик технологической системы, чтобы из заданного начального ее состояния был возможен переход в устойчивое конечное (условия достижимости). Второй из перечисленных вопросов имеет непосредственное отношение к проектированию технологических систем, открывая, с одной стороны, аспект существования систем, оптимальных по критериям устойчивости, а с другой - обозначая контуры методологии их поиска. Ответы на данные вопросы невозможно получить экспериментальным путем, т.к. здесь речь идет о наблюдении за технологической системой в процессе перехода из заданных начальных состояний в конечные, обусловленные качествами самой системы, при одном условии: начальный момент времени t_0 должен быть одним и тем же для всех фазовых траекторий. Поэтому математическое моделирование оказывается единственным способом исследования технологической системы в пространстве ее возможных состояний.

Для построения математической модели любого объекта необходимо ввести принципы ее построения. Следуя [2], используем такое определение математической модели системы: математическая модель - совокупность соотношений между характеристиками системы, т.е. ее параметрами и показателями, а также ограничениями на них. Из этого определения следует, что для построения модели необходимо: 1) выбрать показатели, характеризующие систему; 2) установить параметры системы; 3) найти соотношения между параметрами и показателями; 4) определить совокупность начальных условий и других исходных данных, отражающих специфику моделируемой системы.

В случаях, когда невозможно перейти непосредственно к математическому описанию, применяется формализация связей. Переход от формализованной схемы к математическому описанию означает представление связей в той или иной количественной форме. В данной работе при создании математической модели технологической системы использовалось как прямое математическое описание, так и формализация связей между отдельными показателями и параметрами. Как критерий адекватности модели рассматривалась новизна, содержательность и непротиворечивость результатов моделирования опыту практики и здравому смыслу. Однако до настоящего времени не разработаны общие приемы формализации систем и процессов. Поэтому подобная задача решается в каждом конкретном случае. Исследования последних лет в области моделирования сложных систем, например [11, 19], показали, что число параметров, отображающих важнейшие качества системы, не может быть большим. Поэтому вся острота вопросов, возникающих при изучении технологических систем, несомненно относящихся к сложным, смещается в сторону поиска таких параметров. Иногда к пониманию того, какие параметры следует рассматривать как системные, приводят логические соображения, порой к ним можно придти лишь интуитивно. Но в любом случае от правильности их выбора зависит как сама возможность построения математической модели изучаемой технологической системы, так и ее эвристический уровень и информационная способность.

Ограничения, накладываемые на показатели и параметры технологической системы и определяемые их физическим содержанием, условиями получения продукта с заданными свойствами, устойчивостью системы и др., являются принципиально необходимыми компонентами математической модели реальной системы.

Опираясь на конкретные сведения из практики эксплуатации технологических систем в трикотажном производстве, учитывая аналогии их с другими сложными системами, принимая во внимание логику связей и взаимосвязей их характеристик, в данной главе сделана попытка моделирования технологической системы в переходных режимах функционирования, в которых такое ее качество, как устойчивость, проявляется наиболее отчетливо.

3.1 Выбор показателей и параметров технологической системы

Вязальный цех в трикотажном производстве представляет собой динамическую технологическую систему, в которой сырье, машины и работники находятся в непрерывном взаимодействии. Для моделирования этой системы, надо выбрать определяющие ее параметры и показатели протекающего в ней процесса. Каким же требованиям они обязаны удовлетворять? Прежде всего, систему необходимо рассматривать через них как целое. Это означает, что во введенных показателях должны найти отражение и так называемые эмергентные свойства системы, т.е. свойства, не выводимые из свойств ее элементов. Являясь общими характеристиками системы, такие показатели обязаны отображать и текущее ее состояние. Их не может быть много, но они должны схватывать наиболее существенные черты технологической системы на макроуровне.

При решении данной задачи предположим, что каждая единица технологического оборудования идентична остальным, а обслуживающий персонал однороден по профессиональному уровню.

Исходя из факта существования трех независимых групп факторов, определяющих состояние технологических систем в трикотажном производстве, связанных с сырьем, оборудованием и обслуживающим персоналом, выберем и соответствующие показатели.

На практике общепринятым показателем работы технологической системы является производительность. Этот показатель отражает текущее ее состояние, т.е. состояние в любой момент времени. Введем функцию $B(t)$, мгновенное значение которой равно объему сырья, переработанного системой к моменту времени t . Производительность системы, очевидно, будет определяться производной $dB(t)/dt$.

Выберем теперь показатель работы единицы вязального оборудования как элемента технологической системы. Обратим внимание на то, что динамическое состояние элемента этой системы и самой системы отличаются в принципе. Если вязальная машина способна находиться в двух состояниях - работы и останова, то технологическая система из $X(t)$ машин, где $X(t)$ - численность работающего

оборудования в момент времени t , всегда находится в состоянии только работы (исключая случай ее технической остановки по окончании установленного периода времени, например, рабочей смены, или общих аварийных остановок). В те интервалы времени, в течение которых единица технологического оборудования находится в работе, ее производительность равна теоретической g , определяющей предельные ее возможности. Поэтому в качестве показателя работы единицы технологического оборудования целесообразно ввести именно теоретическую производительность, определяемую массой сырья, которое может быть переработано в сортную продукцию за единицу времени при непрерывной работе машины. Очевидно, что $B(t) > 0$; $X(t) > 0$; $g > 0$, т.к. нулевые и отрицательные значения указанных величин лишены физического смысла. В качестве параметров технологической системы кроме численности машин $X(t)$ примем численность обслуживающего персонала (в дальнейшем работников), учитывая тот факт, что в состав этого персонала входят вязальщицы и помощники мастеров (в дальнейшем поммастера). Численность вязальщиц обозначим через Y , численность поммастеров - через Z . Величину Y будем рассматривать как функцию времени $Y(t)$. Величину Z используем в качестве параметра с целочисленными значениями. Как принципиально важный момент отметим, что текущие значения $X(t)$ и $Y(t)$ выражаются действительными числами. Для $X(t)$ это объясняется тем, что эта величина определяется как отношение суммы времен t_i пребывания в рабочем состоянии всех $X(t)$ машин на заданном интервале времени T к величине такого интервала. В частности, если бы каждая машина функционировала безостановочно в течение времени T , то суммарное время работы N установленных машин было бы равно $\sum t_i = NT$. Вообще говоря, значение $X(t)$ целочисленно тогда и только тогда, когда $\sum t_i$ делится без остатка на T . Во всех других случаях значение $X(t)$ в любой момент времени выражается рациональным числом. Возможность отображения рациональными числами значений функции $Y(t)$ легко понять, исходя из ее технологического содержания: $Y(t)$ - численность работников, необходимая и достаточная для обслуживания работающего оборудования численностью $X(t)$. При норме обслуживания, которая физически может быть только целочисленной, это ведет к рациональным значениям функции $Y(t)$ в произвольный момент времени.

После пуска N машин, входящих в технологическую систему, происходит изменение параметров $X(t)$ и $Y(t)$ вследствие перехода состояния системы из начального, для которого $X(t) = N$, в конечное с $X(t) \neq N$. Поэтому производительность технологической системы $G = dB(t)/dt$ также является функцией времени $G(t)$. В установившемся режиме $G(t) = \text{Const}$. Не представляется чрезмерным преувеличением считать все введенные моделирующие функции $B(t)$, $G(t)$, $X(t)$, $Y(t)$ гладкими в среднем, а также непрерывными, чтобы допустить их дифференцируемость по времени. Опишем теперь динамику технологической системы, используя введенные показатели и параметры.

Рассмотрим представленную на рис. 3.1 схему распределения и движения ресурсов в технологической системе в переходном процессе.

Схема отображает распределение и движение ресурсов трех видов в технологической системе на двух интервалах времени: на интервале времени Δt , непосредственно следующим за моментом t_0 пуска системы, и на интервале, начиная с момента $t > t_0 + \Delta t$. До момента $t > t_0 + \Delta t$ все N машин, одновременно введенных в работу, и все сырье, необходимое для их заправки, находятся в состоянии активного взаимодействия, которому на схеме соответствует центральная область или ядро. Резервные ресурсы каждого из трех видов отображены на схеме одноименными секторами периферической области вокруг ядра. В переходном процессе, связанном с заменой равенства $X(t)=N$ на неравенство $X(t) \neq N$, может происходить двухсторонний обмен ресурсами между резервами и ядром. Примем, что на интервале времени Δt машины работают безостановочно. Тогда, начиная с момента $t > t_0 + \Delta t$, в технологической системе реализуется два процесса: изменение со скоростью $dY(t)/dt$ численности обслуживающего персонала, вовлеченного в работу, и изменение со скоростью $dX(t)/dt$ численности работающего оборудования. При этом изменения параметров $X(t)$ и $Y(t)$ в переходном

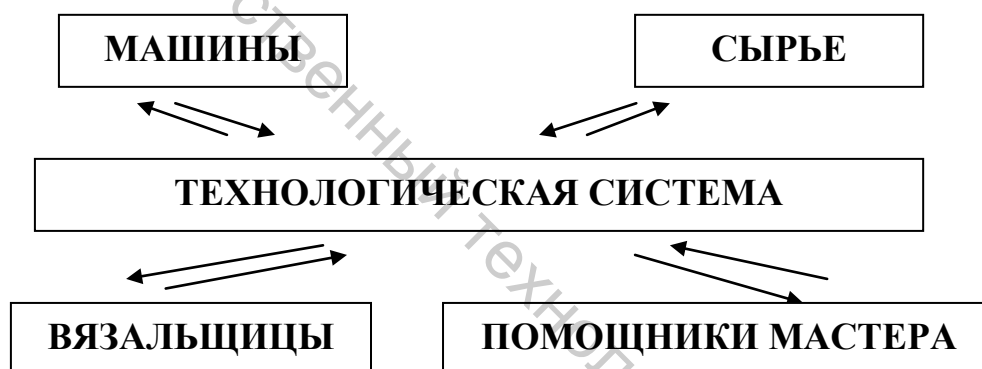


Рисунок 3.1 - Схема распределения и движения ресурсов в технологической системе в переходном процессе: стрелки на схеме указывают возможные направления движения ресурсов в процессе формирования

процессе могут происходить как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения. При определенном соотношении между численностью работающего оборудования $X(t)$ и численностью $Y(t)$ работников, вовлеченных в производственный процесс, скорости их изменения $dX(t)/dt$ и $dY(t)/dt$ станут равными нулю, и в системе установится равновесие. Практика свидетельствует о том, что это состояние более устойчиво, чем исходное, в котором справедливо равенство $X(t)=N=Const$, означающее, что все первоначально установленное оборудование оказывается работающим и численно не изменяющимся.

Как принципиальный факт отметим то, что если бы каждая вязальная машина характеризовалась вероятностью безотказной работы равной единице, то начальное состояние системы с $X(t)=N$ было бы единственным, причем равно-

весным и устойчивым. В действительности же машины не обладают такой надежностью, поэтому неизбежно снижение численности находящихся в работе машин за счет остановов по причинам, связанным с качеством сырья, техническим состоянием оборудования и квалификацией работников. Как очевидное следствие, отсюда вытекает, что при отсутствии обслуживающего персонала через определенный интервал времени все машины самопроизвольно остановились бы. Введение в систему поммастеров и вязальщиц, непрерывно осуществляющих ее техническое и технологическое обслуживание, сводящееся к восстановлению работоспособности машин, в значительной степени нейтрализует тенденцию к утрате машинами работоспособного состояния. Именно это и обеспечивает длительное функционирование системы в стационарном состоянии, т.е. в таком, когда параметры X, Y, Z остаются неизменными в течение неограниченного интервала времени.

Таким образом, при технологической надежности машин меньшей 100% технологическая система не может оставаться сколь угодно долго в начальном состоянии с $X(t)=N$. Смещению X от N способствует еще и то, что требуется определенное время для восстановления работоспособного состояния машины после ее останова. А это делает более длительным пребывание машины в состоянии останова из-за ожидания в очереди на техническое обслуживание, в течение которого другие машины могут также выйти из рабочего состояния.

Используем теперь изложенные соображения для построения математической модели технологической системы в трикотажном производстве.

3.2 Построение математической модели технологической системы

Построим математическую модель технологической системы, используя показатели, параметры, соотношения и соображения, изложенные в предыдущем разделе. При этом, как уже отмечено выше, будем рассматривать формирование технологической системы в искусственных нестационарных условиях, в которых ее параметры $X(t)$ и $Y(t)$ изменяются свободно от заданных начальных значений $X_0(t)$, $Y_0(t)$. Для упрощения записей условимся в дальнейшем не указывать аргумент t в записи функций времени $X(t)$ и $Y(t)$.

Рассмотрим вначале скорость изменения в переходном процессе численности работающего оборудования dX/dt . Как уже отмечено выше в разд. 3.1, технологическая система с численностью работающего оборудования $X = N$, не обслуживаемого вязальщицами и поммастерами, с течением времени самопроизвольно переходит в состояние $X = 0$, когда все машины прекращают функционирование. Скорость изменения численности работающего оборудования dX/dt , обусловленная таким переходом, будет обратно пропорциональна вероятности перехода машин в неработоспособное состояние из-за возникновения отказов. В свою очередь вероятность перехода машин в неработоспособное состояние пропорциональна численности работающего оборудования. Этот переход является фактором сдерживания роста численности работающего оборудования в искус-

ственных нестационарных условиях, а значит, и стабилизации формирующейся технологической системы. Таким образом, с учетом описанной тенденции можно написать следующее уравнение:

$$dX/dt = -k_1X \quad (3.1)$$

Вид его и знак минус в правой части соответствует факту самопроизвольного снижения численности X работающего оборудования при отсутствии технического обслуживания со скоростью обратно пропорциональной численности работающего оборудования. Решением уравнения (3.1) является функция $X = N \exp(-kt)$, которая, как известно, описывает поток отказов оборудования в обслуживаемых технических системах.

Для нейтрализации растущего потока остановов машин в технологическую систему вводится обслуживающий персонал, состоящий из Y вязальщиц и Z поммастеров. Рассмотрим, каким может быть механизм влияния этих параметров на скорость dX/dt изменения численности работающего оборудования в переходном процессе. Обратим внимание на то, что $Y < X$ и $Z < X$ всегда. Поэтому возможность технического обслуживания машины немедленно после ее останова будет определяться соответствующими вероятностями. Как количественные меры этих вероятностей естественно принять отношения Y/X и Z/X , заданные так же, как и вероятности, на интервале $[0; 1]$. Очевидно, что скорость изменения в переходном процессе численности работающего оборудования прямо пропорциональна этим отношениям. Добавим в уравнение (3.1) соответствующие члены, после чего оно станет таким:

$$dX/dt = -k_1X + k_2Y/X + k_3Z/X \quad (3.2)$$

Правая часть (3.2) моделирует суперпозицию двух процессов: самопроизвольного перехода машин из рабочего состояния в состояние останова и восстановление работоспособности машин действиями обслуживающего персонала.

Рассмотрим теперь скорость изменения в переходном процессе численности вязальщиц dY/dt , вовлекаемых в работу в технологической системе, формирующейся в искусственной нестационарной среде. Если величину dY/dt интерпретировать как количественную меру потребности в обслуживании машин вязальщицами, то этот уровень потребности можно рассматривать, по меньшей мере в первом приближении, как состоящий в обратно пропорциональной зависимости от числа работниц, вовлеченных в производственный процесс. Это достаточно очевидно, т.к. рост численности работниц Y снижает потребность в обслуживании ими машин вследствие все большего ее удовлетворения. Таким образом, для переменной Y можно ввести соотношение, аналогичное (3.1):

$$dY/dt = -k_1Y \quad (3.3)$$

Однако, существует еще один фактор, снижающий скорость роста численности работников, привлекаемых к обслуживанию машин в переходном процессе и тем самым стабилизирующий размеры технологической системы. Им является вероятность обслуживания работницей единицы технологического оборудования. Рост такой вероятности состоит в обратной зависимости от изменения численности работников, вовлекаемых в производственный процесс. Основываясь на этом очевидном факте, можно принять, что величина dY/dt обратно пропорциональна вероятности обслуживания, количественная мера которой Y/X . Эту величину вводим в (3.3) с отрицательным знаком.

Следует еще учесть, что вовлечению вязальщиц в работу способствует техническое обслуживание вязальных машин со стороны поммастеров. Повышение вероятности такого обслуживания, способствует росту численности работающего оборудования X . Однако падение скорости роста X из-за роста частоты остановов машин (что моделируется уравнением 1) ведет к возрастанию, по крайней мере, в потенциальном плане, потребности в обслуживании их вязальщицами. Поэтому в правую часть (3) необходимо добавить положительный член, содержащий отношение Z/X , как меру указанной вероятности. Окончательно будем иметь:

$$dY/dt = -k_4Y - k_5Y/X + k_6Z/X \quad (3.4)$$

Для установления связи между параметрами X , Y и показателями B и g , используем математическое представление функции $B(t)$, определение которой дано в разд. 3.1: $B = \int gX dt$. Дифференцирование по t приводит к уравнению:

$$dB/dt = g X \quad (3.5)$$

где dB/dt – производительность технологической системы, в составе которой имеется X единиц работающего оборудования с теоретической производительностью, равной g .

Объединим (2), (4) и (5) в систему:

$$\begin{aligned} dX/dt &= -k_1X + k_2Y/X + k_3Z/X \\ dY/dt &= -k_4Y - k_5Y/X + k_6Z/X \\ dB/dt &= g X \end{aligned} \quad (3.6)$$

Эту систему дифференциальных уравнений и будем рассматривать в качестве математической модели технологической системы в трикотажном производстве. Она отражает взаимодействие работников, машин и сырья, как составляющих любого производственного процесса. Постоянные коэффициенты модели $k_1 \dots k_6$ имеют достаточно четкую технологическую интерпретацию, представленную таблицами 3.1 и 3.2.

Таблица 3.1 - Технологическая интерпретация коэффициентов $k_1 \dots k_3$ математической модели (3.6)

№	Наименование фактора, влияющего на скорость изменения численности вязальных машин, вовлекаемых в производственный процесс	Обозначение коэффициента
1	Техническая надежность машин	k_1
2	Уровень физических, организационно-технологических и профессиональных возможностей вязальщиц	k_2
3	Уровень физических, организационно-технологических и профессиональных возможностей поммастера	k_3

Таблица 3.2 - Технологическая интерпретация коэффициентов $k_3 \dots k_6$ математической модели (3.6)

№	Наименование фактора, влияющего на потребность в обслуживании машин вязальщицами, отображаемую величиной dY/dt	Обозначение коэффициента
1	Численность вязальщиц, вовлеченных в производственный процесс	k_4
2	Уровень физических, организационно-технологических и профессиональных возможностей вязальщиц	k_5
3	Уровень физических, организационно-технологических и профессиональных возможностей поммастера	k_6

Принимая во внимание реальные условия работы технологических систем, эти коэффициенты в общем случае следует рассматривать как случайные величины с определенными математическими ожиданиями и дисперсиями. С учетом лишь математических ожиданий коэффициентов модели системы переход ее из неустойчивого начального состояния в устойчивое конечное представляется, как процесс, необратимо текущий от состояния $X=N$ к состоянию $X \neq N$. Однако наличие дисперсий делает понятной и возможность обратного перехода от $X \neq N$ к $X=N$. Тем не менее, как показано выше, состояние при равенстве $X=N$ не является устойчивым. Поэтому переход технологической системы в это состояние будет всегда временным, и в среднем будет наблюдаться переход в состояние $X \neq N$, как более устойчивое.

Общий анализ особенностей системы уравнений (2) и (4), позволяет предположить, что изменение численности работающего оборудования X и соответствующее изменение численности вязальщиц Y , при фиксированной численности поммастеров Z , приведет, в конечном итоге, к тому, что значения величин dX/dt и dY/dt , определяемые соотношениями (2) и (3), станут равным нулю, и рост параметров X и Y технологической системы прекратится. В системе установится равновесие.

Выясним, возможно ли такое состояние, и, если возможно, то при каких значениях параметров X и Y оно достигается.

3.3 Стационарное состояние технологической системы и условия его существования

В качестве стационарного состояния технологической системы будем рассматривать то, в котором X и Y оказываются постоянными величинами, не зависящими от времени и равными X_s и Y_s . С практической точки зрения параметры стационарных состояний определяют оптимальные размеры устойчивых технологических систем в трикотажном производстве. Существование стационарных состояний свидетельствует о наличии предельных соотношений между параметрами технологической системы, которые устанавливаются в ней с течением времени и в дальнейшем не изменяются.

Известно, что в стационарных точках первые производные по времени от фазовых переменных равны нулю. Поэтому для отыскания координат таких точек приравняем правые части двух первых уравнений системы (6) к нулю и получим систему двух алгебраических уравнений:

$$-k_1X + k_2Y/X + k_3Z/X = 0; -k_4X - k_5Y/X + k_6Z/X = 0 \quad (3.7)$$

Она содержит параметры системы X, Y, Z и является нелинейной. Решение ее X_s, Y_s может быть получено из следующих соотношений:

$$Y_s = k_6Z / (k_4X_s + k_5) \quad (3.8)$$

Координата X_s стационарной точки может быть получена как решение кубического уравнения

$$AX_s^3 + BX_s^2 + CX_s + D = 0 \quad (3.9)$$

где: $A = k_1k_4$; $B = k_1k_5$; $C = -k_3k_4$; $D = -(k_2k_6 + k_3k_5)Z$.

Важная особенность уравнения третьей степени состоит в том, что оно всегда имеет хотя бы один действительный корень. Более детальное исследование корней уравнения (3.9) показывает, что при значениях коэффициентов $k_1 \dots k_6$, соответствующих реалистическим вариантам параметров технологических систем, лишь один из его действительных корней оказывается положительным, т.е. имеющим физический смысл.

Соотношения, определяющие фазовые координаты стационарной точки, показывают, что эти координаты определяются всеми шестью коэффициентами модели (3.6). Следовательно, стационарное состояние технологической системы обуславливается влиянием тех же факторов, которые определяют скорости изменения параметров X и Y .

Формулы (8) и (9) указывают на две особенности связи в стационарном режиме между численностью работающего оборудования в технологической системе X и численностью обслуживающего персонала Y . Во-первых, координаты стационарной точки X_s, Y_s зависят от параметра Z - численности поммастеров. Эта связь отличается сложным нелинейным характером, что вполне соответствует действительности: рост численности поммастеров Z благоприятствует росту численности работниц Y , т.к. связан с повышением вероятности обслуживания машин, перешедших в состояние останова. Однако, повышая долю работающего оборудования X , рост Z , свидетельствует о необходимости более частотного технического обслуживания машин, что указывает на повышение доли оборудования, находящегося в неработоспособном состоянии и требующего вмешательства поммастеров, а это снижает численность вязальщиц, вовлекаемых в производственный процесс.

Во-вторых, вычисление координат X_s, Y_s может производиться только в одной последовательности: от X_s к Y_s , и это также находится в согласии с организационным принципом построения реальных технологических систем в трикотажном производстве, состоящим в том, что численность работниц Y обуславливается численностью работающего оборудования X .

Проведенный анализ формул (3.8) и (3.9) показывает, что они соответствуют логике связей между входящими в них величинами и не содержат особенностей, противоречащих здравому смыслу и опыту практики.

Однако наличие стационарной точки еще ничего не говорит ни об ее достижимости, ни об устойчивости соответствующего состояния системы, если об этой точке известно, что она существует в фазовом пространстве. Например, такая точка может оказаться особой типа “седло” или “центр”, через которую не проходит ни одна из возможных фазовых траекторий. Поэтому эти вопросы требуют дополнительного исследования.

3.4 Оценка устойчивости стационарного состояния технологической системы

Оценку устойчивости стационарного состояния осуществим с помощью фазового портрета технологической системы, модель которой представлена системой дифференциальных уравнений (3.6). Фазовые траектории, образующие фазовый портрет, являются фактически графической формой зависимости переменных X и Y при фиксированных значениях Z . По фазовому портрету легко определить, имеет или нет данная система устойчивое стационарное состояние, а также идентифицировать тип стационарной точки и, следовательно, возможность ее достижения при движении вдоль фазовых траекторий.

Фазовые траектории построим методом конечных разностей. Конечно-разностные уравнения для вычисления координат точек фазовых траекторий представим как

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_i ; Y_{i+1} = Y_i + \Delta Y_i ,$$

где X_i , X_{i+1} , Y_i , Y_{i+1} - значения фазовых переменных на i -ом и $(i+1)$ -ом шагах, а ΔX_i и ΔY_i - приращения фазовых переменных при переходе от i -го к $(i+1)$ -му значению фазовой переменной за время Δt . Формулы для вычисления приращений, выведенные из уравнений (3.6), в которых дифференциалы dX , dY и dt заменены конечными приращениями этих величин, имеют вид:

$$\begin{aligned}\Delta X_i &= -k_1 X + k_2 Y_i / X_i + k_3 Z_i / X_i \Delta t; \\ \Delta Y_i &= -k_4 Y_i - k_5 Y_i / X_i + k_6 Z_i / X_i \Delta t\end{aligned}\tag{3.10}$$

Используя эти соотношения, исследуем устойчивость технологических систем в трикотажном производстве, а также зависимость уровня устойчивости от параметров системы и начальных условий, задаваемых по параметрам X и Y . Рассмотрим также вопрос о существовании и условиях существования стационарного состояния системы, его устойчивости и типе стационарной точки. При этом критерием достижимости стационарной точки являлось прохождение через нее хотя бы одной фазовой траектории. Как критерий устойчивости состояния равновесия системы рассматривалось направление фазовых траекторий, по отношению к стационарной точке. Оценку устойчивости стационарного состояния проведем для двух случаев:

- при отсутствии постоянно действующих случайных возмущений состояния технологической системы;
- при постоянно действующих случайных возмущениях состояния технологической системы.

3.4.1 Оценка устойчивости стационарного состояния при постоянной производительности технологической системы

Будем строить описанным выше методом и анализировать фазовые портреты технологической системы при различных значениях коэффициентов $k_1 \dots k_6$ ее математической модели (3.6) и заданных начальных условиях. Так как система дифференциальных уравнений (3.6) существенно нелинейная, то важно, прежде всего, установить принадлежит ли к неизменному типу та точка покоя фазового пространства X, Y , которую можно будет рассматривать в качестве стационарной. Как показано выше, координаты такой точки X_s и Y_s определяются формулами (3.8) и (3.9). Выясним взаимное расположение точки $S(X_s, Y_s)$ и фазовых траекторий, образующих фазовый портрет конкретных технологических систем. Для расчета координат фазовых точек необходимо иметь конкретные численные значения коэффициентов $k_1 \dots k_6$ математической модели (3.6). Рассмотрим, каким образом можно получить количественные оценки этих коэффициентов, основываясь на некоторых достаточно выраженных логических и математических соотношениях между ними.

Рассмотрим коэффициенты k_2 и k_3 , отображающие в первом уравнении системы (3.6) влияние вероятностей обслуживания машин (в случае их останова)

соответственно вязальщицами и поммастерами. В реальных технологических системах один поммастер обслуживает m рабочих зон, причем m существенно больше единицы. Обратим внимание также на то, что цель обслуживания вязальных машин одна и та же, как у вязальщицы, так и у поммастера: восстановить их работоспособное состояние после останова. Однако вязальщица обслуживает одну рабочую зону, между тем как поммастер – « m » рабочих зон. Поэтому интенсивность его влияния на численность работающего оборудования, а значит и на скорость его изменения в переходном процессе в « m » раз больше интенсивности влияния со стороны вязальщицы. Тогда между коэффициентами k_2 и k_3 можно установить соотношение $k_3 \approx m k_2$. Данное равенство выражает своего рода принцип эквивалентности между действиями вязальщиц и поммастеров с позиций их целей.

По аналогии с соображениями в отношении коэффициентов k_2 и k_3 можно ввести такое же соотношение и между коэффициентами k_6 и k_5 : $k_6 \approx m k_5$, что также является проявлением названного выше принципа эквивалентности.

Проанализируем теперь возможные соотношения между коэффициентами k_5 и k_2 в реальных условиях работы технологической системы. Коэффициент k_5 характеризует сдерживающее влияние действий вязальщиц в технологической системе на скорость роста их численности. С другой стороны, $X/Y \approx N_0$, где N_0 – норма обслуживания оборудования.

Следовательно, приращение Y на единицу способно изменить X на N_0 единиц. Поэтому между коэффициентами k_5 и k_2 допустимо в первом приближении ввести соотношение $k_5 \approx 1/N_0 k_2$, уточненное ниже.

Применительно к коэффициентам k_3 и k_6 можно принять, что влияние Z на dX/dt и dY/dt пропорционально отношению X/Y . Т.к. $X/Y \approx N_0$, то получаем: $k_3 \approx A N_0 k_6$, где A – некоторый постоянный коэффициент. Выше установлено, что $k_3 \approx m k_2$, тогда: $k_6 \approx m / (A N_0) k_2$. Но, как уже показано, $k_6 \approx m k_5$. Поэтому $k_5 \approx 1 / (A N_0) k_2$, что уточняет введенное выше соотношение $k_5 \approx 1/N_0 k_2$.

При сравнении коэффициентов k_1 и k_4 учтем тот достаточно очевидный факт, что сдерживающее влияние X на X' в N_0 раз сильнее сдерживающего влияния Y на Y' вследствие того, что $N_0 \approx X/Y$. Тогда для коэффициента k_4 имеем: $k_4 \approx 1/N_0 k_1$.

Таким образом, шесть коэффициентов модели $k_1 \dots k_6$ при учете соотношений между этими коэффициентами в реальных условиях удастся свести к двум: k_1 и k_2 . Задавая значения этих коэффициентов, получаем всю систему коэффициентов $k_1 \dots k_6$. Величина коэффициентов может быть определена из наблюдений, проводимых в реальных технологических системах. Результаты таких наблюдений и соответствующих вычислений представлены в табл. 3.3.

Для получения представления о возможных состояниях технологической системы в строках табл. 3.3, начиная со второй, приведены значения параметров системы, отличные от средних значений, содержащихся в первой ее строке и соответствующих технологическим системам с производительностью порядка

Таблица 3.3 - Значения коэффициентов $k_1 \dots k_6$ математической модели (3.6)

№ п/п	Значения коэффициентов					
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6
1	0.00081	0.064	0.63	0.00014	0.015	0.1266
2	0.00078	0.064	0.30	0.00014	0.031	0.1200
3	0.00081	0.064	0.63	0.00014	0.001	0.1266

100...150 колготок женских в смену на базе одноцилиндровых круглочулочных автоматов.

Фазовый портрет моделируемой технологической системы представлен на рис. 3.2. Он показывает, что фазовые траектории из различных областей фазовой плоскости X, Y , определяемых начальными условиями, сходятся к точке S , координаты которой задаются соотношениями (3.8), (3.9). Вид и направление

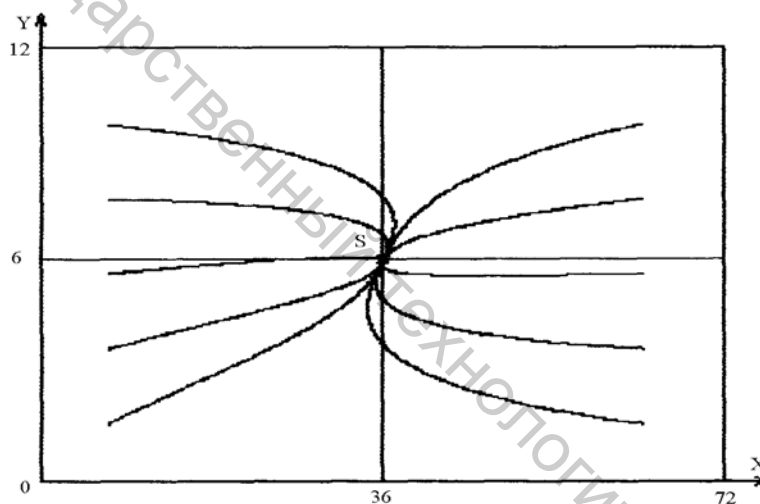


Рисунок 3.2 - Фазовый портрет технологической системы в чулочном производстве в виде семейства фазовых траекторий, направленных от начальных точек к стационарной точке S , координаты которой соответствуют устойчивому состоянию системы. Расчеты по модели (3.6) выполнены при значениях коэффициентов $k_1 \dots k_6$, содержащихся в 1-ой строке табл. 3.3.

кривых, а также характер их приближения к точке S позволяют заключить, что данная стационарная точка относится к типу, называемому асимптотически устойчивым узлом. Таким образом, при любых начальных сочетаниях технологическая система, моделируемая уравнениями (3.6), при значениях коэффициентов $k_1 \dots k_6$, взятых из первой строки табл. 3.3, стремится перейти в состояние со значениями этих параметров, равными X_S, Y_S , определяющими положение стационарной точки. Следовательно, существование среди множества возможных состояний технологической системы устойчивого стационарного состояния, а

также его достижимость получают подтверждение, по меньшей мере, на уровне математического моделирования.

Выясним теперь, в какой мере вид фазового портрета системы, а значит, и возможность заключения о наличии устойчивого стационарного состояния технологической системы, зависит от значений коэффициентов $k_1 \dots k_6$ ее математической модели (3.6). Используем данные 2-ой строки табл. 3.3 для построения фазового портрета соответствующей технологической системы, представленного на рис. 3.3. Анализируя его, мы видим неизменность главного факта: технологическая система имеет устойчивое стационарное состояние, при переходе в которое ее параметры X и Y перестают зависеть от времени. Сохраняется и тип стационарной точки – это по-прежнему асимптотически устойчивый узел.

Перейдем теперь к 3-ей строке табл. 3.3, содержащей еще один набор значений коэффициентов $k_1 \dots k_6$. Использование данных этой строки имеет целью ответ на вопрос о возможных эволюциях фазового портрета в зависимости от значений коэффициентов $k_1 \dots k_6$. Подобный вопрос представляет интерес еще и потому, что на практике изменения параметров состояния технологических систем неизбежны. Они могут быть спонтанными, т. е. обусловленными лишь внутренними причинами. К ним можно отнести: изменение технического состояния оборудования, отклонение его настройки от стандартной, различие в квалификации персонала, обслуживающего технологическое оборудование в разные рабочие смены, и т. п. В других случаях они оказываются откликом на внешние воздействия, к которым относятся и колебания качества исходных продуктов, и изменения температурно-влажностного режима работы цеха, и различия в качестве применяемых игольно-платинных изделий и влияние ряда других факторов. Поэтому графический вид фазового портрета может выступать в роли своего рода паттерна, как узора состояния технологической системы, что облегчает слежение за ней и принятие решений по управлению ею.

Фазовый портрет технологической системы, при значениях коэффициентов модели, задаваемых 3-ей строкой табл. 3.3, изображен на рис. 3.4. Изображенный на рис. 3.4 фазовый портрет сохраняет все основные особенности, видимые на фазовых портретах на рис. 3.2 и 3.3. Такой особенностью является, прежде всего, стационарная точка типа асимптотически устойчивого узла, через которую проходят фазовые траектории технологической системы при различных начальных условиях.

На всех трех рисунках фазовые траектории подходят к стационарной точке S как слева, так и справа. Это означает, что формирование технологической системы в переходном процессе может начинаться со значений параметров X и Y как меньших, так и больших X_s и Y_s . В соответствии со схемой на рис. 3.1 движение ресурсов в переходном процессе в первом случае происходит в направлении из резервных областей в ядро, во втором случае – в обратном порядке. Это указывает на то, что стационарное состояние технологической системы не зависит от начальных условий, а определяется лишь коэффициентами $k_1 \dots k_6$, что следует и из соотношений (3.8) и (3.9).

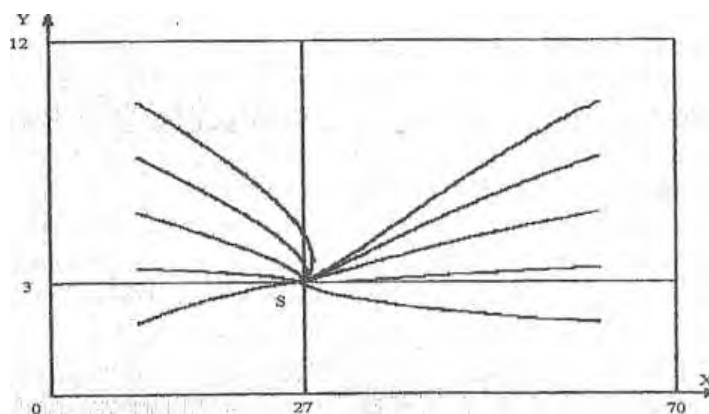


Рисунок 3.3 - Фазовый портрет технологической системы в чулочном производстве в виде семейства фазовых траекторий, направленных от начальных точек к стационарной точке S, соответствующей устойчивому состоянию системы. Расчеты по модели (3.6) выполнены при значениях коэффициентов $k_1 \dots k_6$ из 2-ой строки табл. 3.3.

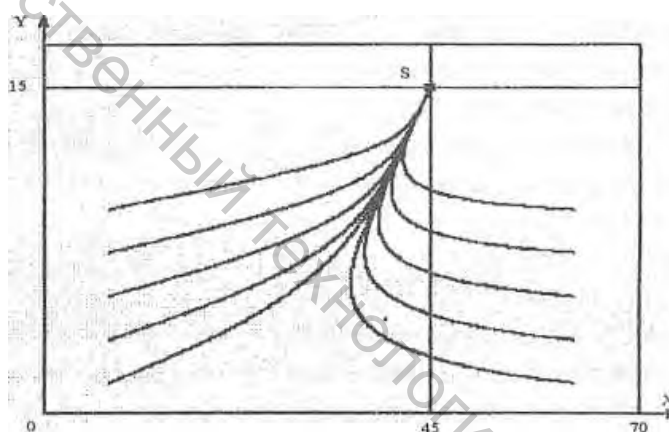


Рисунок 3.4 - Фазовый портрет технологической системы в чулочном производстве в виде семейства фазовых траекторий, направленных от начальных точек к стационарной точке S: расчеты по модели (3.6) выполнены при значениях коэффициентов $k_1 \dots k_6$, содержащихся в 3-ей строке табл. 3.3.

В работе [20] показано, что фазовыми портретами рассмотренного типа характеризуются устойчивые технологические системы в условиях реального чулочно-носочного производства. Так фазовый портрет типа, приведенного на рис. 3.2, в виде семейства фазовых траекторий, направленных от начальных точек к стационарной точке хорошо описывает технологическую систему на базе двухцилиндровых автоматов с теоретической производительностью 150 изделий в смену.

Таким образом, построенные математические модели технологических систем в трикотажном производстве получают практическое подтверждение их адекватности.

3.4.2 Оценка устойчивости стационарного состояния при изменяющейся во времени производительности технологической системы

Случайные возмущения состояния технологической системы промоделируем путем представления коэффициентов $k_1 \dots k_6$ ее математической модели (3.6) как случайных величин, распределенных на заданном интервале их возможных значений в соответствии с введенной функцией распределения. Пусть k_i - коэффициент модели, причем $k_i \in [k_i^{\min}, k_i^{\max}]$. Тогда для моделирования его случайных колебаний применим стандартное линейное преобразование случайных величин: $k_i = k_i^{\min} + \xi(k_i^{\max} - k_i^{\min})$, где $\xi \in [0;1]$ - случайная величина с заданной функцией распределения. Это преобразование позволяет объединить на алгоритмическом уровне два состояния технологической системы: при $k_i^{\min} = k_i^{\max}$ моделируется отсутствие случайных возмущений, а при $k_i^{\min} \neq k_i^{\max}$ моделируются случайные возмущения с интенсивностью, пропорциональной величине интервала $(k_i^{\min} \dots k_i^{\max})$. При этом попытаемся установить нарушается ли единственность состояния равновесия системы, если она существует при отсутствии внешних случайных возмущений. Оценку устойчивости проведем по фазовым портретам технологической системы для двух существенно отличающихся по величине интервалов $(k_i^{\min} \dots k_i^{\max})$ с равномерным распределением на них значений k_i . В качестве исследуемой примем технологическую систему, соответствующую набору коэффициентов k_i в первой строке табл. 3.3. Фазовые портреты этой системы, представленные на рис. 3.5 и 3.6, получены при случайных вариациях коэффициентов k_i в пределах интервалов $(k_i \pm 0.1k_i)$ и $(k_i \pm 0.25k_i)$ соответственно. Оба фазовых портрета свидетельствуют о том, что ни малые, ни большие случайные флуктуации коэффициентов k_i в целом не изменяют общего характера устойчивости. Однако по мере приближения к стационарной точке S форма фазовых траекторий становится все более хаотичной. Это хорошо видно на рис. 3.6. Такое поведение системы вблизи стационарной точки в условиях действия случайных возмущений ее состояния может быть объяснено следующим образом. Из соотношений (3.10) мы видим, что при движении в фазовом пространстве вдоль некоторой фазовой траектории интервалу времени Δt соответствуют изменения фазовых переменных ΔX и ΔY . Однако, чем ближе движущаяся фазовая точка к точке S , тем меньшими будут значения ΔX и ΔY на каждом шаге Δt . Поэтому остающиеся неизменными по интенсивности случайные флуктуации коэффициентов k_i будут оказывать возрастающее влияние на координаты точек участка фазовой траектории вблизи точки S , увеличивая дисперсию значений координат.

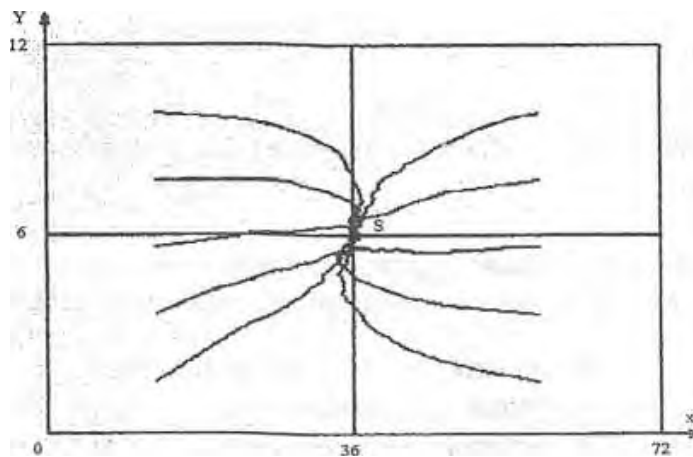


Рисунок 3.5 - Фазовый портрет технологической системы, соответствующей строке 1 табл. 3.3, в виде семейства фазовых траекторий, направленных от начальных точек к области, содержащей “квазистационарные” точки S_j : расчеты координат выполнены при использовании коэффициентов k_i ($i=1,2,...6$) как случайных величин, равномерно распределенных на интервалах $(k_i \pm 0.1k_i)$.

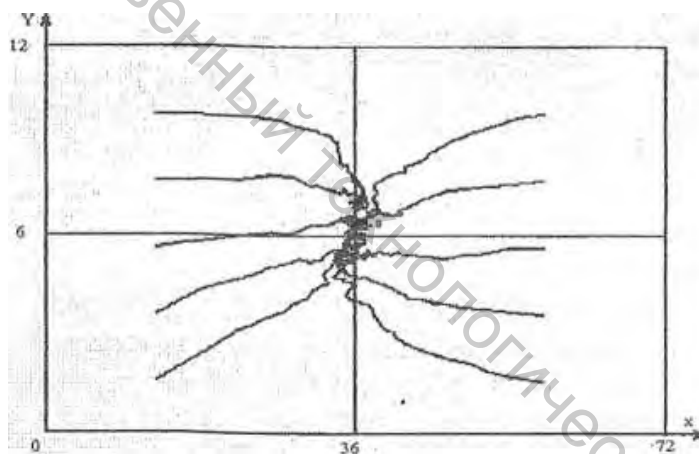


Рисунок 3.6. Фазовый портрет технологической системы в чулочном производстве в виде семейства фазовых траекторий, направленных от начальных точек к стационарной точке S : расчеты координат выполнены при использовании коэффициентов k_i ($i=1,2,...6$) как случайных величин, равномерно распределенных на интервалах $(k_i \pm 0.25k_i)$.

Это и находит выражение в хаотизации фазового портрета в окрестностях стационарной точки. С другой стороны, из соотношений (3.8) и (3.9) вытекает, что дисперсия коэффициентов модели является причиной дисперсии координат стационарной точки S . Иными словами, при действии случайных возмущений каждая j -я фазовая траектория заканчивается в своей стационарной точке S_j . Эти стационарные точки можно рассматривать как возможные положения той стационарной точки, к которой система стремится при отсутствии случайных возмущений ее состояния. При уменьшении до нуля дисперсии значений коэффи-

циентов модели технологической системы, множество точек S_j сливаются в одну точку – точку S .

Таким образом, в условиях случайных возмущений состояния технологической системы стационарная точка расщепляется на множество точек, в каждой из которых заканчивается соответствующая фазовая траектория. Размеры области, занимаемой в фазовом пространстве этим множеством, определяются дисперсией характеристик, обуславливающих основные качества и особенности конкретной системы.

3.5 Заключительные замечания

Результаты моделирования и анализа устойчивости технологических систем в трикотажном производстве позволят сделать некоторые обобщения относительно структурной организации таких систем и особенностей их функционирования. Прежде всего, отметим, что такое качество, как устойчивость рассмотренных систем, отражается в характере изменения параметров, важных с позиций их существования и оптимального функционирования. Моделирование показывает, что устойчивая технологическая система имеет определенные размеры. Пусть, например, такая система определяется параметрами Z, X_s, Y_s . Тогда в производственном цехе можно установить M таких систем, функционирующих независимо друг от друга. Технологическая система с оптимальными по критериям устойчивости размерами и теоретической производительностью оборудования является минимальной по размерам, стационарной и устойчивой. Она с полным основанием может рассматриваться как своего рода структурная ячейка производственного участка или цеха. Следует обратить внимание еще на то, что устойчивая технологическая система, характеризующаяся значением $Z=2$ не эквивалентна совокупности двух технологических систем, соответствующих $Z=1$, т.к. при $Z=2$, т.е. при двух поммастерах, обслуживающих одну рабочую зону, вероятность немедленного обслуживания машины после момента ее остановки выше, чем при $Z=1$. Иными словами, в устойчивой технологической системе со значением $Z=2$ действуют иные взаимосвязи, чем в системе с $Z=1$. Это представляется достаточно очевидным и аргументу. Однако то, что данная особенность отображается построенной математической моделью, свидетельствует в пользу ее информативности и адекватности производственной реальности.

При построении математической модели технологической системы в трикотажном производстве использован ряд логических, технологических, математических соотношений, в основе которых лежат простые и вместе с тем очень характерные для существующих систем свойства, особенности и принципы. Исследование моделей, построенных с учетом этих условий и требований, показывает, что технологические системы, включающие машины, работников, сырьевые ресурсы и организованные в соответствии с определенными требованиями и принципами, будут устойчивыми лишь при определенных значениях параметров, определяющих их состояние.

4 УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ С ПОЗИЦИЙ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

Подавляющее большинство исследований в трикотажной отрасли посвящено непрерывным процессам. И то, что функции, описывающие те или иные зависимости, должны быть непрерывными, представляется само собой разумеющимся. Кажется в высшей степени естественным, что, если функция $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k)$ существует, то непрерывное изменение независимых переменных $X_1, X_2, \dots, X_k$ должно иметь отклик зависимой переменной Y также в виде непрерывных изменений. Но, так бывает не всегда, и это показано в разд. 1.3 данной работы. Сейчас уже неоспорим тот факт, что во многих системах самой различной природы существуют условия, когда устойчивое их состояние при непрерывном изменении параметров становится неустойчивым. По отношению и к процессам было обнаружено, что при определенных условиях, во многих случаях вполне практически достижимых, непрерывный процесс с течением времени может стать разрывным [14]. Один из выдающихся математиков нашего времени Том Р. разработал глубокую теорию скачкообразных изменений, которые он назвал катастрофами [17]. Она оказалась настоящим прорывом в область явлений, трудно поддающихся математическому описанию, но, тем не менее, важных в принципиальном и практическом отношении. Том Р. предложил использовать топологическую теорию динамических систем, ведущую начало от работ Пуанкаре А., для моделирования разрывных изменений в явлениях природы. Он указал на важность в этих рассмотрениях требования структурной устойчивости или нечувствительности систем к малым возмущениям. Первые сведения о теории катастроф, как отмечается в [17], появились в зарубежной печати около 1970 года. В 1972 году вышла книга Тома Р. «Stabilité structurelle et morphogenèse», вызвавшая стремительно растущий интерес к этой теории. В последующий период она получила быстрое развитие, обеспечившее ей разнообразные приложения во многих сферах человеческой деятельности.

Большой заслугой автора теории катастроф представляется то, что он показал, как дискретные структуры могут возникать из непрерывных, а также ввел ряд новых терминов и понятий, обнаружив общие закономерности в явлениях, на первый взгляд, совершенно различных. Более того, Том Р. предложил универсальный способ их описания. С совершенно иных позиций им рассмотрены проблемы статической и динамической устойчивости систем и процессов. Общая точка зрения при изучении вопросов устойчивости достигается в теории катастроф с помощью принципиально новых идей. Эта теория заставила пересмотреть традиционные представления о причинах изменений, происходящих с течением времени в системах, включая технические и технологические. После возникновения теории катастроф во многом иначе следовало смотреть и на задачи управления ими. В ряде случаев была установлена естественность поведения динамических систем, казавшегося ранее трудно объяснимым. Было найдено, что определенный класс явлений типичен и устойчив в пространствах

некоторой размерности. Получила дополнительное подкрепление концепция множественности оптимумов. В элементарной теории катастроф, нашедшей наибольшее техническое применение, рассматривается следующая ситуация [17]. Имеется физическая система, быстро минимизирующая характеризующий ее потенциал, который изменяется в зависимости от внешних или управляющих параметров. Изменения параметров могут вызывать исчезновение некоторых локальных минимумов. Скачки, наблюдающиеся при таких исчезновениях, и дали повод к названию теории. Сам ее основоположник, - Том Р., - считает эту теорию скорее умонастроением, чем теорией в традиционном понимании. Тем не менее, ее общими чертами остаются особое внимание к типичности свойств описываемых систем, их структурной устойчивости и геометрическому подходу к описанию. Теория катастроф имеет и много собственных достижений, не обусловленных заимствованиями из смежных областей. Среди них одной из важнейших представляется лемма о расщеплении, с помощью которой можно уменьшить число переменных в рассматриваемой задаче. Например, поведение некоторой функции нескольких десятков переменных можно изучить, привлекая лишь несколько переменных. Это и делает лемму расщепления столь полезной и удивительной [17]. Для понимания и применения теории катастроф требуется хорошее ощущение геометрии пространства многих измерений, подкрепленное соответствующей алгебраической и аналитической техникой. Оно дает дорогу геометрическому подходу в многомерном анализе и позволяет уходить от вычислений, заменяя их геометрическими представлениями. В то же время теория катастроф не является чисто качественной, т.к. располагает достаточно мощным математическим аппаратом. Ее еще сравнительно короткая история развития связана уже с многочисленными количественными исследованиями в физике, технике, биологии и многих других областях [21]. И опыт свидетельствует о том, что взгляд на динамические системы с позиций теории катастроф не отменяет результатов, полученных при других подходах к их изучению, а дополняет их. Но при этом можно прийти к новым ответам на старые вопросы или увидеть уже изученные явления в новом ракурсе, что особенно ценно, ибо основной задачей анализа данных на практике является по сути дела извлечение информации. По сути, теория катастроф явилась качественным развитием концепции устойчивости состояний объектов, систем и процессов.

Конечно, для того, чтобы увидеть катастрофы или использовать их как модели состояний динамических систем требуется не только, а возможно и не столько, знание формализма теории. Не менее важна физическая интуиция, а это затрудняет использование теории катастроф в качестве блестящей упаковки известных фактов. И все же практика исследований показывает, что применение лишь понятийного аппарата теории катастроф, способно в корне изменить направление работы. А там, где удастся использовать ее математические инструменты, результаты всегда отличаются новизной и оригинальностью, что, безусловно, действует как искушение.

4.1 Общие сведения о теории катастроф и применяемых в ней методах

В теории катастроф, разработанной Р. Томом, в общей ситуации поведение динамической системы описывается переменными $X_1, X_2, \dots, X_k$. Эти переменные рассматриваются как внутренние или переменные состояния. В соответствующем факторном пространстве они являются координатами пространства поведения системы. Переменные $q_1, q_2, \dots, q_k$ составляют группу внешних переменных и рассматриваются в качестве координат пространства управления. Поведение всей системы задается ее потенциалом или энергией V . В общем случае $V = V(X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, q_1, q_2, \dots, q_k)$. Из выражения для потенциала нетрудно получить функции связи переменных состояния с переменными управления. Требования к потенциалу V сводятся лишь к возможности его дифференцирования и интегрирования. Состояниям равновесия системы соответствуют стационарные (независящие от времени) значения потенциала. На поверхности потенциала это точки экстремумов или точки перегиба. В них первые производные от потенциала по переменным состояния обращаются в ноль. Теория катастроф обнаружила принципиально различные формы неустойчивостей систем и объяснила их зависимость от числа управляющих параметров. Более того, в ее рамках удалось показать, что существует небольшое число таких форм, типичных для многих явлений. Если число управляющих параметров не превышает четырех, то в динамической системе могут произойти ровно семь топологически различных типов скачка. Том доказал, что любое физическое нарушение непрерывности относится к одному из этих семи типов. Эти семь типов скачков названы им катастрофами. Так как события в реальном мире можно описать с помощью четырех переменных: трех пространственных и одной временной, то практические применения связаны с 4-мерным пространством управлений. С точки зрения механики, физики или техники катастрофа - это скачкообразное изменение, возникающее в виде внезапного ответа системы или процесса на плавное изменение определяющих параметров. Названия и потенциалы первых двух элементарных катастроф приведены в табл. 4.1. Общей их особенностью является то,

Таблица 4.1 - Названия, параметры и потенциалы первых двух элементарных катастроф

№ п/п	Название катастроф	Параметры состояния		Параметры управления		Потенциал V
		Кол-во	Обозн.	Кол-во	Обозн.	
1	Складка	1	x	1	q	$x^3 + q x$
2	Сборка	1	x	2	q_1, q_2	$x^4 + q_2 x^3 + q_1 x$

что они описывают ситуацию с одной переменной состояния. Различие между ними обусловлено числом переменных управления. Для этих двух катастроф возможно непосредственное построение поверхностей. На рис. 4.1 представле-

на поверхность катастрофы складки. На нем поверхность потенциала V изображена семейством кривых, параметризованных переменной управления q . На этом рисунке видно, что для наблюдения за равновесными состояниями мы должны изменять параметр q , определяющий появление на поверхности потенциала критических точек или их исчезновение за счет слияния минимумов и максимумов. Траектория равновесия здесь $ХСУ$, которая загибается в критической точке, меняя при этом характер устойчивости. Катастрофа складки встречается во многих областях науки и техники [17].

Как уже отмечено выше, переход к двум параметрам управления приводит к катастрофе сборки, поверхность потенциала которой представлена на рис. 4.2. На нем хорошо видно, в чем принципиальные различия фазовых траекторий 1 и 2: при движении по фазовой траектории 1 перемещение от точки A к точке B происходит скачком. На траектории 2 это явление отсутствует. Обратим внимание на то, что выбор системой фазовой траектории обусловлен значением параметра q . С математической стороны сборка на поверхности потенциала системы эквивалентна наличию в его уравнении квартичного члена относительно переменной состояния. Ценной особенностью сборки как модели поведения системы является нечувствительность к малым возмущениям, тогда как небольшие изменения способны полностью трансформировать вид статистических уравнений, которыми можно также описать эту систему. Поэтому в устойчивости результатов анализа системы в ряде случаев можно убедиться скорее при помощи теории катастроф, чем при других подходах.

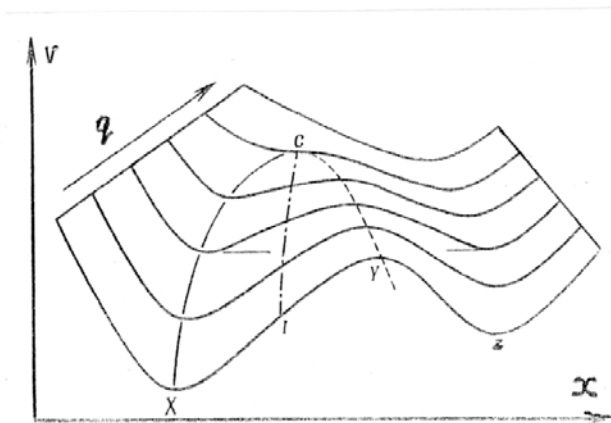


Рисунок 4.1- Изменение потенциала V системы в случае катастрофы складки. $ХСУ$ – траектория равновесия; q - параметр управления.

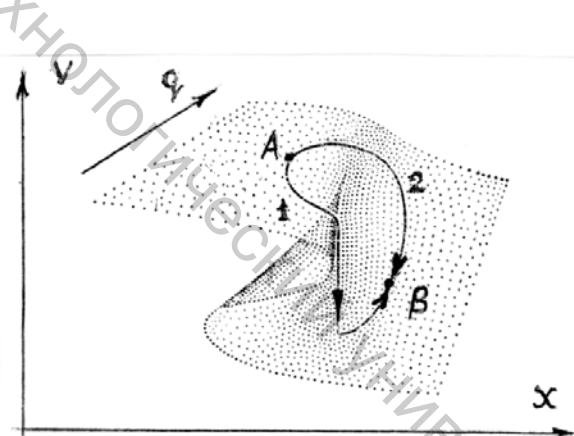


Рисунок 4.2 - Изменение потенциала V системы в случае катастрофы сборки. 1- траектория со скачком; 2 – без скачка; q – параметр управления.

Сейчас известно уже много применений катастроф складки и сборки в разных областях человеческой деятельности, включая даже медицину и социологию.

Сказанное о простейших катастрофах ни в коей мере не исключает возможности использования потенциалов систем с другими соотношениями численностей параметров состояния и управления. Здесь важен собственно подход к анализу состояния систем, позволяющий выявить особенности их динамики, важные в практическом отношении. Математические методы теории катастроф весьма разнообразны. Но среди них есть такие, которые имеют заметно большее значение в практических приложениях. Это, прежде всего, ряды Тейлора и приемы их использования, совершенно неизвестные при традиционных методах их применения. Общее выражение для ряда Тейлора для функции одной переменной $f(x)$ имеет вид:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f^n[x(0)] [x - x(0)]^n / n! \quad (4.1)$$

где $x(0)$ - некоторая точка, в окрестности которой $f(x)$ представляется этим рядом; $f^n[x(0)]$ - n -я производная функции в точке $x(0)$.

Применение его позволяет изучение свойств n -е число раз дифференцируемой функции свести к более простой задаче изучения свойств соответствующего многочлена, каким является приближающая ее определенная часть ряда Тейлора. Это касается, в первую очередь, особенностей, неустранимых малым “шевелением” параметров функции. Такой прием значительно облегчает как общий анализ функций, так и выявление их особенностей. Опишем теперь общую схему процедуры анализа систем на устойчивость с использованием формального математического аппарата теории катастроф.

На первом этапе по отношению к системе выбираются две группы величин. Из них первая рассматривается в качестве переменных состояния системы, вторая - переменных управления. На следующем этапе вводится функция, для которой эти переменные величины являются ее аргументами. Такая функция может не быть единственной, и тогда среди них выделяется та, которая в наибольшей степени соответствует задачам исследования. Она и используется далее в качестве потенциала. Изучение устойчивости системы можно проводить непосредственно по потенциалу, особенно тогда, когда он неформальный. Однако в большинстве случаев анализ системы на устойчивость состоит в выявлении особенностей связи переменных состояния с переменными управления. Поэтому на третьем этапе исследования, факт обращения в ноль первых производных от потенциала по переменным состояния в точках экстремумов и перегибов используется для построения уравнений связи между переменными состояния и переменными управления или уравнений равновесия. Решениями этих уравнений оказываются траектории равновесия в пространстве переменных состояния и управления. Устойчивость равновесных состояний вдоль траекторий равновесия может быть оценена путем дифференцирования уравнений этих траекторий по переменным состояния, т.е. фактически по вторым производным от потенциала. Анализ вторых производных и позволяет оценить устойчивость состояний равновесия вдоль траектории равновесия. Если вид уравнений связи переменных состояния с переменными управления совпадает с од-

ной из стандартных форм, то особенность изучаемой поверхности приобретает еще и название элементарной катастрофы. Используя выражение для потенциала системы, можно строить ее фазовые портреты, выбирая те или иные определяющие величины или их производные в качестве фазовых переменных. Заполняя изучаемую область фазового пространства фазовыми траекториями, можно получить картину плотности расположения элементов этих траекторий в окрестности разных точек области. Такой прием позволяет "почувствовать" присутствие аттрактора, т.е. притягивающего множества состояний системы по наличию сгущений элементов (участков) траекторий в отдельных областях фазового пространства. Он уже использовался в данной работе в главе 2 для получения информации о притягивающем множестве состояний системы из картины расположения точек на ее плоском фазовом портрете. Перейдем теперь к вопросу о потенциале технологической системы.

4.2 Потенциал технологической системы в трикотажном производстве

Применение теории катастроф к анализу конкретной системы становится возможным, когда удастся отыскать величину, которую можно принять в качестве потенциала и построить функцию, описывающую зависимость ее от переменных, принимаемых в качестве переменных состояния и переменных управления. Какого же типа должна быть переменная, которую целесообразно выбрать в качестве потенциала технологической системы в трикотажном производстве? Исследования с применением теории катастроф в других областях показывают, что в роли таких переменных чаще всего оказываются величины энергетического типа, к которым, в частности, относятся различного рода показатели интенсивности работы объекта или функционирования системы. Примем во внимание это соображение, и будем использовать его как принципиальную рекомендацию.

С общих позиций, как уже показано в разд. 3.1 данной работы, технологическую систему в трикотажном производстве можно описать тремя независимыми переменными X, Y, g : X - численность работающего оборудования; Y - численность работников, занятых производительным трудом; g - теоретическая производительность оборудования. И хотя на первый взгляд переменные X и Y кажутся зависимыми, на самом деле значение любой из них может быть, в принципе, выбрано независимо от другой. Иное дело, что из практических соображений значение Y стремятся выбрать минимальным при заданном значении X по той причине, что от него зависит ряд важных технико-экономических показателей работы предприятий. В общем же случае справедливо двухстороннее неравенство $1 \leq Y \leq X$. Введем теперь некоторую функцию

$$F = F(X, Y, g) \quad (4.2)$$

и попытаемся сконструировать форму, в которой ее можно использовать в качестве потенциала технологической системы. Условимся, что $F(X, Y, g)$ дифференцируема k раз. В теории катастроф функция, описывающая потенциал сис-

темы, представляется в виде разложения в ряд по степеням тех ее аргументов, которые рассматриваются в качестве переменных состояния системы. Табл. 4.1 показывает, что первые две катастрофы реализуются в системах с одной переменной состояния. По отношению к функции (4.2) естественным в технологическом плане представляется выбор из трех ее аргументов в качестве переменной состояния одного из них - величины g . Остальные два аргумента X и Y целесообразно рассматривать как переменные управления. Тогда (4.2) можно записать в форме разложения в ряд по степеням разности $(g-g_0)$ в окрестности точки g_0 :

$$F=F_0+A(X,Y, g_0)(g-g_0)+B(X,Y, g_0)(g-g_0)^2 + C(X,Y, g_0)(g-g_0)^3 +... \quad (4.3)$$

Если коэффициенты данного разложения $A, B, C, \dots$, являющиеся функциями переменных X и Y в точке g_0 , определять по формуле (4.1), отыскивая частные производные последовательно возрастающих порядков от F по g , то (4.3) окажется разложением в ряд Тейлора, чаще всего используемого в теории катастроф. В форме (4.3) технологический смысл функции $F(X,Y, g)$ начинает проступать сразу. Действительно, выделим линейную часть ряда (4.3), обозначив ее через $F_{\text{л}}$. При $g_0=0$ $F_{\text{л}}=A(X,Y)g$. И аналогия данного выражения с соотношением, определяющим норму производительности единицы технологического оборудования $H_{\text{м}} = \text{КПВ} \cdot g$, где КПВ - коэффициент полезного времени, очевидна. Однако это не более, чем аналогия формы. Коэффициент $A(X,Y, g_0)$ в (4.3) не равен КПВ и имеет иные функциональные истоки. Будучи отнесенным ко всему цеху, т.е. к технологической системе, он оказывается функцией X и Y . Тем не менее, отмеченная аналогия указывает на возможность трактовки функции F через производительность технологической системы. Поставим теперь вопрос: если функция $F(X,Y, g)$ - мера производительности технологической системы, то может ли хотя бы один из коэффициентов при нелинейных членах разложения (4.3) быть отличным от нуля? С математических позиций для этого требуется, по меньшей мере, чтобы функция (4.2) оказалась нелинейной. В связи с чем, конкретизируем ее вид применительно к технологическим системам, например, в производстве чулочно-носочных изделий. Используем методику расчета показателей работы технологической системы в названной производственной области, известную из [22]. Введем следующие величины:

- T - общее время работы оборудования (в частности, рабочая смена);
- $T_{\text{м}}$ - машинное время вязания единицы продукции;
- $T_{\text{б}}$ - затраты времени на подготовительно-заключительные операции, связанные с остановкой оборудования;
- $T_{\text{вн}}$ - время, необходимое для проведения вспомогательных технологических работ, производимых во время останова машины;
- $T_{\text{ср}}$ - потери времени из-за срывов изделий;
- $H_{\text{м}}$ - норма производительности единицы оборудования;
- $H_{\text{о}}$ - норма обслуживания работницы;
- $H_{\text{в}}$ - норма выработки работницы (за время работы);
- X - численность работающего оборудования;

Y - число работниц, обслуживающих X единиц оборудования;

K_a - коэффициент, учитывающий удельный вес машинного и вспомогательного времени в общем времени работы T ;

K_c - коэффициент, учитывающий потери времени из-за совпадений остановов машин рабочей зоны при обслуживании ее одной работницей.

Теперь, опираясь на методику, известную из [22], можно записать, что:

$$H_M = (T - T_6) / (T_M + T_{вн} + T_{ср}) K_c, \quad \text{причем} \quad K_c = T_M / (T_M + T_{вн}(H_0 - 1)(1 - K_a)).$$

Если в этих соотношениях величины T , T_6 , $T_{вн}$, $T_{ср}$ считать постоянными и одинаковыми для всех зон обслуживания, то цех можно рассматривать как набор идентичных зон обслуживания. Очевидно, что норма обслуживания одной вязальщицы $H_0 = X/Y$. Так как $T_M = T/g$, а норма выработки одной работницы $H_B = H_M \cdot H_0$, то справедливо выражение:

$$H_B = (T - T_6) / (T/g + T_{вн} + T_{ср}) / (T/g + T_{вн}(X/Y - 1)(1 - K_a)) (T/g)(X/Y).$$

Тогда для всего цеха, т.е. для Y работниц имеем:

$$H_B = (T - T_6) / (T/g + T_{вн} + T_{ср}) / (T/g + T_{ср}(X/Y - 1)(1 - K_a)) (T/g) X \quad (4.4)$$

Отметим одну важную особенность в отношении размерности величины g , обуславливающую размерность величин H_M , H_0 и H_B применительно к круглочулочному производству. В этом виде производства величину g , используемую как теоретическую производительность чулочного автомата, принято считать безразмерной и численно равной количеству изделий, которое можно получить на одном чулочном автомате в режиме безостановочной его работы в течение интервала времени T . Как правило, T - длительность рабочей смены. Из приведенных выше выражений для T_M и H_M следует, что T_M измеряется в единицах времени, тогда как H_M безразмерно и численно равно количеству изделий, получаемых на одном чулочном автомате за смену при определенных значениях T_6 , $T_{вн}$, $T_{ср}$ и K_c . Тем не менее, в литературе H_M называют нормой производительности чулочного автомата. Теперь, обратившись к формуле (4.4), мы видим, что она определяет сменную выработку технологической системы, содержащей X единиц работающего оборудования с производительностью g и Y работниц, обеспечивающих выпуск сортной продукции. По аналогии с H_M величину H будем называть в дальнейшем производительностью технологической системы.

Проведем несложные преобразования соотношения (4.4), выделив в знаменателе квадратичную форму относительно g :

$$H = A_1 A_2 X Y g / [A_2^2 Y + (A_2 A_4 X + (A_2 A_3 - A_2 A_4) Y) g + A_3 A_4 (X - Y) g^2], \quad (4.5)$$

где $A_1 = T - T_6$; $A_2 = T$; $A_3 = T_{вн} + T_{ср}$; $A_4 = T_{вн}(1 - K_a)$. В итоге получаем выражение для H как функции трех переменных:

$$H = H(X, Y, g) \quad (4.6)$$

Таким образом, функция типа (4.2), т.е. функция переменных X , Y , g , описывающая технологические системы по меньшей мере в круглочулочном производстве, существует. Она нелинейна и отображает важнейший показатель работы технологических систем - производительность. Рассмотрим эту функцию более подробно. Построим ее частные графические отображения в трехмерном пространстве, фиксируя поочередно независимые переменные X, Y, g . Величины, принимаемые постоянными, представлены в табл. 4.2 и соответствуют параметрам реальной технологической системы в условиях Витебского ОАО "КИМ". Манипуляции переменными X, Y, g при построении графических отображений функции (4.5) в трехмерном пространстве представлены в табл. 4.3.

Таблица 4.2 - Характеристики технологической системы в круглочулочном производстве

№ п/п	Наименование характеристики	Значение характеристики
1	Вид воспроизводимых изделий	Колготки детские (арт. 9с1132, р. 12)
2	Вид применяемого оборудования	Автомат "2АН-14"
3	Длительность рабочей смены, T , с.	29520
4	Потери времени по группе Б, T_6 , с.	1800
5	Коэфф. потерь времени по гр. А, K_a	0.80
6	Вспомогательное неперекрываемое время, $T_{вн}$, с./изделие	16
7	Потери времени из-за срывов изделий, $T_{ср}$, с./изделие	31
8	Теоретическая производительность чулочного автомата, g , изделий/смену	140
9	Норма обслуживания, H_0	8

Таблица 4.3 - Фиксируемые переменные, их уровни и варьируемые переменные совместно с интервалами их возможных значений, используемые при построении частных трехмерных отображений функции (4.5)

Номер рис. в гл. 4	Фиксируемая переменная		Варьируемые переменные			
	Обозн.	Уровни	Обозн.	Интервал	Обозн.	Интервал
3,4,5	G	140; 200; 300	X	90...120	Y	5...45
6	X	50	g	50...250	Y	5...25
7,8	Y	5; 10	g	50...1850	X	50...250

Первой ее строке соответствуют рисунки 4.3 - 4.5. На них хорошо видно, что при увеличении X и уменьшении Y , т.е. при возрастании отношения X/Y , определяющего норму обслуживания N_0 , на поверхности значений N возникает нелинейная особенность, выражающаяся в заметном отклонении формы этой поверхности от плоскости. При этом рис. 4.3 показывает, как быстро падает производительность технологической системы по мере снижения Y (при неизменных значениях параметров, содержащихся в табл. 4.2). Чтобы показать, почему это происходит, обратимся к соотношению (4.4), которое удобно для анализа, т.к. в нем правая часть представлена в виде произведения двух сомножителей. Ввиду того, что $X/Y=N_0$, из (4.4) сразу следует тривиальная линейная зависимость величины N - производительности технологической системы от численности X работающего оборудования. Иными словами, пока N_0 остается постоянной, изменения X способны вызвать лишь пропорциональные изменения N . А это значит, что собственно с величиной X нелинейность функции (4.4) не связана. Однако при $Y=Const$ изменения X способны обусловить ее слабую нелинейность, т.к. помимо независимого собственного линейного влияния на N величина X в этом случае влияет на величину нормы обслуживания, стоящую в знаменателе, обуславливая тем самым уже нелинейную составляющую отклика N . Усиление нелинейности в частной зависимости $N=N(X)$ отчетливо просматривается на рис. 4.3 по мере уменьшения Y .

Совсем иным оказывается отклик переменной N на изменения Y . Из (4.4) следует, что если при изменении Y величина X/Y , т.е. норма обслуживания, не остается постоянной, то между X/Y и N проявляется обратно пропорциональная зависимость с выраженным нелинейным характером. В случае же, когда Y растет, но при этом X/Y остается постоянным (естественно, при росте X), рост

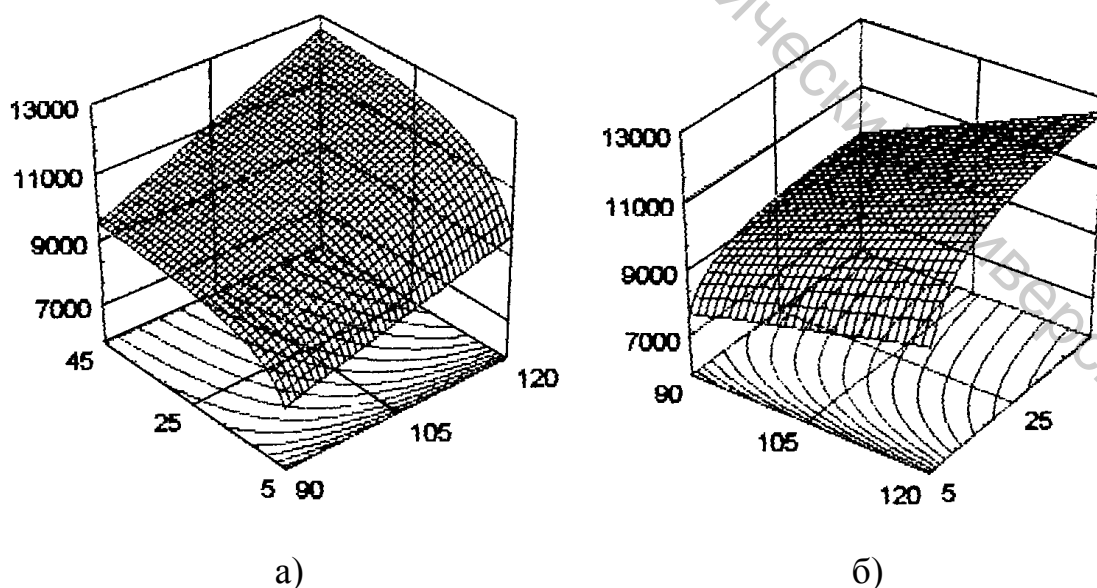


Рисунок 4.3 - Вид поверхности, описываемой функцией $N=N(X,Y)$, при $g=140$: хорошо видны проекции линий уровня поверхности, подчеркивающие ее нелинейные особенности.

Y не отражается на производительности технологической системы. Важен не факт увеличения Y, а постоянство отношения X/Y вследствие роста количества работающего оборудования, что и ведет, как отмечено выше, к линейному росту N. Следовательно, в отличие от X величина Y влияет на N всегда опосредованно через величину нормы обслуживания $H_0 = X/Y$.

Таким образом, в частных зависимостях $N = N(X)$ и $N = N(Y)$ присутствует как бы «переносчик» связи переменных - величина X/Y. С учетом этого можно констатировать, что изменения Y тогда и только тогда вызывают изменения N, когда изменяется норма обслуживания H_0 .

По отношению к переменной X справедливо утверждение: изменения X вызывают линейный отклик N, при условии $X/Y = \text{Const}$. Нарушение этого условия вызывает возникновение нелинейной составляющей в отклике функции N на изменения X. Каков технологический смысл зависимости N от H_0 ? Обратимся снова к (4.4) и заметим, что первый сомножитель в ней зависит только от величины g, причем рост g ведет к росту N по вполне понятным причинам. Вторым сомножителем в (4.4) есть не что иное как коэффициент потерь рабочего времени из-за совпадений остановов машин, обслуживаемых работницей K_c . Он функционально связан с величинами g и H_0 . Причем при увеличении g растет и K_c . Однако K_c падает при росте H_0 . Чтобы увидеть особенности влияния g и H_0 на N обратимся к табл. 4.4, построенной для фиксированного значения $X = 200$. Каждая клетка таблицы содержит два числа: верхнее – относительную величину производительности $N^* = N(g, H_0) / N_{\text{маш}}$ и нижнее - величину K_c . Наибольшее значение $N(g, H_0)$, как видно из табл. 4.4, соответствует $g = 400$ и $H_0 = 2$. Таблица показывает, что при росте H_0 значение N^* быстро падает в связи со снижением K_c . В то же время легко видеть, что влияние g на N сильнее, чем

Таблица 4.4 - Значения производительности N^* и коэффициента K_c при различных уровнях производительности оборудования и нормах обслуживания

Пр-сть g	Норма обслуживания $H_0 = X/Y$								
	2	4	6	8	10	12	14	16	18
100	0.364	0.357	0.349	0.342	0.336	0.329	0.323	0.317	0.311
	0.989	0.969	0.949	0.929	0.911	0.893	0.876	0.860	0.844
200	0.634	0.608	0.584	0.562	0.542	0.523	0.505	0.488	0.473
	0.979	0.939	0.902	0.868	0.837	0.807	0.780	0.755	0.731
300	0.834	0.790	0.746	0.706	0.670	0.638	0.609	0.583	0.558
	0.969	0.911	0.860	0.815	0.774	0.737	0.703	0.672	0.644
400	1.000	0.923	0.858	0.800	0.751	0.706	0.667	0.632	0.602
	0.958	0.885	0.822	0.767	0.719	0.677	0.640	0.606	0.576

влияние K_c . Так, например, при росте g в 2 раза N^* возрастает в 1.61 раза. Однако мы не найдем пары значений N_0 , отличающихся в два раза, чтобы соответствующие значения N^* при одном и том же g отличались в той же степени.

Имеет смысл обратить внимание на то, что одинаковые значения N могут быть получены при совершенно различных g и N_0 . Так, в частности, практически одинаковы N^* при $g=50$, $N_0=2$ и $g=125$, $N_0=16$, так же как и при $g=50$, $N_0=6$ и $g=100$, $N_0=18$, что объясняется влиянием K_c . Иначе говоря, положительный эффект повышения производительности оборудования может быть полностью утрачен при неправильном выборе нормы обслуживания. Но это уже технико-экономическая задача.

Вернемся к рис. 4.3. Как видно на нем, по мере снижения Y , а значит роста N при неизменном X , характер падения N быстро отклоняется от линейного. Начиная с некоторого значения Y , такое падение приобретает черты «обвальных» изменений. Так, при изменении Y в диапазоне 45...15 даже при наибольших (на рис. 4.3а) значениях численности работающего оборудования $X=120$ (при которых влияние X на N наиболее сильно) производительность технологической системы снижается всего на 7.8 %. При дальнейшем же уменьшении Y картина становится совсем иной: область медленных изменений состояний системы (до значения Y , равного примерно 15) сменяется областью быстрых изменений состояния. Рис. 4.3б позволяет видеть под другим углом геометрический образ функции $N=N(X,Y)$. Вид поверхности в этом ракурсе позволяет усмотреть определенную аналогию между ее особенностями и особенностями поверхностей на рис. 4.1 и 4.2. Иначе говоря, нелинейная особенность поверхности $N=N(X,Y)$ не отменяет «с порога» возможности ее интерпретации как сборки в

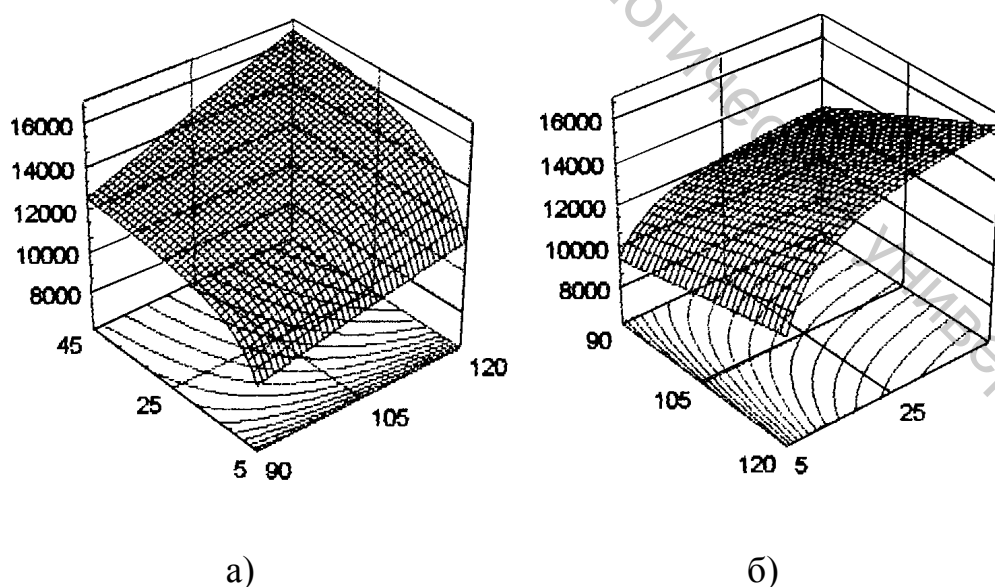


Рисунок 4.4 - Вид поверхности, описываемой функцией $N=N(X,Y)$ при $g=200$: хорошо видны проекции линий уровня поверхности, подчеркивающие неизменность нелинейных ее особенностей в сравнении с особенностями поверхности на рис. 4.3.

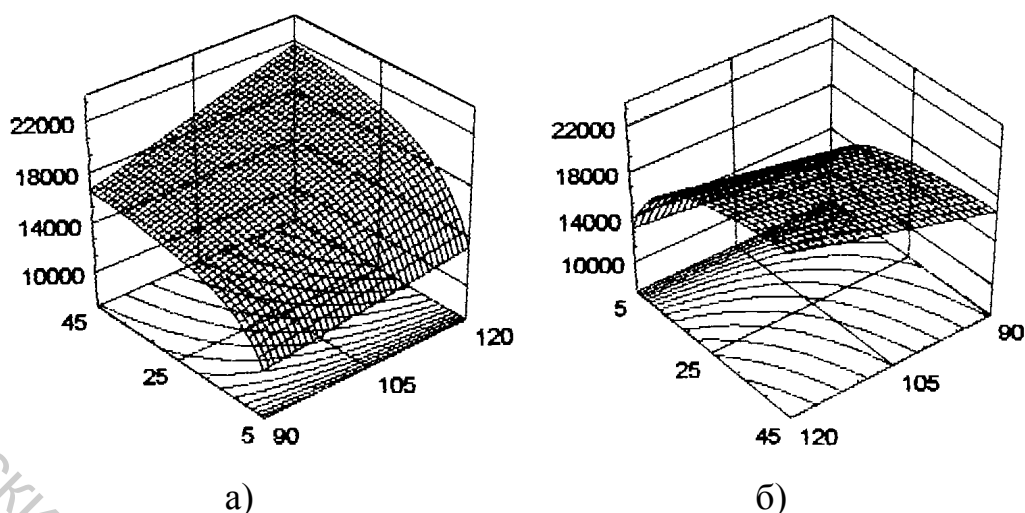


Рисунок 4.5. Вид поверхности, описываемой функцией $N=N(X,Y)$, при $g=300$ изд/смену: несмотря на большие различия в значениях g , используемых при построении поверхностей на рис. 4.3, 4.4, 4.5, все поверхности воспринимаются как топологически эквивалентные.

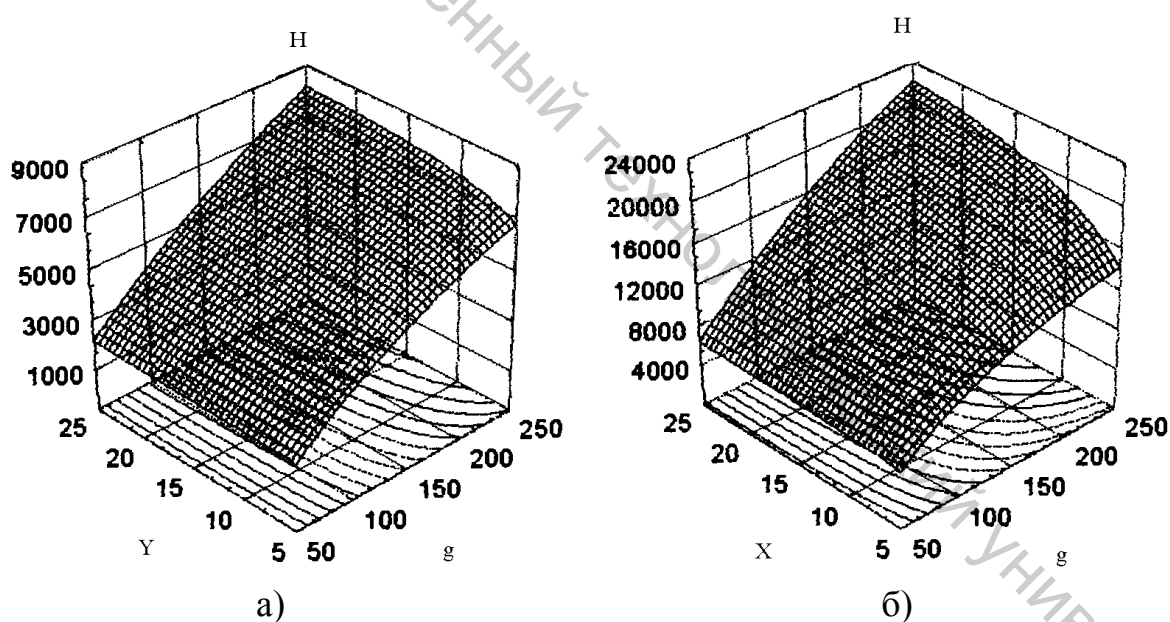


Рисунок 4.6 - Вид поверхности, описываемой функцией $N=N(Y, g)$ при двух значениях X : а) при $X=50$ поверхность близка к плоскости, что свидетельствует о слабой зависимости N от Y в случае малых X ; б) при $X=150$ поверхность все больше искривляется по мере роста g .

терминах теории катастроф, тем более, что в данном случае, как уже отмечено выше, мы находимся в ситуации с одним параметром состояния g и двумя параметрами управления X, Y . На основании табл. 4.1, это соответствует катастрофе сборки.

Обратим внимание на то, что топология исследуемой поверхности остается практически без изменений при переходе к другим значениям g . На рисунках 4.4 и 4.5 изображены поверхности $H=H(X,Y)$ при $g=200$ и $g=300$. Сходство всех трех рисунков свидетельствует об устойчивости нелинейной особенности функции $H(X,Y,g)$. Она не исчезает даже при больших “шевелениях” величины g , что говорит о структурной устойчивости данной особенности.

В технологическом плане это может означать, что изменения производительности оборудования g (в достаточно широкой области значений) не изменяет качественно картины распределения возможных состояний технологической системы, пока параметры ее (представленные табл. 4.2) остаются неизменными.

Посмотрим, что произойдет при переходе ко второй строке манипуляционной табл. 4.3. В этом случае фиксируется переменная X - численность работающего оборудования. На рис. 4.6а мы видим, что при небольших значениях X производительность технологической системы H мало зависит от Y . Так при уменьшении Y в 5 раз производительность системы падает всего на 21 %. В целом вся поверхность в пределах выбранных областей переменных g , Y близка к плоскости. Из общего анализа ее положения следует, что изменения g в 5 раз меняют производительность системы H в 3.4 раза. Таким образом, различия в интенсивности влияния на величину H величин Y и g при малых значениях X очень существенные.

Выясним теперь, как изменится картина при переходе к увеличенным значениям численности работающего оборудования X . На рис. 4.6б изображена поверхность значений функции $H=H(X,g)$ при $X=150$. Здесь мы видим уже иную картину. Поверхность, описываемая функцией $H(Y,g)$, обладает теперь выраженными нелинейными особенностями. При этом зависимости H от Y и H от g становятся все более нелинейными при движении соответственно вдоль осей g и Y в сторону увеличения значений этих переменных. Так, если при $g=50$ производительность системы H почти не зависит от Y , то при $g=250$ изменение Y от 25 до 5 вызывает падение H в 2 раза. Аналогичную оценку можно получить и по отношению к переменной Y . Следовательно, интенсивность влияния Y на H растет вслед за ростом X .

Т.к. соотношение между величинами X и Y определяет норму обслуживания оборудования, то можно заключить, что правильный выбор нормы обслуживания технологического оборудования в области повышенных ее значений способен быть эквивалентным росту теоретической его производительности в смысле влияния на производительность системы. Таким образом, обнаруживается аналогия влияния на производительность системы нормы обслуживания технологического оборудования и его теоретической производительности. В этом просматривается влияние факторов, связанных с организацией производства в рамках технологических систем.

Перейдем теперь к 3-ей строке таблицы 4.3 и построим соответствующие поверхности в системе координат H, X, g . Поверхность $H = H(X, g)$ при $Y = 10$

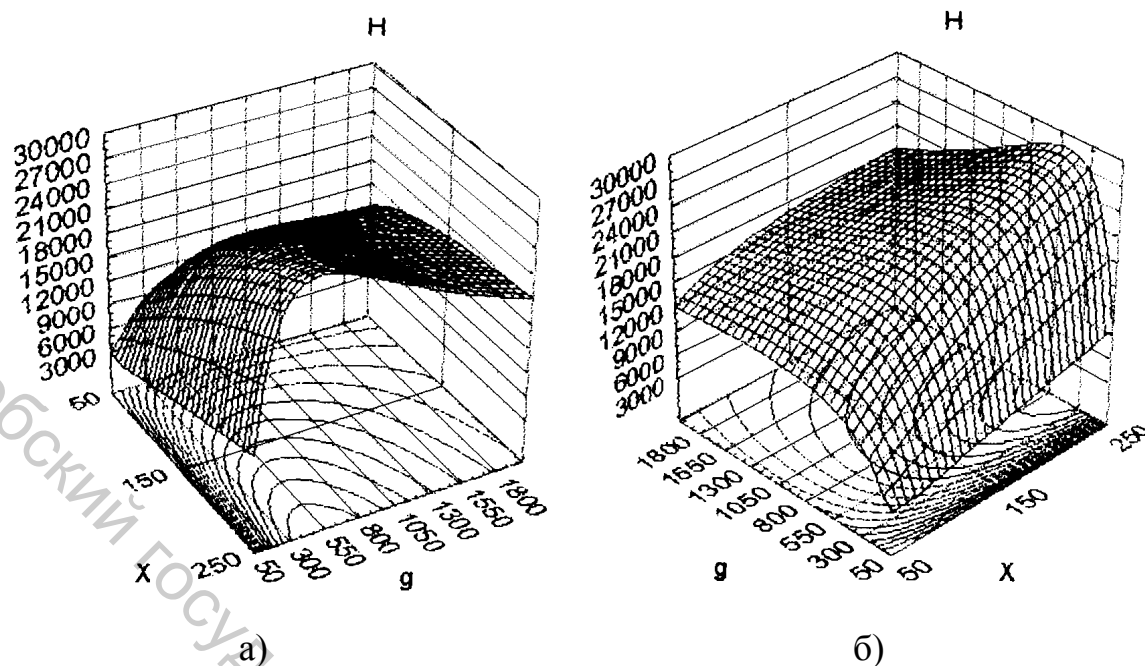


Рисунок 4.7. Вид поверхности, описываемой функцией $N=N(Y, g)$, при $Y=10$: на поверхности - отчетливая сборка. На фрагменте б) рисунка хорошо видно, что в области сборки одно и то же значение производительности системы может быть достигнуто при двух сильно различающихся значениях g .

изображена на рис. 4.7а и в повернутом положении – на рис. 4.7б. Сложная форма ее содержит довольно отчетливые признаки особенности, представленной с большей степенью выраженности на рис. 4.8 за счет снижения численности работников Y . Сравнение их с рис. 4.2, дает основания идентифицировать особенности поверхностей, изображенных на рис. 4.7 и 4.8 как сборку. Один из эффектов, обусловленных сборкой, состоит в нарушении в области сборки однозначности соответствующей функции. Обратившись, например, к рис. 4.8б увидим, что значение $N=14000$ изд./см. достигается при двух совершенно разных уровнях производительности технологического оборудования: при $g=150$ и $g=1000$. Отчасти это следствие постоянства параметров технологической системы, указанных в табл. 4.2. Но только отчасти. Взглянем на это с производственных позиций, и тогда нетрудно понять, что при малом числе работников Y , занятых производительным трудом, неизменность параметров табл.4.2 при фиксированном значении X обязательно приводит к такой ситуации. Вначале рост производительности технологического оборудования повышает производительность системы, т.к., несмотря на невысокую численность работников, рост их загруженности и снижение коэффициента потерь времени из-за совпадений нейтрализуется ростом производительности машин. В дальнейшем производительность системы, достигнув максимума, начинает неуклонно снижаться, хотя и

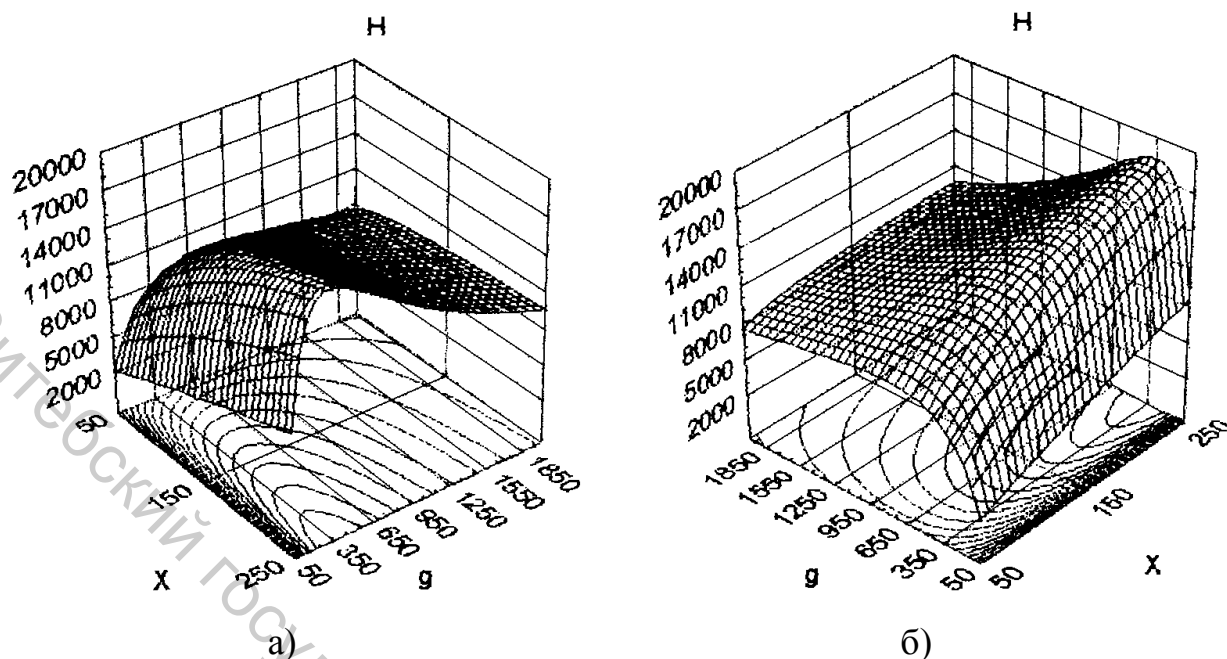


Рисунок 4.8 - Вид поверхности значений функции $H=H(X, g)$ при $Y=5$. Проекции линий уровня подчеркивают тяготение нелинейной особенности на данной поверхности к сборке (рис. 4.1)

значительно более медленным темпом, чем происходил ее подъем на этапе возрастания. Это объясняется эффектом снижением коэффициента K_c , определяющего потери времени в работе машин, обслуживаемых одной работницей из-за совпадений остановок двух и более машин одновременно. Компенсировать падение K_c можно либо повышением интенсивности работы вязальщиц, либо увеличением их численности Y . Из приведенных рассуждений вытекает, что нелинейная особенность на поверхности потенциала технологической системы в форме сборки присуща изучаемой функции атрибутивно.

Выясним теперь в какой мере обоснованным будет отнесение выявленных нелинейных особенностей изученной функции к какому-либо из типов, приведенных в табл. 4.1. С этой целью используем следующий прием: функцию (4.5) разложим в ряд (4.3) и сравним правую часть разложения с выражением для потенциала V из табл.4.1. Предварительно преобразуем (4.5), применив такую замену переменных:

$$\begin{aligned} H &= F; & A_1 A_2 X Y &= q_0; & A_2^2 Y &= q_1; \\ A_1 A_4 X + (A_2 A_3 - A_2 A_4) Y &= q_2; & A_3 A_4 (X - Y) &= q_3. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Тогда выражение для потенциала системы примет такой вид:

$$F = q_0 g / (q_1 + q_2 g + q_3 g^2) \quad (4.8)$$

Рассматривая эту функцию как отношение двух функций $U(g)=q_0 g$ и $V(g)=q_1+q_2 g+q_3 g^2$, разложим ее в ряд Тейлора по переменной g в окрестности

точки g_0 , используя (4.1). Отыщем вначале ее частные производные по переменной g до 4-го порядка включительно. Имеем:

$$\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial g} &= F_1 = \frac{q_0 q_1 - q_0 q_3 g^2}{(q_1 + q_2 g + q_3 g^2)^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial g^2} &= F_2 = \frac{2(q_0 q_3^2 g^3 - 3q_0 q_1 q_3 g - q_0 q_1 q_2)}{(q_1 + q_2 g + q_3 g^2)^3} \\ \frac{\partial^3 F}{\partial g^3} &= F_3 = \frac{6q_0(6q_1 q_3^2 g^2 - q_3^3 g^4 + 4q_1 q_2 q_3 g - q_1^2 q_3 + q_1 q_2^2)}{(q_1 + q_2 g + q_3 g^2)^4} \\ \frac{\partial^4 F}{\partial g^4} &= F_4 = \frac{24q_0}{(q_1 + q_2 g + q_3 g^2)^5} (2q_1^2 q_2 q_3 - q_1 q_2^3 + g(5q_1^2 q_3^2 - 5q_1 q_2^2 q_3) - (10q_1 q_2 q_3^2 g^2 - 10q_1 q_3^3 g^3 + q_3^4 g^5))\end{aligned}\quad (4.8a)$$

Теперь, опираясь на (4.1), перепишем (4.3) в следующем виде:

$$F_\tau = F(g_0) + \frac{F_1(g_0)}{1!}(g - g_0) + \frac{F_2(g_0)}{2!}(g - g_0)^2 + \frac{F_3(g_0)}{3!}(g - g_0)^3 + \frac{F_4(g_0)}{4!}(g - g_0)^4$$

или

$$F = F(g_0) + F_1(g_0)(g - g_0) + 0.5F_2(g_0)(g - g_0)^2 + 0.1667F_3(g_0)(g - g_0)^3 + 0.0417F_4(g_0)(g - g_0)^4 \quad (4.9)$$

Как видно из последнего выражения, значения производных $F_1 \dots F_4$, а также функции F вычисляются для точки g_0 , в окрестности которой производится разложение функции (4.8) в ряд (4.1). Потенциал в таком виде приобретает характер критерия идентификации типа нелинейной особенности функции (4.6). В частности, обращаясь к табл. (4.1), можно утверждать, что если в (4.9) F_1 и F_3 отличны от нуля, а $F_4 = 0$, то особенность поверхности, описываемой функцией (4.8), можно рассматривать как катастрофу складки. Если от нуля отлична производная F_4 , то особенность может быть идентифицирована как катастрофа сборки.

Установим, насколько близки поверхности, описываемые функциями (4.8) и (4.9). Проведем прямые вычисления значений непосредственно по этим уравнениям. Учитывая, что имеют смысл лишь значения $F_\tau > 0$, в качестве меры различий двух оценок потенциала F примем величину δ , нормированную на интервале $[0; 2F]$ и определяемую таким соотношением

$$\delta = (|F - F_\tau| / F) \cdot 100 \quad (\%) \quad (4.10)$$

где F - значение потенциала, найденное по формуле (4.8), F_τ - вычисленное с использованием усеченного ряда Тейлора (4.9). Величина δ фактически не что иное, как относительная ошибка аппроксимации функции (4.8) усеченным рядом Тейлора (4.9). Расчет F и δ проведен для различных значений X, Y при $g_0 = 350$, что соответствует вершине сборки на поверхности, изображенной на рис. 4.8. В качестве пробного уровня g принято существенно меньшее значение, т.е. $g = 150$. Значения X, Y, δ сведены в табл. 4.5. В эту таблицу занесены

также значения коэффициентов F_i полинома (4.9), показателя δ различий функции (4.8) и ее аппроксимации рядом Тейлора (4.9). Полученные результаты говорят о том, что подходящей Тейлоровской аппроксимацией функции (4.8) можно считать полином 4-ой степени. Подтверждение этому – значения δ в табл. 4.5. Значения δ свидетельствуют о том, что точность аппроксимации функции (4.8) полиномом такой степени в диапазоне значений переменных, вполне отвечающем практике, достаточно высока. Все коэффициенты разложе-

Таблица 4.5 – Значения функций (4.8), (4.8а), (4.9) и величины δ при различных значениях параметров X и Y для $g=150$, $g_0=350$

№ пп		F_1	F_2	F_3	F_4	$\delta, \%$	F	F_T
	X	$Y=5$						
1	40	8,24	-0,036	0,000140	-0,000065	0,29	4083,23	4095,16
2	60	8,88	-0,048	0,000225	-0,000118	0,42	5786,93	5811,35
3	80	8,59	-0,058	0,000305	-0,000177	0,57	7312,45	7354,06
4	100	7,82	-0,065	0,000374	-0,000237	0,72	8686,38	8748,79
5	120	6,91	-0,069	0,000431	-0,000293	0,86	9930,23	10015,71
	X	$Y=10$						
6	80	16,48	-0,070	0,000279	-0,000130	0,29	8166,46	8190,33
7	100	17,42	-0,084	0,000365	-0,000180	0,35	9918,49	9953,60
8	120	17,75	-0,097	0,000450	-0,000236	0,42	11573,85	11622,70
9	140	17,63	-0,107	0,000532	-0,000294	0,49	5078,21	13205,30
10	160	17,18	-0,116	0,000609	-0,000354	0,57	7105,25	14708,13
	X	$Y=15$						
11	120	24,72	-0,104	0,000419	-0,000195	0,29	12249,70	12285,49
12	140	25,78	-0,120	0,000505	-0,000244	0,33	14018,45	14065,07
13	160	26,39	-0,133	0,000591	-0,000297	0,38	15720,92	15780,04
14	180	26,63	-0,145	0,000675	-0,000353	0,42	17360,78	17434,06
15	200	26,57	-0,156	0,000758	-0,000411	0,47	18941,40	19030,42
	X	$Y=20$						
16	160	32,96	-0,140	0,000558	-0,000259	0,29	16332,93	16380,66
17	180	34,08	-0,155	0,000644	-0,000309	0,32	18110,16	18168,51
18	200	34,85	-0,169	0,000730	-0,000361	0,35	19836,98	19907,19
19	220	35,31	-0,182	0,000816	-0,000415	0,39	21515,49	21598,84
20	240	35,50	-0,194	0,000900	-0,000471	0,42	23147,70	23245,41
	X	$Y=25$						
21	200	41,20	-0,175	0,000698	-0,000324	0,29	20416,16	20475,82
22	220	42,36	-0,190	0,000784	-0,000373	0,32	22198,52	22268,67
23	240	43,23	-0,204	0,000870	-0,000424	0,34	23940,20	24021,85
24	260	43,83	-0,218	0,000956	-0,000477	0,37	25642,58	25736,73
25	280	44,21	-0,230	0,001041	-0,000532	0,39	27306,97	27414,62

жения (4.9) существенны. Замена любого из них нулем приводит к скачку относительной ошибки аппроксимации. Влияние высших членов разложения растет по мере приближения значения g к точке g_0 , т.е. к вершине сборки. Так, если при $X=200$ и $Y=15$ принять $F_4=0$, то при $g_0=350$ и $g=150$, значение δ возрастет в 4 раза. Такое же различие в относительных ошибках аппроксимации δ сохраняется и для точек более удаленных по координате g от точки с координатой g_0 .

Таким образом, нелинейные особенности функции (4.8) можно идентифицировать как сборку. Обратим внимание на то, что в рассмотренной области значений параметров нелинейность функции (4.8) выражена наиболее резко. Поэтому есть основания полагать, что и в других областях построенная аппроксимация окажется вполне приемлемой. Вычисления, проведенные для других значений X , Y , g (в частности, более высоких значений X и Y) дают картину еще большей близости соответствующих значений функций F и F_T , оправдывающую такое заключение. Следует отметить, что точность представления функции (4.8) рядом Тейлора в форме (4.9) зависит от выбора величины g_0 . Поэтому значения величин, сведенные в табл. 4.5, вычислены при $g_0=350$ и $g=150$. Это примерно середина областей (по оси значений g) нелинейных особенностей на поверхностях, изображенных на рис. 4.7 и 4.8, что еще раз подтверждает возможность идентификации данной особенности как сборки в терминах теории катастроф.

Разложение функции (4.5) в ряд Тейлора можно провести по степеням двух других переменных Y и X . При этом вид функции и аппроксимация рядом Тейлора будут существенно иными. Рассмотрим и эти варианты. Построим разложение функции по степеням разности $(Y-Y_0)$. По аналогии с уже рассмотренным разложением по степеням $(g - g_0)$ сделаем предварительно замену переменных в исходном выражении для анализируемой функции (4.5).

Введем заменяющие переменные, сохраняя их буквенные обозначения, использованные в (4.7):

$$\begin{aligned} q_0 &= A_1 A_2 X g; & q_1 &= A_2^2 + (A_2 A_3 - A_2 A_4) g - A_3 A_4 g^2; \\ q_2 &= A_2 A_4 X g + A_3 A_4 X g^2; & F &= H. \end{aligned}$$

Теперь выражение (4.5) получит вид:

$$F = q_0 Y / (q_1 Y + q_2) \quad (4.11)$$

Рассматривая эту функцию как отношение двух функций $U(Y)=q_0 Y$ и $V(Y)=q_1 Y + q_2$, найдем ее частные производные по Y от первого до четвертого порядка включительно F_1, F_2, F_3, F_4 в точке Y_0 :

$$\begin{aligned} F_1 &= q_0 q_2 / (q_1 Y + q_2)^2; & F_2 &= -2 q_0 q_1 q_2 / (q_1 Y + q_2)^3; & F_3 &= 6 q_0 q_1 q_2 Y / (q_1 Y + q_2)^4; \\ F_4 &= (6 q_0 q_1^2 q_2 Y + 6 q_0 q_1 q_2^2 - 24 q_0 q_1 q_2 Y^2) / (q_1 Y + q_2)^5. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Аппроксимирующая форма для функции (4.11) формально та же, что и для функции (4.8):

$$F_T = F(Y_0) + F_1(Y_0) * (Y - Y_0) + 0.5 F_2(Y_0) * (Y - Y_0)^2 + 0.1667 F_3(Y_0) * (Y - Y_0)^3 + 0.0417 F_4(Y_0) * (Y - Y_0)^4. \quad (4.13)$$

Коэффициенты разложения функции (4.11) в ряд Тейлора для первых четырех членов ряда, значения функций F и F_T и показателя δ вычислялись для значений $Y \in [5 \dots 25]$ и $g \in [150 \dots 350]$ при $X = 140$, $X_0 = 120$.

Анализ полученных результатов показывает, что форма (4.13) заметно уступает форме (4.9) по точности аппроксимации в одинаковых диапазонах переменных X, Y, g .

Построим теперь разложение функции (4.5) по степеням разности $(X - X_0)$. Здесь сразу выясняется, что после замены переменных в виде

$$\begin{aligned} q_0 &= A_1 A_2 Y g; & q_1 &= A_2 A_4 g + A_3 A_4 g^2; \\ q_2 &= A_2^2 + (A_2 A_3 - A_3 A_4) Y g - A_3 A_4 Y g^2 \end{aligned}$$

мы опять приходим к форме (4.13) только относительно переменной X :

$$F = q_0 X / (q_1 X + q_2) \quad (4.13a)$$

Разложение ее в ряд Тейлора по степеням $(X - X_0)$ до члена четвертого порядка включительно и вычисление относительной ошибки аппроксимации показывает, что форма (4.13a) также уступает по точности аппроксимации форме (4.9) в примерно одинаковых диапазонах переменных X, Y, g : $X \in [40 \dots 280]$ и $g \in [150 \dots 350]$ при $Y = 50$, $Y_0 = 150$. В качественном отношении имеем тот же результат, что и в случае разложения (4.13) по степеням разности $(Y - Y_0)$: точность аппроксимации ниже точности разложения функции (4.9) по степеням $(g - g_0)$. При этом в обоих случаях ошибка аппроксимации функции (4.8) рядом Тейлора возрастает при удалении X и Y соответственно от X_0 и Y_0 . Таким образом, разложения функции по степеням разности трех переменных, стоящих в правой части (4.6), не эквивалентны по точности аппроксимации. Ниже будет показано значение этого факта, и получены существенные следствия из него.

Имея оценки трех возможных аппроксимирующих форм для функции (4.5), рассматриваемой как потенциал технологической системы, можно сделать следующие общие выводы:

- нелинейные особенности функции (4.5) в решающей степени обусловлены характером влияния на потенциал F переменной g и с достаточным основанием могут быть идентифицированы как сборка; правомерность такой интерпретации не отвергается и разложениями функции (4.2) в ряд Тейлора по степеням $(X - X_0)$ и $(Y - Y_0)$;

- изменения переменной g в наибольшей степени способны привести к особенностям, коренным образом меняющей значимость такого важного качества технологических систем как устойчивость состояний равновесия.

Сделанные выводы можно подтвердить следующим образом.

Известно, что экстремальные значения потенциала системы с одной переменной состояния достигаются в точках, в которых первая производная от потенциала по переменной состояния равна нулю. К подобным системам относится и рассматриваемая технологическая система. В зависимости от выбора одной из переменных в качестве переменной состояния, имеем два выражения для потенциала: в формах (4.8) и (4.11). Выражение для первой производной F_1 от потенциала в форме (4.8) по переменной состояния g возьмем из группы соотношений (4.8а), определяющих первые четыре производные от потенциала по названной переменной:

$$F_1 = (q_0 q_1 - q_0 q_3 g^2) / (q_1 + q_2 g + q_3 g^2)^2$$

Условие $F_1 = 0$ приводит к соотношению, из которого имеем:

$$0.5 g = (q_1 / q_3) \quad (4.14)$$

Оценим знак второй производной F_2 . Из тех же соотношений (4.8а) имеем:

$$F_2 = 2(q_0^3 q_3^2 g - 3q_0 q_1 q_3 g - q_0 q_1 q_2) / (q_1 + q_2 g + q_3 g^2)^3.$$

Так как знаменатель этого выражения всегда положителен, то знак F_2 обуславливается знаком числителя. Обозначим числитель через t и подставим в него значение g из (4.14):

$$\begin{aligned} t &= q_0 q_3^2 q_1^{1.5} / q_3^{1.5} - 3 q_0 q_1 q_3 q_1^{0.5} / q_3^{0.5} - q_0 q_1 q_2 = q_0 q_3^{0.5} q_1^{1.5} - 3 q_0 q_3^{0.5} q_1^{1.5} - q_0 q_1 q_2 = \\ &= - q_0 q_1 q_2 - 2 q_0 q_3^{0.5} q_1^{1.5}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Ввиду существенной положительности величин q_0, q_1, q_2, q_3 заключаем, что $F_2 < 0$. Следовательно, при значении g , определяемом выражением (4.14), достигается максимум потенциала системы, т.е. максимум ее производительности при заданных значениях X и Y .

Рассмотрим теперь выражение для потенциала системы в форме (4.11). Здесь переменная состояния - величина Y . Первая производная от потенциала системы по этой переменной имеет вид (4.12):

$$F_1 = q_0 q_2 / (q_1 Y + q_2)$$

Условие равенства нулю этой производной в точках экстремума потенциала системы приводит к выражению: $q_0 q_2 = 0$. Из него сразу следует, что условия равенства нулю первой производной в этом случае не связаны с переменной состояния Y .

Значения переменных управления X и g будем искать с помощью очевидного равенства: $q_2 = 0$. Так как q_2 выражается через X и g как $q_2 = A_2 A_4 X g + A_3 A_4 X g^2$, то, приравняв q_2 к нулю и сократив обе части на $A_4 X$, получим:

$$A_2 g + A_3 g^2 = 0$$

Оба решения данного уравнения $g=0$ и $g = -A_2/A_3$ лишены физического смысла.

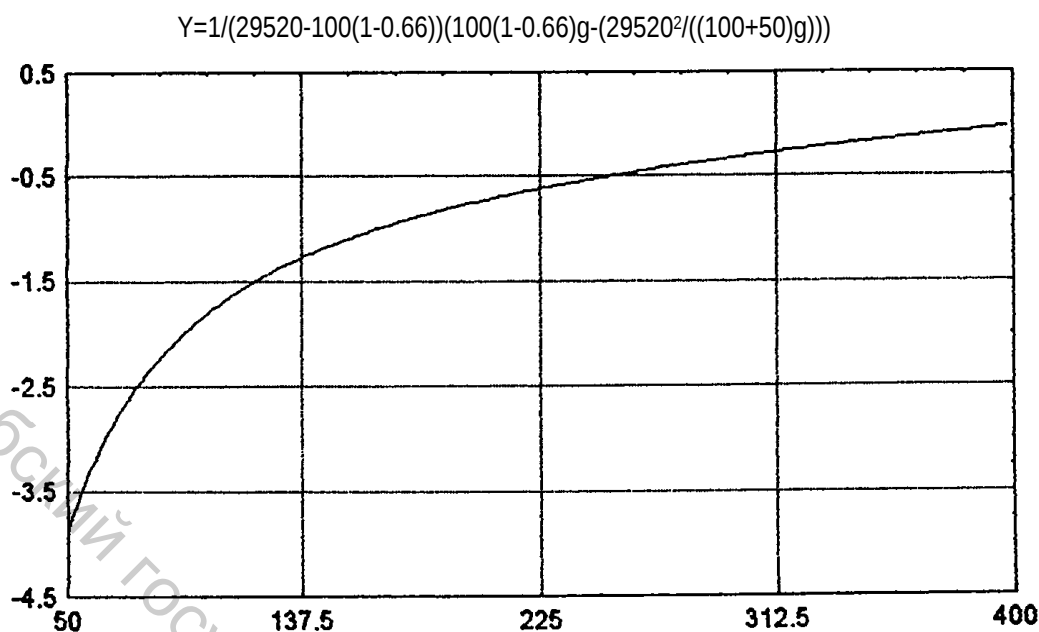


Рисунок 4.9 - Зависимость Y в технологической системе от теоретической производительности оборудования g (при $T=29520$ с., $T_{\text{вн}}=100$ с., $T_c=60$ с., $K_a=0,66$). На рисунке хорошо видно, что при изменении g в пределах реалистических значений величина Y отрицательна, т.е. не имеет физического смысла.

Таким образом, не существует экстремума потенциала системы по переменным X и Y , выбираемым в качестве переменных состояния. Поэтому особенность на поверхности потенциала системы, видимая на рис. 4.10 и 4.11, может быть обусловлена только переменной g . Именно ее и следует выбирать в качестве переменной состояния изучаемой технологической системы.

Можно усмотреть и особый смысл в идентификации величины g как переменной состояния. В самом деле, величина g - теоретическая производительность единицы технологического оборудования, определяет предельные возможности системы. В производственном цехе степень использования этих возможностей обуславливается количеством работающего оборудования X и численностью работников Y . Поэтому X и Y естественно рассматривать в качестве параметров управления, через которые в той или иной мере потенциальные возможности реализуются.

Подытожим теперь проведенное исследование и вернемся к вопросу, поставленному в начале данного раздела, о возможности использования функции типа (4.2) в качестве потенциала технологических систем в трикотажном производстве. В целом на этот вопрос есть все основания дать утвердительный ответ. Принципиально значим здесь тот факт, что функция (4.5) применима не только к круглочулочному, но и к трикотажному производству вообще. Привязка (4.5) к конкретному виду производства сводится фактически к выбору соответствующего технологического содержания и количественных значений входящих в него величин. В данном случае выбрано круглочулочное производство потому, что в нем численность оборудования в рабочих зонах и в цехе наибольшая, вы-

сокий уровень производительности оборудования и широкий диапазон его значений. Такой выбор обеспечил большую вариативность величин в (4.2), а значит и более широкую область поиска.

Выделим главные аргументы в пользу выбора функции, представляющей потенциал системы в форме (4.2).

- 1) Функция (4.2), являясь мерой интенсивности функционирования технологической системы, соответствует общей рекомендации по выбору функций, по которой одним из них можно предпочесть другие.
- 2) Функция (4.2) в форме (4.5) имеет четкий технологический смысл, что облегчает интерпретацию получаемых результатов.
- 3) Выбранная функция есть функция всего трех переменных, имеющих весьма общий характер по отношению к технологическим системам, а это предоставляет возможность выявления достаточно существенных черт их поведения.
- 4) Функция (4.5) отличается выраженной нелинейностью, позволяющей рассчитывать на то, что не все результаты анализа устойчивости технологических систем в трикотажном производстве окажутся тривиальными, и что не все состояния равновесия системы будут устойчивыми. Среди них могут обнаружиться неустойчивые или обладающие малой устойчивостью, а это потенциально повышает информативность анализа технологических систем на устойчивость.
- 5) Особенности функции (4.5) открывают перспективу использования понятийного аппарата, а также, по меньшей мере, элементов математического аппарата теории катастроф, что создает условия для рассмотрения хорошо известных технологических систем в принципиально ином ракурсе.

В заключение обратим особое внимание на тот факт, что равновесное состояние технологической системы достижимо только тогда, когда достигается максимум производительности системы. До тех пор, пока этот максимум не достигнут, система пребывает в неравновесном состоянии. Следовательно, говорить об устойчивости его в подобном случае не имеет смысла.

Выясним теперь, как можно решить вопрос о поиске состояний равновесия технологической системы и оценке их устойчивости.

4.3 Оценка устойчивости технологической системы

Исследование систем на устойчивость сводится к выявлению областей устойчивого и неустойчивого их равновесия. Известно [17], что равновесное состояние системы достигается в тех точках, в которых первая производная от потенциала по переменной состояния оказывается равной нулю. Используем это определение для поиска состояний равновесия системы. Выше в разд. 4.2 получено условие равенства нулю первой производной от потенциала системы в форме (4.8) по переменной состояния g . Это условие представлено соотношением (4.16). Перепишем его еще раз:

4.14

$$g = (q_1 / q_3)^{0.5} \quad (4.18)$$

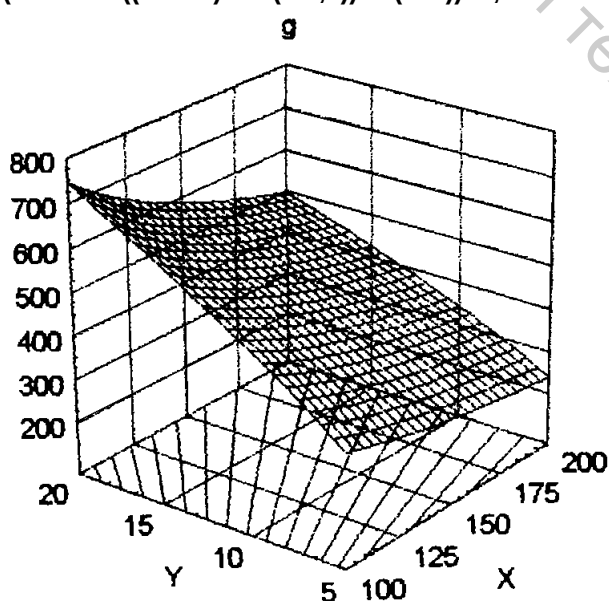
или

$$g = (bY/(X - Y))^{0.5} \quad (4.18a)$$

где $b = A_2^2/(A_3A_4)$. Построим геометрическое отображение уравнения (4.18a) в пространстве параметров X, Y, g , выбрав близкие к реальным диапазоны возможных значений переменных управления X и Y . Поиск значений переменной g проводим для всех сочетаний значений переменных X, Y , перебираемых каждая с некоторым шагом. Тройка значений переменных X, Y, g , обращающая равенство в тождество типа $0=0$, рассматривается как набор координат фазовой точки в пространстве X, Y, g . Как к наглядному примеру обратимся к рис. 4.10. На нем видно, что фазовые точки, соответствующие состояниям равновесия рассматриваемой системы, образуют в фазовом пространстве X, Y, g поверхность. Это подтверждает вывод, сделанный в гл. 3 данной работы, о множественности стационарных состояний технологических систем в трикотажном производстве.

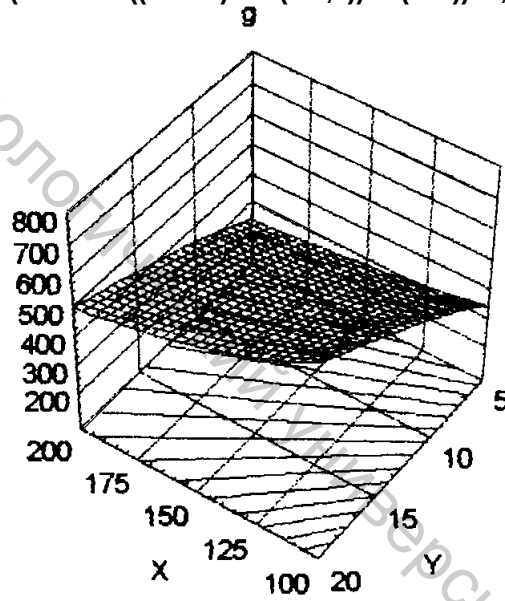
Геометрический анализ уравнения (4.18a) показывает, что система обладает большой свободой совершать движения по поверхности равновесия в пространстве переменных X, Y, g . Иными словами, возможен непрерывный переход от одного состояния равновесия к другому. Это означает, что равновесные ее состояния достижимы при многих сочетаниях уровней переменной состояния g и

$$g = (29520^2 / ((26+24) * 26 * (1-0,7)) * Y / (X-Y))^{0.5}$$



а)

$$g = (29520^2 / ((26+24) * 26 * (1-0,7)) * Y / (X-Y))^{0.5}$$



б)

Рисунок 4.10 - Поверхность равновесия технологической системы по данным табл. 4.2, описываемая функцией (4.18a) в фазовом пространстве X, Y, g : а) при $X=50...250$ и $Y=5...20$; б) при тех же значениях X и Y в развернутом положении. Обращает на себя внимание то, что проекции линий уровня неплоской поверхности равновесия оказываются прямыми линиями.

переменных управления X, Y . Однако равновесным состояние системы будет до тех пор, пока отображающая его фазовая точка будет оставаться на поверхности равновесия. Пребывание системы в неравновесном состоянии или потеря равновесия геометрически интерпретируется как несовпадение фазовой точки с этой поверхностью.

Подчеркнем, что если область возможных состояний системы - это часть трехмерного фазового пространства X, Y, g , определяемая интервалами значений названных фазовых переменных, то область равновесных состояний - поверхность в том же пространстве, положение и форма которой обусловлены параметрами технологической системы, входящими в соотношение (4.18а). Изменение любого из этих параметров изменяет положение этой поверхности в пространстве параметров X, Y, g , но оставляет неизменной ее топологию, в частности, линии уровня остаются прямыми. Интегральной характеристикой поверхности равновесия, как показано в разд. 4.2, является максимум производительности системы в каждой ее точке, что отличает эту поверхность от всех возможных поверхностей в данном пространстве.

Рассмотрим теперь вопрос об устойчивости равновесных состояний изучаемой технологической системы, как один из важнейших в анализе, связанный с эффективностью и управляемостью ею. Используем для этой цели математический аппарат теории устойчивости, применение которого оказалось оправданным в многочисленных практических приложениях к самым различным областям науки и техники [23, 24].

Перепишем выражение для первой производной от потенциала технологической системы F по переменной состояния g в форме функции самого потенциала F . Из (4.8а) имеем

$$dF/dg = (q_0 q_1 - q_0 q_3 g^2)/(q_1 + q_2 g + q_3 g^2)^2 \quad (4.19)$$

Представим дробь в правой части (4.19) в виде суммы двух дробей:

$$dF/dg = (q_1/q_0)[q_0 g / (q_1 + q_2 g + q_3 g^2)]^2 - (q_3/q_0) [q_0 g / (q_1 + q_2 g + q_3 g^2)] \quad (4.20)$$

С учетом (4.8) можно написать :

$$dF/dg = (q_1/q_0) F^2/g^2 - (q_3/q_0) F^2 \quad (4.21)$$

Вынося за скобки F^2/q_0 и выражая из (4.8) g через F , получим;

$$dF/dg = (q_1/q_0) (F^2/q_0) [q_1/[-0.5(q_2/q_3 - q_0/q_3/F) \pm \sqrt{\{(0.25(q_2/q_3 - q_0/q_3/F)\}^2 - q_1 q_3}]^2 - q_3}] \quad (4.22)$$

Уравнение (4.22) полностью удовлетворяет основному требованию теории устойчивости, заключающемуся в следующем: левая часть уравнения, описывающего состояние системы, должна содержать лишь производную dP/ds от потенциала системы P по переменной состояния s (как правило, времени); правая часть должна иметь вид функции только потенциала системы $f(P)$ и не содержать явно переменную s . Если s присутствует в правой части явно, то

любым способом необходимо выразить ее через потенциал, т.е. исключить, что в данном случае и сделано при переходе от (4.21) к (4.22) по отношению к g .

Отыщем теперь значения F , при которых dF/dg окажется равной нулю. Из (4.21) следует, что $dF/dg = 0$ при $g = (q_1 q_3)^{0.5}$. Выше это же значение g было уже найдено другим путем. Так как при значении g , определяемом равенством (4.18), достигается максимум потенциала F , то применительно к (4.22) заключаем, что $dF/dg = 0$ при $F=0$ и $F=F_{\max}$. График функции (4.22) изображен на рис. 4.11. Он показывает, что функция dF/dg однозначна лишь в одной точке: $F=F_{\max}$.

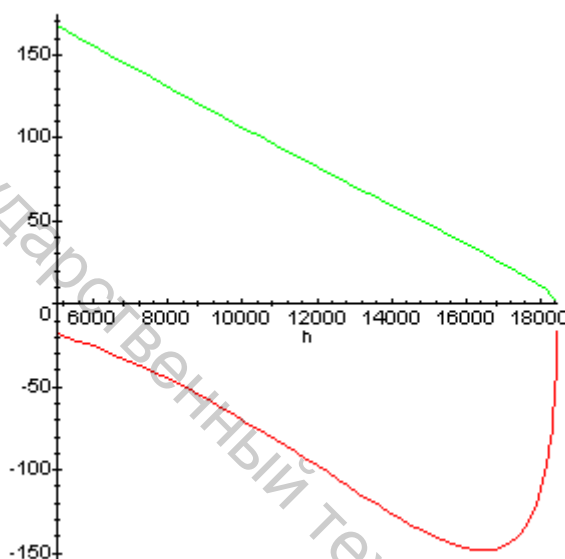


Рисунок 4.11 - Графическое представление функции (4.22) при $X=250$, $Y=5$ и значениях остальных параметров технологической системы, взятых из табл. 4.2: верхняя ветвь построена при знаке минус, нижняя ветвь - знаке плюс перед радикалом в выражении (4.22); минимум на нижней ветви соответствует точке перегиба на поверхности потенциала системы (см. рис. 4.8); масштаб нижней ветви увеличен по сравнению с масштабом верхней ветви в 20 раз; на отрицательной полуоси ординат значения производной dF/dg приведены также увеличенные в 20 раз.

В остальных точках ее возможные значения образуют две ветви в зависимости от знака перед радикалом в правой части уравнения (4.22): верхняя ветвь реализуется при знаке минус, нижняя - при знаке плюс. В точке $F=F_{\max}$ достигается состояние равновесия, так как в ней $dF/dg = 0$. В общем случае можно написать, что $F = F(g, X, Y)$, где X, Y - параметры управления. Поверхность равновесия, как показано выше, описывается уравнением $F(g, X, Y)=0$. Остальным точкам диаграммы на рис. 4.11 также можно поставить в соответствие аналогичные поверхности $F(g, X, Y) \neq 0$. Однако все они не будут поверхностями состояний равновесия.

Поставим теперь вопрос об устойчивости состояния равновесия. Известен и используется на практике целый ряд критериев устойчивости. Одним из наиболее простых, но позволяющих однозначным образом решить данный вопрос, является критерий знака функции в правой части уравнения (4.22). Он состоит в следующем: если при переходе через точку равновесия функция в правой части (4.22) меняет знак с плюса на минус, то состояние равновесия устойчиво. Во всех остальных случаях оно неустойчиво. Применим этот критерий для оценки устойчивости состояния равновесия рассматриваемой системы. Перепишем выражение (4.21) в таком виде:

$$dF/dg = F^2/q_0 [q_1/(kg)^2 - q_3] \quad (4.23)$$

где k - некоторый безразмерный коэффициент. При $k = 1$ и значении g , определяемом соотношением (4.18), $dF/dg = 0$, и фазовые точки в пространстве gXY лежат на поверхности равновесия (рис. 4.10). Проследим за знаком правой части (4.23) по мере прохождения фазовой точки через поверхность равновесия. Из (4.23) следует, что знак этой части определяется знаком разности в прямых скобках. При $k < 1$ $kg < g$, и правая часть (4.23) имеет знак плюс. Прохождение фазовой точки через поверхность равновесия моделируется переходом значения k из области $k < 1$ в область $k > 1$. После такого перехода имеем $kg > g$, что приводит к изменению знака правой части (4.23) с положительного на отрицательный. В соответствии с описанным выше критерием заключаем, что состояние равновесия рассматриваемой технологической системы оказывается устойчивым.

Выясним теперь во всех ли точках поверхности равновесия состояние равновесия устойчиво. Оценим знак второй производной при $g = (q_1/q_3)^{0.5}$. Выберем из (4.8а) выражение для этой производной. Знак ее определяется знаком числителя. После подстановки в числитель значения $g = (q_1/q_3)^{0.5}$ и сокращения на $q_0 q_1$ получим:

$$- 2(q_1/q_3)^{0.5} - q_2 < 0$$

Ранее показано, что величины q_1, q_2, q_3 могут быть только положительными. Таким образом, во всех точках поверхности равновесия вторая производная отрицательна. Следовательно, фазовые точки на поверхности равновесия соответствуют состояниям устойчивого равновесия технологической системы.

Интерес представляет поверхность значений максимальной производительности цеха как функции параметров управления X, Y при $g = (q_1/q_3)^{0.5}$. Для построения функции, описывающей эту поверхность, подставим в выражение (4.8) значение $g = (q_1/q_3)^{0.5}$. После простых преобразований получим:

$$F_{\max} = q_0 / [q_2 + 2 (q_1 q_3)^{0.5}] \quad (4.24)$$

Используя соотношения (4.7), последнюю функцию нетрудно привести к виду $F_{\max} = F_{\max}(X, Y)$. Поверхность (4.24) в пространстве $F_{\max}, X, Y$ изображена на

рис. 4.12. В целом перед нами картина сильной зависимости $F_{\max}$ от X и Y , что представляет практический интерес.

Для анализа производительности N технологической системы в окрестности ее максимального значения при изменении теоретической производительности оборудования представим эту зависимость таблично.

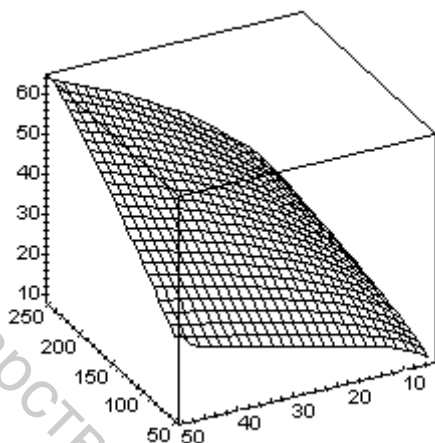


Рисунок 4.12 - Поверхность максимальных значений потенциала технологической системы, описываемая (4.24) при $X \in [50..250]$, $Y \in [5..50]$ и $g = (q_1/q_3)^{0.5}$: рисунок показывает, что влияние Y на $F_{\max}$ существенно зависит от значения X : чем больше X , тем сильнее это влияние.

В третьей строке табл. 4.6, отображающей функцию $N(g)$, приведены относительные изменения “ u ” производительности системы при переходе к более высокому значению теоретической производительности чулочных автоматов. Величина $u = N/N(100)$, где $N(100)$ – производительность технологической системы при $g=100$. Подтверждая результаты проведенного выше расчетного и графического анализа, данные табл. 4.6 указывают на наличие резерва производительности технологической системы, связанного с применением высокопроизводительных автоматов в производстве чулочно-носочных изделий. Так максимум производительности рассматриваемой системы $N = 25820$ изд./смену достигается в случае использования чулочных автоматов с теоретической производительностью в 550 изд./см. Этот уровень не следует расценивать как реально недостижимый. Например, по данным Витебского ОАО “КИМ” в производстве женских носков применяются чулочные автоматы 32 класса с теоретической производительностью порядка 600 изд. в смену.

Представленная с помощью табл. 4.6 функция $N(g)$ имеет особенности. Как показывает третья строка данной таблицы, скорость роста производительности системы N быстро снижается по мере возрастания g . Так при увеличении g от 100 до 200, т.е. при удвоении g , величина N возрастает на 50.2%. В то же время увеличение g в три раза увеличивает N лишь в 1.75 раза. Как следует

из той же таблицы, удвоение производительности рассматриваемой технологической системы вообще недостижимо за счет роста теоретической производительности оборудования g . В этой системе фактическое значение $g = 140$ изд./смену (по данным практической эксплуатации чулочных автоматов 2АН-14 на ОАО КИМ, г. Витебск) обеспечивает величину $N=16668$ изд./смену, что на 55% меньше максимально возможной производительности N . Между тем, при удвоенном значении g , т.е. при $g = 280$, уровень достижимой производительности системы всего на 10% ниже теоретически максимального значения.

Максимум функции $N(g)$ обусловлен, с одной стороны, тем, что рост теоретической производительности оборудования повышает фактическую сменную выработку работницы. С другой стороны, простои оборудования тем в большей мере снижают производительность технологической системы, чем выше теоретическая производительность применяемого оборудования. Это и ведет к появлению таких значений g , при которых падение производительности технологической системы вследствие роста длительности простоев оборудования из-за совпадений компенсируется ее приращением за счет высокой теоретической производительности g . Принципиально такая возможность просматривается и через соотношение (4.4), где двойственный характер влияния g на производительность системы N отчетливо виден: рост g ведет к росту нормы производительности оборудования N_m , одновременно снижая коэффициент простоев машин из-за совпадений K_c . Вообще говоря, в качестве критерия существования максимума функции $N(g)$ может быть использован коэффициент полезного времени КПВ. В идеальной технологической системе, т.е. в такой, в которой отсутствуют простои оборудования, $KПВ=1$. В реальных технологических системах $KПВ < 1$ всегда. Рис. 4.13 наглядно показывает характер влияния КПВ на вид

Таблица 4.6. – Значения производительности технологической системы N , вычисленные по формуле (4.4), в зависимости от величины теоретической производительности чулочных автоматов g при $X=200$ и $Y=10$ (значения параметров T_6 , $T_{вн}$, T_c и k_a взяты из табл. 4.2)

N	1343 4	2017 8	2356 7	2516 3	2575 7	2582 0	25776	254620	24957
g	100	200	300	400	500	550	600	700	800
u	1	1.502	1.750	1.869	1.913	1.918	1.914	1.891	1.854

функции $N(g)$. При $KПВ=1$ функция $N(g)$ оказывается линейной. И это понятно, т.к. при полном отсутствии простоев оборудования производительность систем N определяется произведением численности оборудования на его теоретическую производительность. Нелинейность функции $N(g)$ возникает при отклонении КПВ от единицы в сторону меньших значений. Характер нелинейности свидетельствует о том, что влияние КПВ имеет принципиальный характер, т. к. делает функцию $N(g)$ нелинейной.

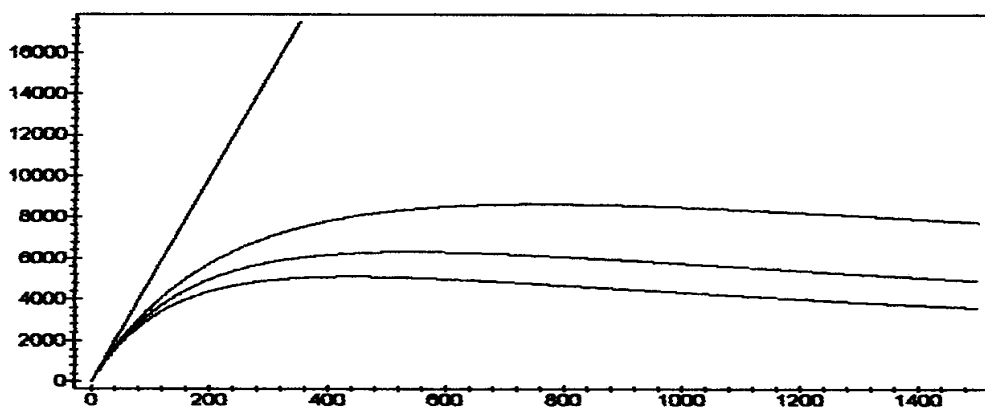


Рисунок 4.13 - Графический вид зависимости $N(g)$ при различных значениях коэффициента полезного времени КПВ технологической системы: прямая соответствует идеальной системе, в которой простои оборудования отсутствуют и $\text{КПВ}=1$; кривой, в наибольшей мере отклоняющейся от этой прямой, соответствует наименьшее значение КПВ.

Обратим теперь внимание на то, что анализ технологической системы с использованием концепции устойчивости можно вести в пространстве других параметров. Чтобы показать, каких именно, вернемся к формуле (4.18а) и разделим числитель и знаменатель дроби, стоящей в подкоренном выражении в правой ее части на Y . Имеем:

$$g = (b / (X/Y - 1))^{0.5} \quad (4.25)$$

Т. к. $X/Y = H_0$ - норма обслуживания оборудования, то выясняется, что с позиций устойчивости теоретическая производительность и норма обслуживания технологического оборудования связаны взаимно однозначной зависимостью, а именно

$$g = (b / (H_0 - 1))^{0.5} \quad (4.26)$$

График этой зависимости представлен на рис. 4.14. Особенность кривой состоит в больших различиях скорости снижения g по мере роста H_0 , начиная от минимального значения $H=4$: вначале до значения $H_0=20$ величина g снижается быстро; после этого значения скорость изменения g стабилизируется на относительно невысоком уровне.

Опираясь на соотношение (4.26), естественным представляется вывод о том, что параметры X и Y связаны с величиной g зависимостью не в форме (4.18а), а в форме (4.26). Тогда возникает вопрос о корректности подхода к анализу технологической системы с использованием соотношения (4.18а), предполагающего построение поверхности в пространстве g, X, Y . В действительности оба подхода дополняют друг друга. В самом деле, рассмотрим соотношение (4.18а) и подставим в него значение $Y=1$:

$$g = (b / (X - 1))^{0.5} \quad (4.27)$$

$$g=29520^2/((16+31)*16*(1-0,8))/((H_0-1))^0,5$$

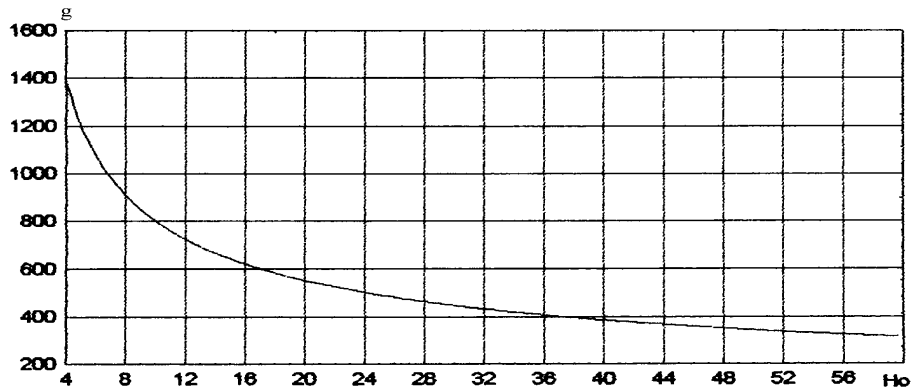


Рисунок 4.14 - График зависимости (4.26). Значения параметров T_6 , $T_{вн}$, T_c и k_a взяты из табл. 4.2: график показывает, что при $g=140$ и $H_0=8$ технологическая система находится в состоянии, удаленном от равновесного.

При $X_{\min}=1$ между функциями (4.26) и (4.27) имеются лишь формальные различия: как величина X , так и величина H_0 изменяются в одном и том же диапазоне, левая граница которого равна единице. Но функция (4.27) описывает сечение $Y=1$ поверхности, описываемой (4.18а). Придавая Y значения не равные единице, получаем из (4.18а) уравнения любых других сечений указанной поверхности. Следовательно, поверхность (4.18а) оказывается как бы набором плоских форм, описываемых (4.27). Однако с помощью формы (4.18а) можно выявить и то, что недоступно в случае анализа с применением формы (4.26). Зафиксируем левую часть (4.25), положив $g=g_c$. После несложных преобразований получим уравнение $Y=AX$, где $A=1+b/g_c^2$, свидетельствующее о том, что численность Y рабочих, занятых производительным трудом, прямо пропорциональна численности X работающего оборудования. Геометрически это означает, что линиями уровня неплоской поверхности (4.18а) оказываются прямые, что не представляется тривиальным фактом. Данный вывод иллюстрируется видом проекций линий уровня поверхности (4.18а) на рис. 4.10.

Подчеркнем, что линейная зависимость между X и Y установлена для технологической системы с максимальной производительностью, для которой $dH/dg=0$, т.е. для находящейся в равновесии в пространстве параметров X, Y, g . Нетрудно показать, что из уравнения $dF/dg=C$ при $C \neq 0$ можно вывести функцию вида $g=g(X/Y)$ аналогичную (4.25), по которой легко установить пропорциональность между Y и X и в этом случае.

В принципиальном отношении различие в подходах к анализу технологических систем с использованием соотношений (4.18а) и (4.26) сводится к тому, что в первом случае – технологическая система – это весь цех, включающий X единиц оборудования и Y рабочих, в то время как во втором случае технологическая система сводится к единственной рабочей зоне из H_0 машин.

Подводя итог анализу рассмотренной технологической системы, отметим, что в пространстве параметров X, Y, g ее состояние существенно удалено от

равновесного и устойчивого. Само по себе это имеет смысл рассматривать как предпосылку спонтанной эволюции (хотя возможно и медленной) технологической системы в направлении падения ее производительности в условиях, когда управляющие воздействия отсутствуют, и система как бы предоставлена самой себе. При тех же параметрах системы T_6 , T_c , $T_{вн}$ и K_a производительность ее намного ниже той, какую она могла бы иметь в состоянии устойчивого равновесия. Повышение ее за счет применения более производительных чувствительных автоматов приближает состояние системы к равновесному и устойчивому.

Особенно важным в данной связи оказывается то, что значение g , при котором достигается максимум производительности технологической системы, обеспечивает наименьшую зависимость H от колебаний значений параметров управления X и Y . Этот вывод делает понятной и оправданной мировую тенденцию роста производительности вязального оборудования для трикотажного производства, в частности, круглочулочных автоматов.

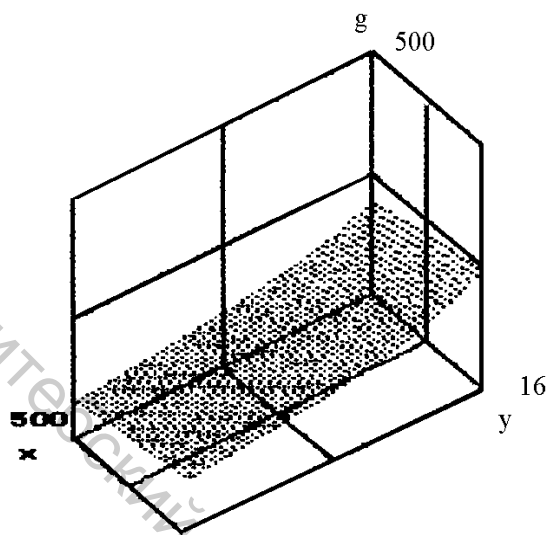
Проведенное исследование устойчивости технологических систем в трикотажном производстве не представляется полным. Это обусловлено тем, что в ходе его по умолчанию предполагалась неизменность математической структуры выражения, определяющего потенциал технологической системы в форме (4.8). Между тем, в реальных системах всегда присутствуют возмущения, способные вызвать отклонения вида математических выражений, в действительности описывающих потенциал (4.6) системы, от выражения (4.4). Нетрудно привести пример количественного механизма таких отклонений, если обратить внимание на то, что величины, входящие в (4.4) как константы, в определенные периоды времени могут перестать быть таковыми и оказаться зависящими, например, от параметров X , Y . Это, в частности, относится к величинам $T_{вн}$, T_c , k_a , входящим в выражение (4.4) на правах средних. Например, время на ликвидацию срывов изделий T_c может вполне зависеть от отношения X/Y , т.е. от величины нормы обслуживания: чем больше норма обслуживания, тем выше вероятность срыва и тем больше вероятность роста T_c при более частом возникновении срывов (в силу даже действия одних только психологических факторов, оказывающих влияние на работницу). Нет принципиальных оснований категорически утверждать, что технологическая система неизменно во времени будет вести себя в соответствии со среднестатистическим описанием, представляемым выражением (4.4). Поэтому возможность хотя бы кратковременных изменений математической структуры функции (4.4), могущих привести к некоторым изменениям ее общего вида, не представляется абстрактной. Чем будут отличаться состояния системы, могут ли возникнуть принципиально иные ее состояния, если математическое выражение для потенциала станет отличным от формы (4.4)? Какими окажутся последствия в случае малых и больших отличий, надо ли их опасаться? Используемый в данной работе подход, связанный с применением ряда Тейлора, позволяет промоделировать такую ситуацию. Поэтому попытаемся построить ответы на поставленные вопросы, имеющие, как следует из приведенных аргументов, не только теоретическое, но и практическое значение.

4.4 Виртуальные состояния технологической системы и их равновесие

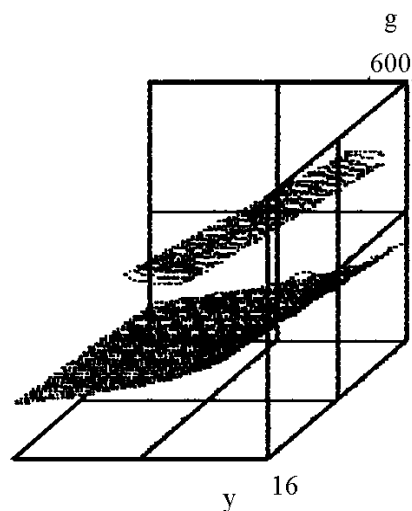
Сама постановка данного вопроса расширяет аспекты исследования устойчивости технологических систем, указывая на такие состояния систем, о которых, по крайней мере, можно сказать, что они возможны. По этой причине подобные состояния, используя подходящий термин из физики, назовем виртуальными. В их присутствии можно убедиться, если вызывать небольшие изменения математической структуры функции, описывающей потенциал системы. В качестве метода моделирования математической структуры функции достаточно естественным представляется разложение ее в ряд Тейлора. Выше в разд. 4.2 такое разложение (4.9) построено и показано, что разложение функции (4.8) по степеням разности $(g-g_0)$ дает высокую точность приближения при наличии в ряду членов до 4-го порядка включительно. Данные табл. 4.4 наглядно демонстрируют это. Предположим теперь, что коэффициенты ряда (4.9) под действием возмущений слегка изменяются. Начнем с вариаций членов высшего порядка. Введем в ряд (4.9) коэффициент k , не превышающий единицы, на который умножим квартичный член. Назовем его коэффициентом возмущения. Будем изменять k от единицы в сторону меньших значений. Последовательные изменения формы поверхности равновесия соответствующей технологической системы представлены на рис. 4.15. На нем мы видим, что при определенном значении k на поверхности равновесия начинают возникать особенности в форме складок и сборок, обуславливающих появление областей, в которых равновесие технологической системы перестает быть устойчивым. Анализируя рис. 4.15, легко понять, что области неустойчивых состояний равновесия рассматриваемых систем расположены в зонах под складками на поверхности равновесия.

Особый интерес представляет факт появления нескольких действительных значений величины g , соответствующих одному сочетанию значений X и Y . Так на рис. 4.15 перпендикуляр к фазовой плоскости XY пересекает поверхность равновесия в трех точках. Это означает, что при определенных условиях возможно существование устойчивых технологических систем с одинаковым количеством работающего оборудования и равными нормами обслуживания, но с оборудованием, имеющим разную теоретическую производительность. Как уже отмечено в разд. 4.3 данной работы, такая возможность подтверждается соотношением (4.4).

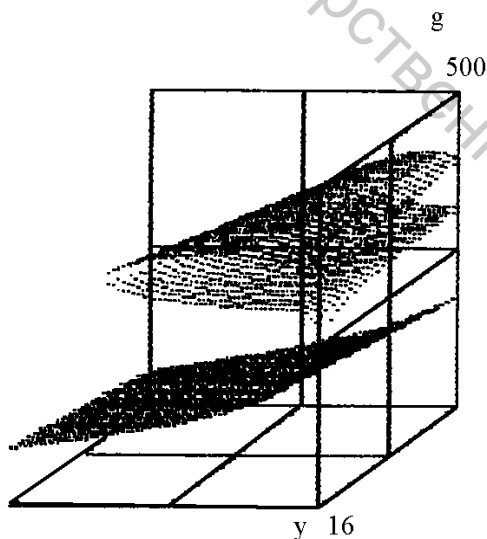
Рис. 4.15 свидетельствует о том, что уже при значении коэффициента возмущения $k=0.9$ на поверхности равновесия возникает особенность, которую можно интерпретировать как складку. Важно при этом то, что неизменное сочетание значений переменных X и Y соответствует более чем одно значению g . При росте величины коэффициента возмущения растет не только степень выраженности этой особенности, изменяется ее характер. Это проявляется в увеличении числа разных значений переменной g при одном и том же сочетании значений переменных X и Y . Это указывает на то, что сложность взаимосвязей переменных состояния и управления может становиться намного выше той, которую можно видеть в традиционном ракурсе.



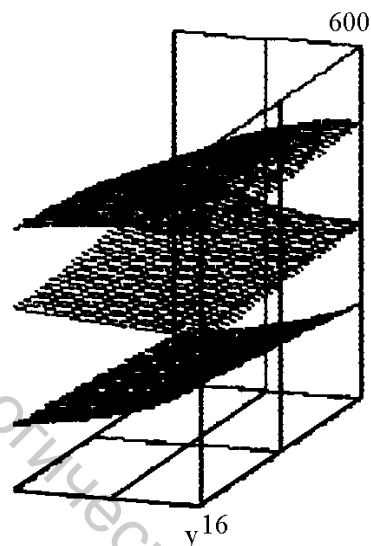
а)



б)



в)



г)

Рисунок 4.15 - Поверхности равновесия виртуальных состояний технологической системы при различных значениях коэффициента возмущения k : а) при $k=1$; б) при $k=0.9$; в) при $k=0.8$; г) при $k=0.7$; д) при $k=0.6$, е) при $k=0.5$. Значения $F, F_1 \dots F_4$ вычислены по формулам (4.8) и (4.8а) при $X=100, Y=10$; величины остальных параметров взяты из табл. 4.2; поверхности построены с использованием ряда $F_T = F(g_0) + F_1(g_0)(g-g_0) + 0,5F_2(g_0)(g-g_0)^2 + 0,1667F_3(g_0) \cdot (g-g_0)^3 + k[0,0417F_4(g_0)(g-g_0)^4]$ при $g_0=150$. Рисунки отображают появление таких поверхностей равновесия, по отношению к которым нарушается условие однозначности величины g при фиксированном сочетании значений X и Y .

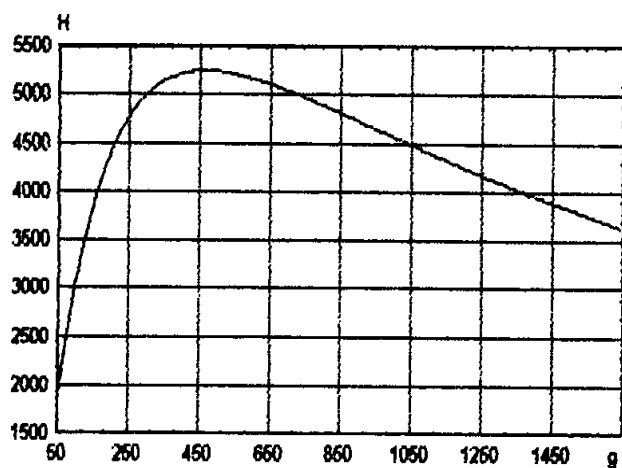
На рис. 4.16 графически представлена функция $H(g)$ при различных значениях X , Y и остальных параметров системы, значения которых содержатся в табл. 4.7. Представленная этой таблицей технологическая система характерна повышенными значениями параметров $T_{вн}$ и T_c и низким значением K_a , что обусловлено особым режимом ее функционирования, в котором производится отработка процесса вязания изделий конкретного артикула. Данный режим выбран по той причине, что все представляющие принципиальный интерес сочетания значений параметров X, Y, g оказываются в этом случае в области, достижимой на практике. Это позволяет отчетливее увидеть механизм перехода от реальных состояний системы к виртуальным и наоборот. Графики показывают, что кроме максимального любое другое значение H достигается при двух разных уровнях теоретической производительности оборудования g .

Таблица 4.7 - Параметры технологической системы для производства мужских носков арт. 9с1260 на стадии отладки режима вязания

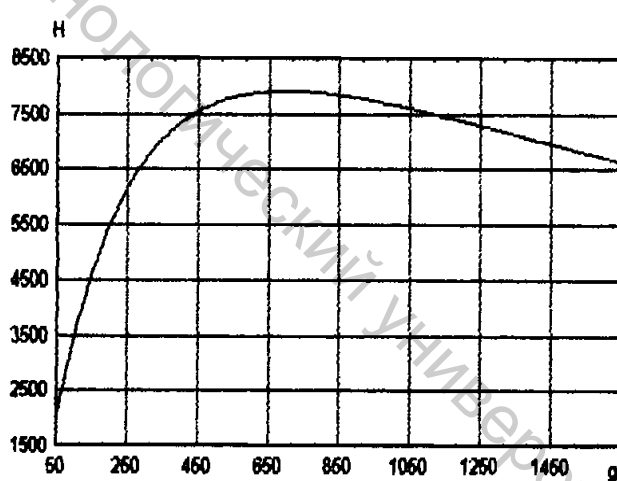
Обозначения характеристик	T (с.)	T_6 (с.)	$T_{вн}$ (с.)	T_c (с.)	K_a (с.)	g (изд./см.)	H_0
Значения характеристик	29520	2700	26	24	0.66	150	7

$$H = (29520 - 27000) / ((29520/g + 26 + 24) / ((29520/g + 26(50/5 - 1)(1 - 0.66))) 29520/g) 50$$

$$H = (29520 - 27000) / ((29520/g + 26 + 24) / ((29520/g + 26(50/10 - 1)(1 - 0.66))) 29520/g) 50$$



а)



б)

Рисунок 4.16 - Зависимость производительности технологической системы от теоретической производительности применяемого оборудования: а) $X=50$, $Y=5$ ($H_{\max}=5240$ при $g=450$); б) $X=50$, $Y=10$ ($H_{\max}=7910$ при $g=650$). Значения других параметров системы в табл. 4.7; Сравнение графиков показывают, что при возрастании отношения X/Y , т.е. нормы обслуживания оборудования, величина g , соответствующая $H_{\max}$, смещается в сторону меньших значений, а значит, и более реальных для практики.

В области значений H , непосредственно примыкающей к $H_{\max}$, оба значения g , соответствующие значениям $H < H_{\max}$, вполне реалистичны. Например, $H=5000$ изд./см. достигается при $g=300$ изд./см. и $g=720$ изд./см. (рис. 4.16а). При таком различии в этих двух уровнях теоретической производительности чулочных автоматов не возникает сомнений относительно разницы в их стоимости. Отсюда следует, что факт существования особенности зависимости $H=H(g)$, графически отображенной на рис. 4.16, обретает уже экономический аспект, тяготея по статусу к критерию предпочтения одного вида технологического оборудования другому.

Обратим внимание на то, что с позиций теории устойчивости при значении g , обеспечивающим максимум производительности технологической системы, состояние этой системы оказывается одновременно и равновесным, т.к. в точке максимума производная от потенциала по переменной состояния $dF/dg = 0$. Отсюда вытекает принципиальная важность выбора правильного соотношения между переменной состояния технологической системы g и переменными управления X, Y .

Как следует из представленных результатов, такой выбор сделать, если, задав значения X и Y , найти абсциссу максимума функции $H(g)$, т.е. значение g , наилучшим образом соответствующее заданным значениям переменных управления X и Y . При других соотношениях между названными переменными производственные возможности системы будут либо недоиспользованы, либо система окажется перегруженной. В обоих случаях максимум производительности системой не достигается, и она оказывается в неравновесном состоянии, к которому понятие устойчивости неприменимо.

Резюмируя изложенное в данном разделе, можно заключить, что имеет смысл рассматривать виртуальные состояния технологической системы и их равновесие как заслуживающие внимания ввиду существования предпосылок для их реализации в определенных условиях и высокой вероятности их резких отличий от ближайших к ним реальных состояний.

Рассмотрим теперь в качестве примеров некоторые реальные технологические системы и оценим близость их возможных состояний к равновесному и устойчивому.

4.5 Примеры анализа технологических систем с применением концепции устойчивости

Изложенный в разд. 4.1 и 4.2 подход используем теперь для анализа конкретных технологических систем. Методически задача будет состоять в том, чтобы, приняв конкретные значения величин, характеризующих систему, а также используя соотношения (4.5) и (4.8), построить поверхность равновесия в пространстве переменных X, Y, g , а затем установить принадлежит ли этой поверхности фазовая точка, отображающая состояние анализируемой технологической системы в этом пространстве. Кроме того, одна из задач анализа состояния системы будет заключаться в оценке соответствия между переменными

управления системой X , Y и переменной ее состояния g , а также определения близости этого соответствия к такому, при котором производительность системы будет максимально достижимой при заданных параметрах системы. Рассмотрим несколько примеров технологических систем из области производства чулочно-носочных изделий.

Характеристики первой технологической системы, производящей мужские носки, представлены в предыдущем разделе в табл. 4.7. В этой таблице приведены значения параметров технологической системы на стадии отработки процесса вязания изделия данного вида. Значения таких параметров как $T_{\text{вн}}$ и $T_{\text{ср}}$ относительно высоки. Коэффициент полезного времени этой системы составляет 0.66. На рис. 4.17 изображена поверхность равновесия данной системы, построенная с использованием соотношения 4.18а.

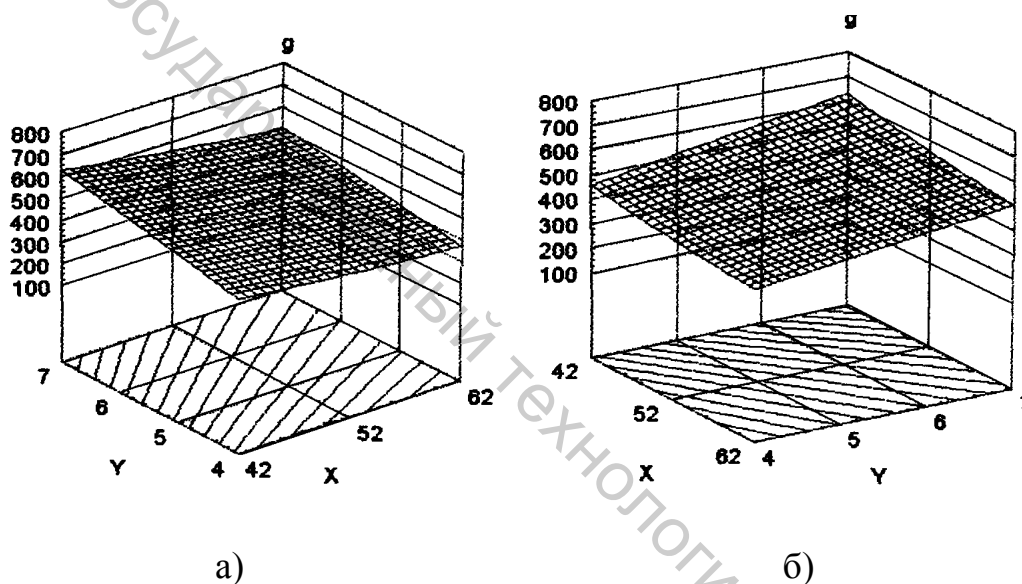


Рисунок 4.17. Поверхность устойчивого равновесия технологической системы, построенная по уравнению (4.18а) с использованием данных табл. 4.7: по рисунку легко заключить, что фазовые точки с координатой $g < 380$ и $g > 620$ не принадлежат этой поверхности, форма которой в заданных областях переменных управления X и Y близка к плоскости.

Для численной оценки всех параметров системы графическое представление дополним табличным. Табл. 4.8, содержащая значения теоретической производительности оборудования g , выраженная числом изделий, получаемых на одном чулочном автомате в течение рабочей смены, отражает степень удаления состояния данной технологической системы от равновесного. Рис. 4.17 и особенно табл. 4.8 показывают, что не существует точки в фазовом пространстве X, Y, g , лежащей на поверхности равновесия и имеющей координату $g = 150$, равную теоретической производительности чулочных автоматов рассматриваемой технологической системы, представленной данными табл. 4.7. Вместе с тем, отчетливо видна связь устойчивости системы в пространстве X, Y, g с нор-

Таблица 4.8 - Значения теоретической производительности g чулочных автоматов, вычисленные из соотношений (4.18а) по данным табл. 4.7.

$Y \backslash X$	40	50	60	70	80	90	100	110	120
2	322	287	261	241	225	212	201	191	183
3	400	355	322	297	277	261	247	235	225
4	468	414	375	346	303	287	273	273	261
5	531	468	423	389	363	341	322	306	393
6	590	518	468	429	400	355	337	337	322
7	647	567	468	408	385	366	350	366	350
8	702	613	550	504	468	438	414	393	375
9	757	658	590	540	500	468	442	419	400
10	812	702	628	573	530	496	468	444	423

мой обслуживания оборудования $H_0 = X/Y$: при росте H_0 фазовая точка смещается в область меньших значений g . В целом о рассматриваемой системе можно сказать, что соответствующая ей фазовая точка довольно близка к поверхности равновесия, описываемой соотношением (4.18а).

Сравним теперь состояние этой же технологической системы после стадии отладки. Параметры системы для этого случая представлены в табл. 4.9, а сама поверхность равновесия представлена в числовом виде в табл. 4.10. Как видим, значения теоретической производительности чулочных автоматов, определяемые из условия устойчивости технологической системы, резко возросли. Фазовая точка в пространстве X, Y, g с координатой $g = 150$ оказалась (вдоль оси значений g) на два порядка ниже соответствующей точки на поверхности равновесия. При норме обслуживания, равной 7 чулочным автоматам, при заданных значениях $T_{\text{вн}}$, T_c и K_a работница в состоянии была бы обслуживать чулочные автоматы с теоретической производительностью $g = 17616$ изделий/смену. Рассмотрим более подробно полученный результат.

Выше, в разделе 4.3 были выявлены условия возникновения экстремума функции $H(g)$, описывающей зависимость производительности технологической системы от теоретической производительности применяемого оборудования. Из них с полной очевидностью следует, что в периоды времени, когда, например, на чулочном автомате идет процесс вязания, скорость этого процесса теоретически может быть очень высокой. Тем не менее, не столь угодно большой. Причина такого принципиального ограничения обусловлена ростом потерь в фактической производительности высокоскоростных чулочных автоматов во время их простоев, в частности, из-за совпадений. Проведем несложные расчеты по формуле (4.8), используя данные табл. 4.9 и приняв $X=49$ и $Y=7$, что определяет норму обслуживания, приведенную в этой таблице. Подставляя в указанную формулу значения соответствующих величин, получим при $T_{\text{вн}}=4.2$ с./изделие: $H(g=150) = 6205$ изд./смену; $H(g=3573)=38489$ изд./смену. Примем теперь $T_{\text{вн}} = 4.2$ с./изд. Получим: $H(g=150)=5839$ изд./смену; $H(g=3573) = 22709$ изд./смену.

Таблица 4.9 - Характеристики технологической системы для производства мужских носков арт. 9с1260, размер 27, по окончании отладки

№ п/п	Наименование характеристики	Значение характеристики
1	Вид применяемого оборудования	Автомат "2АН-14"
2	Длительность рабочей смены, Т, с.	29520
3	Потери времени по группе Б, Т _б , с.	2250
4	Коэфф. потерь времени по гр. А, К _а	0.79
5	Вспомогательное не перекрываемое время, Т _{вн} , с./изделие	4.2
6	Потери времени из-за срывов изделий,	8.7
7	Т _{ср} , с./изделие	
	Теоретическая производительность	150
8	чулочного автомата, g, изделий/смену	7
	Норма обслуживания, Н _о	

Таблица 4.10 - Значения теоретической производительности g чулочных автоматов, вычисленные из соотношений (4.18а) по данным табл. 4.9.

Y\X	40	50	60	70	80	90	100	110
2	9900	8808	8013	7400	6910	6505	6165	5872
3	12287	10902	9900	9131	8517	8013	7589	7225
4	14384	12724	11533	10623	9900	9306	8808	8382
5	16309	14384	13011	11968	11142	10466	9900	9416
6	18127	15935	14384	13212	12287	11533	10902	10365
7	19874	17410	15882	14384	13362	12532	11839	11249
8	21575	18832	16925	15500	14383	13478	12725	12085
9	23250	20217	18127	16575	15363	14304	15570	12881
10	24913	21576	19298	17616	16310	15256	14384	13646

Таким образом, для первой системы имеем снижение на 6% в то время как производительность второй системы упала на 41%.

Этот пример выразительно демонстрирует функцию Н(g) как своего рода суперпозицию двух функций, из которых одна описывает рост производительности системы за счет поста теоретической производительности применяемого оборудования, а вторая – падение производительности системы из-за возникновения простоев оборудования в реальном производственном процессе.

Рассмотрим теперь еще одну технологическую систему, в которой вырабатываются женские носки арт. ОС309-Д39. Характеристики соответствующей системы сведены в табл. 4.11. Особенность рассматриваемой системы обусловлена малыми значениями параметров $T_{вн}$ и $T_{ср}$, а также высокой производительностью применяемых чулочных автоматов.

На рисунке 4.18 изображена поверхность устойчивого равновесия данной системы, построенная с использованием соотношения 4.18а. Рисунок показывает, что данная система находится в состоянии, далеком от того, параметры которого соответствуют условиям равновесия.

Таблица 4.11 - Характеристики технологической системы в круглчулочном производстве (женские носки арт. ОС309-Д39)

№ п/ п	Наименование характеристики	Значение Характеристики
1	Вид применяемого оборудования	Автомат "Program"
2	Длительность рабочей смены, T , с.	29520
3	Потери времени по группе Б, $T_б$, с.	2660
4	Коэфф. потерь времени по гр. А, K_a	0.88
5	Вспомогательное неперекрываемое время, $T_{вн}$, с./изделие	1.5
6	Потери времени из-за срывов изделий, $T_{ср}$, с./изделие	1.1
7	Теоретическая производительность чулочного автомата, g , изделий/смену	593
8	Норма обслуживания, H_o	5

Это теперь уже не представляется неожиданным в свете соображений, приведенных выше. Здесь мы видим, что из-за высокой производительности применяемых чулочных автоматов даже кажущиеся совсем небольшими потери времени $T_{вн}$ и $T_{ср}$ оказываются просто катастрофическими в смысле недоиспользования потенциальных возможностей технологической системы в целом. Совершенно очевидно, что значения $T_{вн}$ и $T_{ср}$ в технологической системе используемого типа должны быть намного меньшими.

Полученные результаты свидетельствуют о существовании скрытых тонких соотношений между стандартными параметрами и показателями технологических систем, представленным в качестве примеров в таблицах 4.9 и 4.11. Это важно для практики, т.к. учет этих отношений открывает доступ к дополнительным технологическим ресурсам.

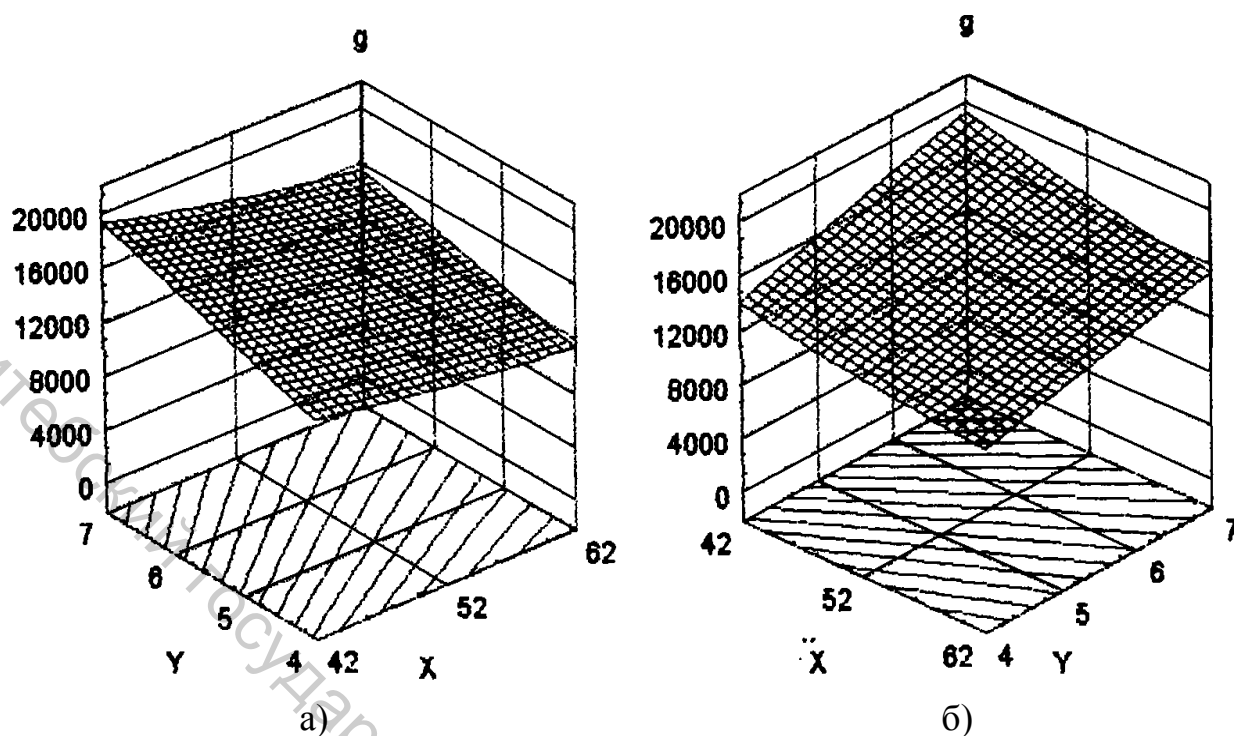


Рисунок 4.18 - Поверхность устойчивого равновесия данной системы, построенная с использованием соотношения 4.18а. По рисунку видно, что минимальное значение g , при котором фазовая точка еще соответствует равновесному состоянию системы, составляет примерно 7000 изделий в смену. Отсюда следует, состояние технологической системы, параметры которой представлены в табл. 4.11, оказывается далеким от равновесного и устойчивого.

4.6 Выводы и перспективы

Исследование, проведенное в данной главе, показывает, что предлагаемый подход к изучению технологических систем в трикотажном производстве способен дать новую информацию об их возможных состояниях. Анализ даже общеизвестной функции (4.4), описывающей функционирование названных систем, свидетельствует о реальности возникновения таких явлений в них, для описания которых очень подходящими оказываются модели элементарных катастроф. С позиций устойчивости множество возможных состояний технологической системы далеко не однородно. А это существенное обстоятельство в плане наблюдения за системами, управления ими, предотвращения критических явлений в них. И даже возможность просто понять причины происходящего немаловажно для устойчивого функционирования технологических систем как человеко-машинных или эргатических [25].

Математические модели катастроф заставляют обратить внимание на некоторые специфические черты явлений скачкообразного изменения состояния системы в ответ на плавное изменение внешних условий. Поэтому даже само по себе признание факта таких изменений запретит игнорировать те собы-

тия в технологической системе, которые следует рассматривать как признаки их приближения. Так, в частности, уже геометрия элементарных катастроф указывает на то, что скорость нарастания изменений в системе начинает стремительно расти по мере приближения к катастрофе. Такой вывод, вполне очевидный с позиций теории катастроф, с других позиций получить не так легко. Он свидетельствует еще и о том, что степень устойчивости равновесных состояний технологических систем в трикотажном производстве может изменяться во времени. Поэтому слежение за положением на поверхности равновесия фазовой точки, отображающей равновесное состояние системы, может использоваться как способ оперативной оценки запаса ее устойчивости.

Перспективы применения теории катастроф к производству обусловлены возможностью увеличения количества информации о системе без увеличения объема измерений значений ее параметров за счет придания большей значимости тем фактам, которые обычно выглядят как естественные или тривиальные.

Сопоставляя результаты исследований технологических систем, проведенных в гл. 3 и данной главе, можно отметить, что в главе 3 устойчивость технологической системы рассмотрена с учетом зависимости от времени параметров, определяющих ее состояние. Это реализовано посредством применения дифференциальных уравнений, в которых время фигурировало явно в качестве независимой переменной, в составе производных функций X, Y, g , описывающих систему. Между тем в гл. 4 анализ устойчивости проведен с позиций теории катастроф с использованием функций X, Y, g в их интегральном представлении, в котором время явно не выступает. Тем не менее, результаты исследования устойчивости с обеих позиций дополняют представления об этом важном качестве систем в производственной сфере.

Важно отметить, что математические модели технологических систем, построенные и использованные в главе 3 для анализа устойчивости этих систем, приводят к **точкам** равновесия в фазовом пространстве. Результаты же, полученные в данной главе, свидетельствуют о том, что существуют **поверхности** равновесия систем в фазовом пространстве. В практическом отношении это обуславливает большую свободу действий при решении вопросов организации технологических систем в привязке к конкретным условиям. Существует множество систем, оптимальных по критериям устойчивости. Знание этого факта особенно важно при проектировании систем, когда приходится одновременно принимать во внимание технические, технологические, экономические и другие критерии. Возможность отличить устойчивую технологическую систему от неустойчивой, используя простые, известные, привычные критерии, позволяет уже на стадии проектирования заложить в систему способность противостоять действию дестабилизирующих факторов, и в силу самой своей организации в большей степени способствовать поддержанию расчетного уровня функционирования системы в реальных условиях, как правило, не отличающихся стационарностью. Это, в свою очередь повышает живучесть и управляемость системы.

5 АТТРАКТОРЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ТРИКОТАЖНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ И ИХ ИДЕНТИФИКАЦИЯ

Для исследования сложных систем в течение последних десятилетий разработаны новые методы. Они обогатили современную нелинейную теорию динамических систем, крупным достижением которой является открытие превалирования неустойчивостей. Это означает, что возникшие малые изменения параметров системы с течением времени могут усиливаться [11], приводя объект или систему в ряде случаев к потере устойчивости, т.е. к внезапному переходу в другой режим. Потенциальные предпосылки такого эффекта связаны с существованием, как уже указывалось в гл. 3, притягивающего множества установившихся режимов движения системы в фазовом пространстве. Такие режимы получили название аттракторов (от англ. attract - притягивать) [14]. Существование аттракторов систем и процессов было установлено в самом начале 60-х годов 20-го века. Позднее были выявлены аттракторы трех типов: состояние равновесия, состояние периодического движения и так называемый странный аттрактор, который вскоре стали связывать с проблемой хаотического движения. При переходе системы в состояние, называемое странным аттрактором, параметры системы начинают претерпевать сложные непериодические изменения. В то же время их усредненные значения могут оказаться устойчивыми и практически не зависящими от начальных условий. Теория катастроф позволила понять, что корректный ответ на вопрос об устойчивости системы возможен лишь тогда, когда установлен факт существования и вид аттрактора. В связи с этим поиск методов его обнаружения и распознавания вида быстро стал задачей, имеющей первостепенное значение для оценки поведения во времени сложных систем, к которым с полным основанием следует отнести технологические системы, в частности, в трикотажном производстве.

Исследованиями последних лет в области теории устойчивости установлено, что по отношению к конкретной системе может существовать даже несколько областей значений ее параметров, при которых она имеет аттрактор. Более того, свойства аттракторов у реальных систем нередко отличаются от свойств любого из трех указанных выше «стандартных» типов. Это заметно усложняет задачу анализа устойчивости технологических систем, чему способствует еще и отсутствие достаточно эффективных методов обнаружения областей установившихся режимов движения системы в фазовом пространстве. И все же взгляд на поведение систем с привлечением понятия аттрактор раздвигает грани представлений о возможных ее реакциях на изменения определяющих параметров. Несомненный интерес вызывает также оценка применимости разработанных за последующие годы методов обнаружения и анализа аттракторов к технологическим системам в конкретных производственных областях. Дадим теперь более развернутое описание понятия об аттракторе, как одного из важнейших в теории катастроф.

5.1 Понятие об аттракторе. Общие характеристики аттрактора

Если состояние системы рассматривать в фазовом пространстве, то каждому набору начальных условий будет соответствовать своя фазовая траектория. Поставим вопрос: в какой степени равномерно будет заполняться этими траекториями фазовое пространство состояний системы при изменении начальных условий? Ответ на него полностью определяется ее динамическими свойствами. С самых общих позиций можно утверждать, что при наличии у системы установившихся режимов движения фазовые траектории будут располагаться «гуще» вблизи соответствующих областей фазового пространства, т.к. области установившегося движения будут как бы притягивать к себе проходящие вблизи ее фазовые траектории. По мере удаления от таких областей притягивающее их действие, будет, естественно, становиться все более слабым. Как сказано выше, область установившихся режимов системы получила название аттрактор. Таким образом, присутствие аттрактора можно «почувствовать», если проанализировать плотность распределения траекторий движения системы в фазовом пространстве. При числе фазовых переменных большем двух для проведения такого анализа применяется некоторая двумерная поверхность, называемая поверхностью Пуанкаре [17], пересекающая фазовые траектории под ненулевым углом. В результате на поверхности Пуанкаре возникает двумерное отображение распределения фазовых траекторий в K -мерном фазовом пространстве с помощью точек пересечения их с указанной поверхностью. Распределение точек на этой поверхности отражает распределение траекторий в многомерном фазовом пространстве, в которое мы не можем «заглянуть» прямо.

Аттрактор характеризуется типом и размерностью. Три известные в настоящее время типа аттракторов представлены выше. Под размерностью аттрактора понимается размерность того фазового пространства, в котором он существует. Оценка размерности аттрактора имеет важное, а порой и принципиальное значение. Пусть, например, набор параметров X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 описывает некоторую технологическую систему. Предположим, что удалось установить размерность аттрактора, оказавшуюся равной 3. На основании этого можно заключить, что лишь 3 из 5 параметров определяют качества системы с позиций устойчивости. Если же в фазовом пространстве пяти параметров системы аттрактор обнаружить не удалось, а по другим критериям система проявляет устойчивость, то есть основания предположить, что исходный набор из пяти параметров системы не является полным, и существуют кроме этих еще и другие параметры, отражающие способность системы к устойчивому поведению в условиях, в которых она оказывается при функционировании. Отсюда следует, что анализ системы на устойчивость может раскрыть не лежащие на поверхности явления особенности связей ее параметров, а также выяснить

какие из них «отвечают» за устойчивость системы и при каких сочетаниях их значений система обнаруживает это важное качество.

5.2 Временная последовательность значений технологического параметра как источник информации об аттракторе

В предыдущем разделе показано, что анализ аттракторов технологической системы можно осуществлять по ее фазовому портрету, построение которого связано с математическим описанием системы. Однако на взгляд автора наибольший интерес с позиций приложений вызывают безмодельные способы идентификации аттракторов, развитые Пригожиным И. [11]. Основная их идея представлена ниже. Здесь же, следуя [11] и в привязке к трикотажному производству, изложим одно важное в принципиальном отношении соображение, открывающее путь к ее алгоритмической реализации.

Слежение за технологической системой в традиционном представлении есть не что иное, как наблюдение за некоторой совокупностью ее параметров. Так, например, в производстве изделий верхнего трикотажа на стадии вязания такими параметрами являются температура и влажность воздуха в цехе, показатели физических и механических свойств применяемых нитей, натяжение нитей на входе петлеобразующих систем, частота их обрывов, сила оттяжки и структурные характеристики получаемых полотен, производительность вязальных машин и ряд других. Однако слежение за технологической системой может проводиться путем регистрации во времени и одного какого-либо параметра. На первый взгляд существуют основания для сомнений в достаточном уровне информативности временной последовательности значений единственного параметра, т.к. технологические системы - многопараметрические. Однако, если выбрать параметр, являющийся функцией комплекса факторов, определяющих динамику технологической системы, то оценка ее по одномерной временной последовательности значений такого параметра уже не выглядит чрезмерно упрощенной. Более того, с организационной и технической сторон наблюдение за одним параметром предпочтительнее. При «одномерном» взгляде на систему чрезвычайно важен выбор параметра. Например, если в качестве наблюдаемого параметра использовать поверхностную плотность трикотажного полотна, то по ней нельзя в достаточной мере судить о течении производственного процесса ввиду того, что этот параметр характеризует лишь выпускаемый продукт. Совсем иное по степени полноты представление о производственном процессе возникает при оценке, например, величины отходов при вязании в единицу времени, которая характеризует и технологическую надежность нити, и техническое состояние оборудования, и уровень квалификации обслуживающего персонала, т.к. отходы при вязании содержат следы всех факторов, определяющих состояние данной технологической системы. Кроме того, как показано в работе [11], информативность одномерного вре-

менного ряда определяется не только тем, в какой мере в значениях выбранного параметра отражается действие факторов, определяющих динамику системы, но еще и тем как распорядиться элементами этого ряда. Опишем представленный в [11] способ обнаружения аттрактора и оценки его размерности по последовательности значений единственного параметра системы.

Пусть $X_0(t)$ - полученная тем или иным путем временная последовательность из N значений параметра системы. Построим фазовое пространство, используя способ, изложенный в разделе 2.2 данной работы. Образует из $X_0(t)$ M равновеликих наборов $X[u]$ ($u=0,1,2,..., [M-1]$), каждый из которых состоит из n выбранных подряд ее элементов. При этом любой набор, начиная со второго, формируется после сдвига вдоль последовательности $X_0(t)$ относительно предыдущего набора всякий раз на постоянную величину S , принимаемую не меньшей интервала корреляции в исходной последовательности $X_0(t)$. По завершении M сдвигов имеем ряд наборов $X_0, X_1, ..., X_{M-1}$, определяемых соотношениями (2.1). Элементы каждого набора будем рассматривать как координаты фазовой точки, определяющие ее положение в n -мерном фазовом пространстве. Совокупность таких точек образует фазовый портрет, на котором становится видимым притягивающее множество состояний системы, т.е. аттрактор, если он существует в построенном фазовом пространстве выбранной размерности. При этом аттрактор обнаруживается в виде одной или нескольких областей сгущений фазовых точек на фоне прилегающих зон. Так как размерность фазового пространства, в котором может существовать аттрактор, неизвестна заранее, то строятся фазовые пространства последовательно возрастающей размерности, и каждое из них просматривается с целью поиска аттрактора. Ввиду понятных трудностей просмотра многомерных пространств разработан косвенный метод обнаружения и оценки размерности аттрактора. Следуя [11], опишем алгоритм этого метода.

Введем функцию $C(R)$, используя соотношение,

$$C(R) = \frac{1}{M(M-1)} \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{M-1} \theta(R - |X_i - X_j|) \quad (5.2)$$

где X_i - одна из M точек n -мерного фазового пространства, X_j представляет массив из остальных $(M-1)$ точек; θ функция Хевисайда: $\theta(x)=0$ при $x<0$ и $\theta(x)=1$ при $x>0$. Введенная указанным способом функция $C(R)$ позволяет сосчитать число точек в фазовом пространстве, отстоящих от точки X_i на расстояние, не превышающее некоторую величину R . Величина $C(R)$ оказывается фактически мерой влияния точки X_i на другие точки X_j . Это дает основания рассматривать $C(R)$ в качестве корреляционной функции аттрактора. В [11] показано, что при относительно малых R функция $C(R)$ удовлетворяет соотношению:

$$\ln C(R) = d \ln R \quad (5.3)$$

где **d** - размерность аттрактора, которая вводится как формальная функция от размерности фазового пространства **n**, в котором аттрактор рассматривается. Из этих соотношений вытекает следующий алгоритм.

1. Используя исходную временную последовательность наблюдаемого параметра и соотношения (5.1), построить фазовые пространства с возрастающей размерностью $n = 2, 3, 4, \dots$, содержащие по **M** точек.
2. Для фазового пространства размерности **n** рассчитать корреляционную функцию **C(R)** в соответствии с (5.2).
3. Определить угловой коэффициент **d** линейного участка графика зависимости (5.3) вблизи начала координат в фазовом пространстве размерности **n**.
4. Построить график зависимости углового коэффициента **d** от размерности **n** фазового пространства, т.е. график функции $d = f(n)$ и проанализировать его. Если величина **d** не выходит на насыщение при увеличении **n**, то система не имеет аттрактора. Если **d** имеет насыщение, то величину **d** в этом случае следует рассматривать как размерность аттрактора, представленного исходной временной последовательностью. Значение **n**, выше которого наблюдается насыщение **d**, представляет собой минимальное число переменных, необходимых для моделирования системы с аттрактором выявленного вида [11].

Из данного описания становится окончательно понятным, почему $d=f(n)$ функция не более чем формальная. Дело в том, что размерность фазового пространства в рамках представленного алгоритма оказывается не причиной изменения **d**, а лишь условием его наблюдения, распознавания. Например, если в действительности $d=5$, а мы этого не знаем, то только после выхода в 6-мерное фазовое пространство появляется возможность обнаружить, что размерность аттрактора перестала расти, т.е. она равна 5.

Блок-схема алгоритма поиска аттрактора и оценки его размерности для программной реализации этого алгоритма на ЭВМ применительно к конечным последовательностям изображена на рис. 5.1.

После ввода оператором 1 последовательности из **N** значений параметра **X** оператором 2 устанавливаются значения следующих величин: **S** - сдвига скользящей выборки, $n_{\min}$ и $n_{\max}$ - наименьшего и наибольшего значений размерности фазового пространства, в котором предполагается поиск аттрактора, Δn - шага изменения размерности фазового пространства в ходе поиска, ΔR - приращения радиуса пробной сферы при последовательном счете числа точек, удаленных от выбранной точки на расстояние не большее **R**. Оператором 4 вычисляются значения **M1** и **M2**, соответствующие двум случаям соотношения величин **S** и **n** (оператор 5). Здесь **M1** и **M2** - числа точек в фазовом пространстве размерности **n**, получаемых из исходной последовательности длиной **N** при сдвиге **S**. Оператором 8 вводятся и придаются начальные значения: **j**-величине,

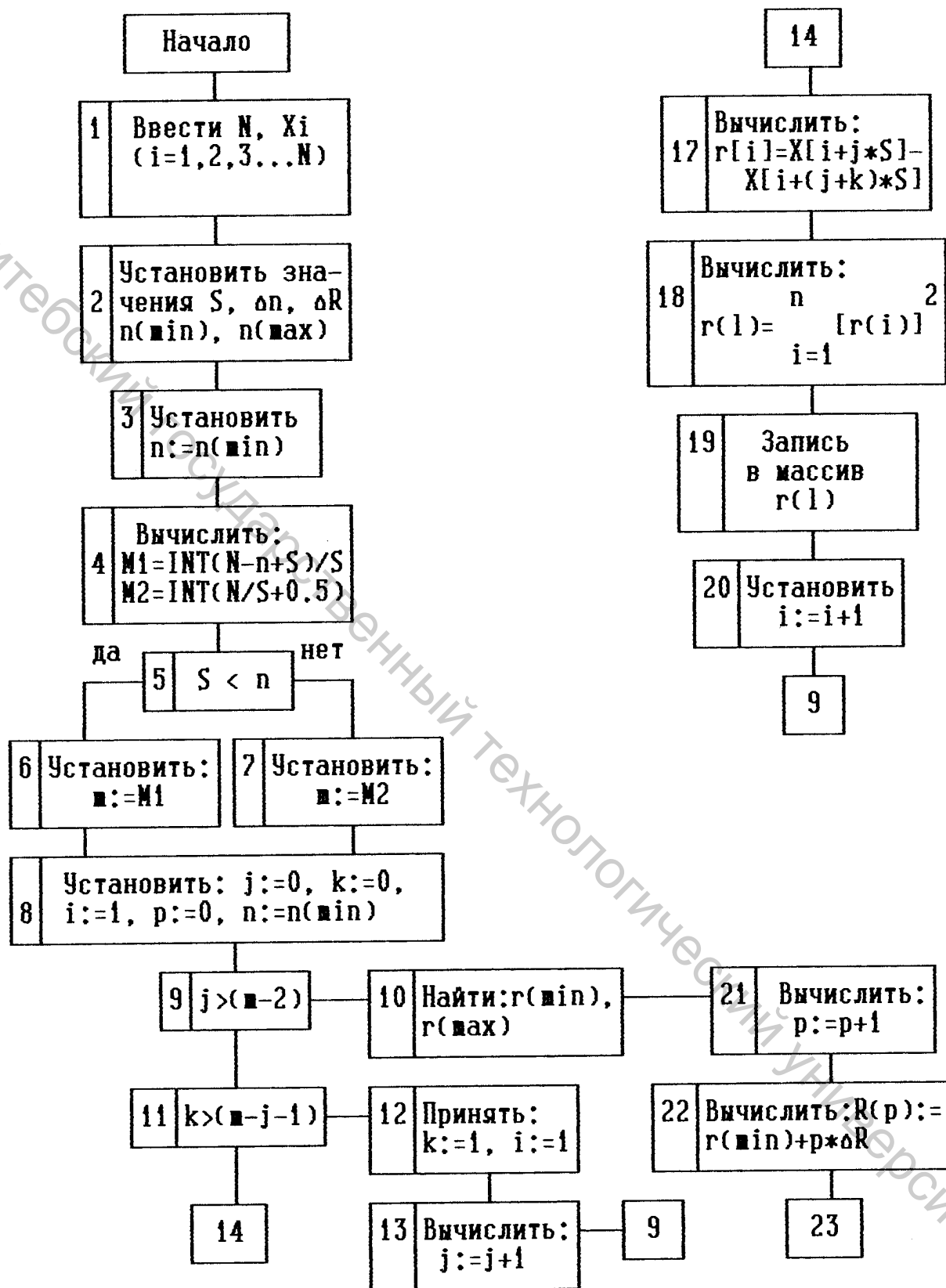


Рисунок 5.1 - Блок-схема алгоритма поиска аттрактора и оценки его размерности

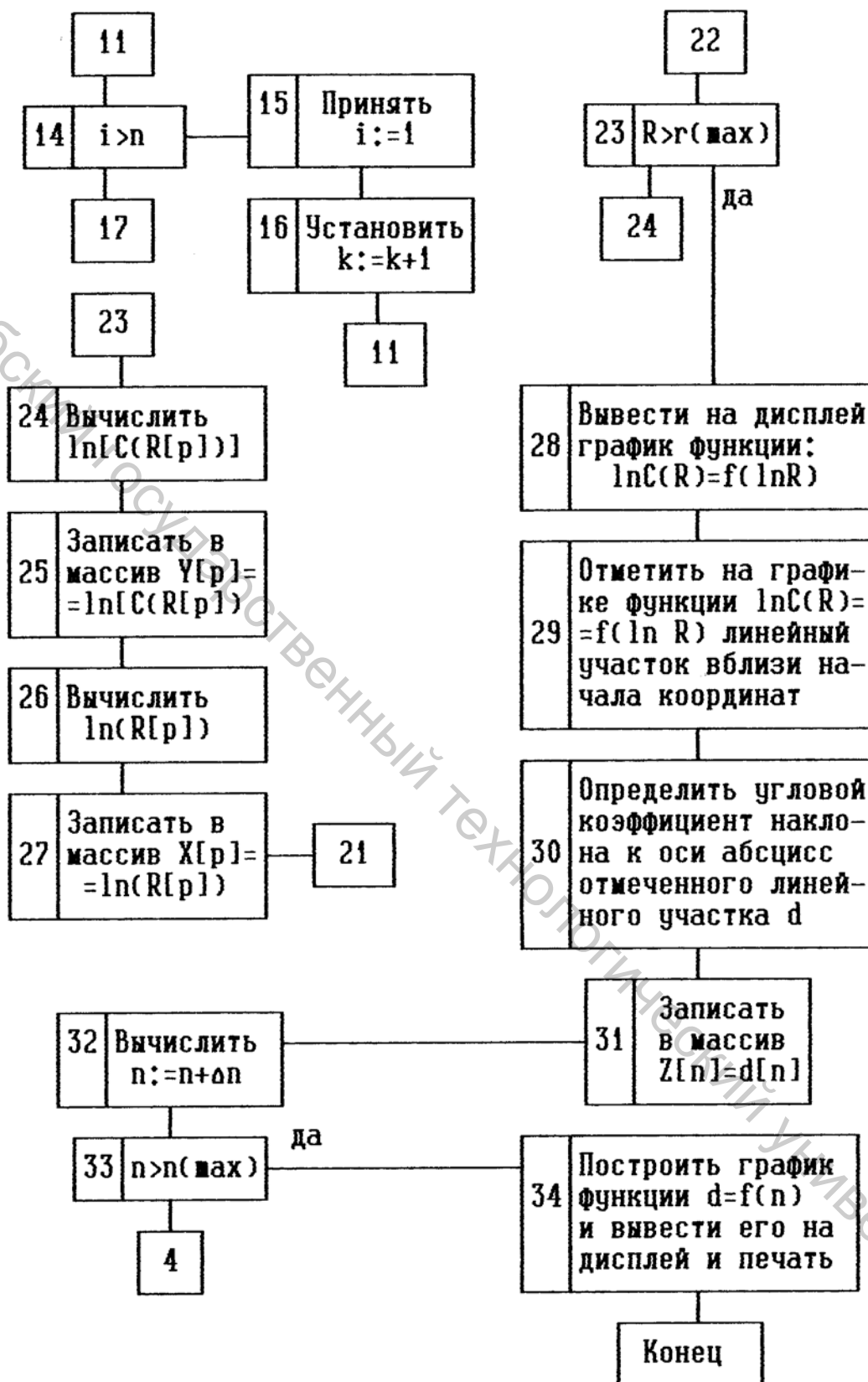


Рисунок 5.1 (продолжение) - Блок-схема алгоритма поиска аттрактора и оценки его размерности.

определяющей номер первого слагаемого в разности одноименных координат двух точек, k - величине, определяющей номер второго слагаемого в разности одноименных координат той же пары точек, i -номеру координаты каждой точки в n -мерном фазовом пространстве, p - номеру шага увеличения радиуса пробной сферы при счете числа точек, удаленных от выбранной на расстояние, не превышающее $R(p)$. При этом разность одноименных координат двух фазовых точек, образованных двумя выборками, из которых вторая сдвинута относительно первой на S элементов исходной последовательности, определяется как $r = X[i+j*S] - X[i+(j+k)*S]$. Из этого выражения понятен выбор начальных значений величин в операторе 8. После завершения трех вложенных циклов (операторы 9-20) образуется массив $r(l)$ из $L=m(m-1)$ расстояний между точками n -мерного фазового пространства. Среди этих расстояний отыскиваются минимальное и максимальное значения $r_{\min}$, $r_{\max}$ - оператор 10. После установки радиуса пробной сферы (оператор 22) вычисляется значение натурального логарифма корреляционной функции аттрактора по формуле 5.2, которое записывается в массив $Y[p]$ (операторы 26, 27). Аналогичный массив $X[p]$ формируется из значений $\ln(R[p])$. Выполнение условия $R > r_{\max}$ (оператор 23) позволяет перейти в режим вывода на дисплей графика функции $\ln C(R) = f(\ln R[p])$, используя соответствующие пары элементов массивов $\ln[C(R[p])]$ и $\ln(R[p])$. Как показано в [11], полученный график всегда имеет линейный участок вблизи начала координат. На этом участке выделяется наиболее линейный фрагмент, и далее определяется тангенс угла наклона его к оси абсцисс, т.е. угловой коэффициент d (формула 5.3). Значение его в форме $d[n]$ заносятся в массив $Z[n]$ (оператор 31), после чего значение размерности фазового пространства n увеличивается на Δn (оператор 32) и выполняется переход к оператору 4 - формированию фазового пространства более высокой размерности. Развертывание исходного числового ряда в фазовые пространства последовательно увеличивающейся размерности позволяет сформировать ряд значений $d[n]$, а по достижении величиной n максимального значения $n_{\max}$ - построить график функции $d=f(n)$, по которому делается заключение о размерности аттрактора. При анализе графика возможны два случая. В первом, когда аттрактор системы отсутствует, этот график в принципе имеет вид, представленный на рис. 5.2а. Здесь мы видим, что по мере перехода к фазовому пространству все более высокой размерности n все большей оказывается и величина d . Если же система имеет аттрактор, то график функции $d=f(n)$ на рис. 5.2б, отражая вначале рост d по мере увеличения n , показывает, что, начиная с некоторого значения n , рост d замедляется, а затем и прекращается вовсе, т.е. величина d выходит на насыщение. Наибольшее значение d и принимается за размерность аттрактора системы. Оно может быть как целым, так и дробным. При дробном значении d система способна проявлять хаотическое поведение. А это означает, что множество ее равновесных состояний образует странный аттрактор.

Таким образом, график функции $d=f(n)$ выступает как наглядный и чувствительный критерий распознавания аттрактора при любой его размерности.

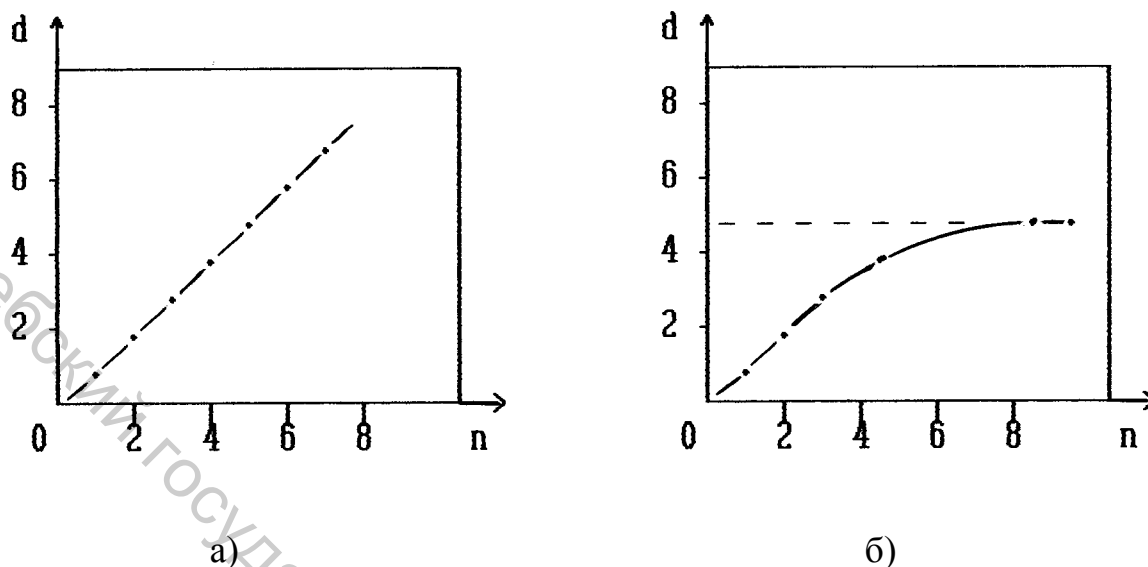


Рисунок 5.2 - Распознавание аттрактора и его размерности d в n -мерном пространстве с помощью функции $d=f(n)$: а) аттрактор отсутствует; б) имеется аттрактор с размерностью 4.8.

Информация о наличии и размерности аттрактора у исследуемой системы имеет большое значение для понимания ее динамики. Так, в частности, если размерность аттрактора - величина существенно дробная, то система способна к хаотическим колебаниям состояния независимо от того действуют на нее или нет внешние случайные возмущения. Этот очень сильный результат исследований в области теории катастроф, полученный сравнительно недавно [11], показывает, что хаотическое поведение системы далеко не всегда можно идентифицировать как отклик ее на внешние воздействия. Во многих ситуациях оно обусловлено динамическими свойствами самой системы, и его следует рассматривать как равноправное с другими, имеющее свои особые механизмы возникновения (один из них рассмотрен ниже в разд. 5.3 данной работы).

С другой стороны, есть и еще один аспект в оценке роли устойчивости в динамике систем. Известно, что при наличии аттрактора с дробной размерностью наблюдается неустойчивость состояний равновесия системы [11]. Такая неустойчивость способна играть роль усилителя слабых внешних воздействий, включая и имеющих случайный характер. Таким образом, те воздействия, которые в устойчивом состоянии системы не могли бы оказать сколько-нибудь заметного влияния, в неустойчивом состоянии системы вызывают в ней многократно усиленный отклик, создающий впечатление интенсивно действующих случайных факторов. Роль потери устойчивости уже анализировалась в данной работе выше в разд. 2.3 и 2.4, где это явление расценивалось, как могущее лежать в основе механизма хаотизации состояния технологических систем в трикотажном производстве. При этом хаотизация рассматривалась в качестве

одной из форм потери устойчивости состояний равновесия. Теперь возникают дополнительные аргументы в пользу именно такого рассмотрения.

Важно отметить еще и то, что размерность аттрактора определяет численность группы наиболее значимых факторов, т.е. тех, которые обуславливают самые важные ее свойства. Между тем факторов, определяющих состояние системы, может быть больше. Такой случай иллюстрируется тем же рис. 5.2б: значение $d=4,8$ достигается при $n=5$. Это означает, что динамика системы определяется 5-ю параметрами, и из фазовых пространств более высокой размерности 6,7,8 мы видим аттрактор все той же размерности, равной 5, т.к. график функции $d=f(n)$ выходит, как уже отмечено выше, на насыщение. Иначе говоря, аттрактор размерности n может существовать не только в фазовом пространстве размерности n , но и любой более высокой. Следовательно, для технологических систем моделирование их движения в фазовом пространстве с размерностью n и выше становится возможным при выявлении группы из n переменных состояния.

Хотя в рамках описанного алгоритма невозможно установить какие именно факторы наиболее значимы и должны быть рассмотрены в качестве ключевых, все же факт обнаружения существования подобной группы и выяснение ее численности вынуждает по иному взглянуть на систему и во многом иначе вести ее анализ. Такой анализ можно значительно углубить, объединяя с описанным подходом аппарат случайных функций и полей, теорий прогнозирования, фильтрации и ряда других.

Представляется уместным сделать одно небольшое техническое замечание. При значительной длине исходной последовательности задача по обнаружению аттрактора и оценке его размерности описанным способом не выглядит простой, т.к. связана с многократным перебором всех пар точек в фазовых пространствах все более высокой размерности. И хотя при неизменной длине $X_0(t)$ число фазовых точек уменьшается при росте размерности фазового пространства, все равно число пар таких точек остается большим. Поэтому для программной реализации решения данной задачи, например, на ПЭВМ требуется компьютер с достаточно мощным процессором. Приведенное соображение особенно существенно для тех ситуаций, когда задача по поиску аттракторов технологических систем и оценке их размерности оказывается в составе набора постоянно решаемых задач по обработке текущей производственной информации, причем задач, которые должны решаться оперативно.

5.3 Хаотизация состояния технологической системы и один из механизмов ее возникновения

Открытие Лоренцем Е.Н. странных аттракторов вывело представления о явлениях в динамических системах на качественно новый уровень. Интерес к аттракторам этого типа резко возрос, когда было обнаружено, что они порож-

дают хаотическое, а по существу случайное поведение даже в хорошо организованных детерминистических системах [12]. Странный аттрактор имеет сложную структуру. Внутри него фазовые траектории блуждают нерегулярным образом и чрезвычайно чувствительны к начальным условиям. Одной из особенностей странного аттрактора является то, что система способна совершить внезапный скачок после длительного периода кажущегося состояния покоя. В связи с этим явлением важно подчеркнуть, что равновесные состояния динамической системы могут быть как устойчивыми, так и неустойчивыми. Для подкрепления сказанного рассмотрим фазовый портрет технологической системы, производящей изделия арт. 3С73 из пряжи п/ш 31 текс на чулочных автоматах 2АН, построенный способом, описанным в предыдущем разделе. Использована последовательность Q_i значений отходов на стадии вязания; здесь $i=1, 2, 3, \dots, N$ - номер рабочей смены, по истечении которой регистрируются отходы Q_i , N - длина последовательности. На рис. 5.3а хорошо видно, что система имеет аттрактор. Оценим его размерность, построив функцию $d=f(n)$ по алгоритму, представленному в разд. 5.2 и на рис. 5.1. График этой функции на рис. 5.3б, выходящий на насыщение при $n=8$, показывает, что аттрактор странный, т.к. его размерность $d=5.5$,

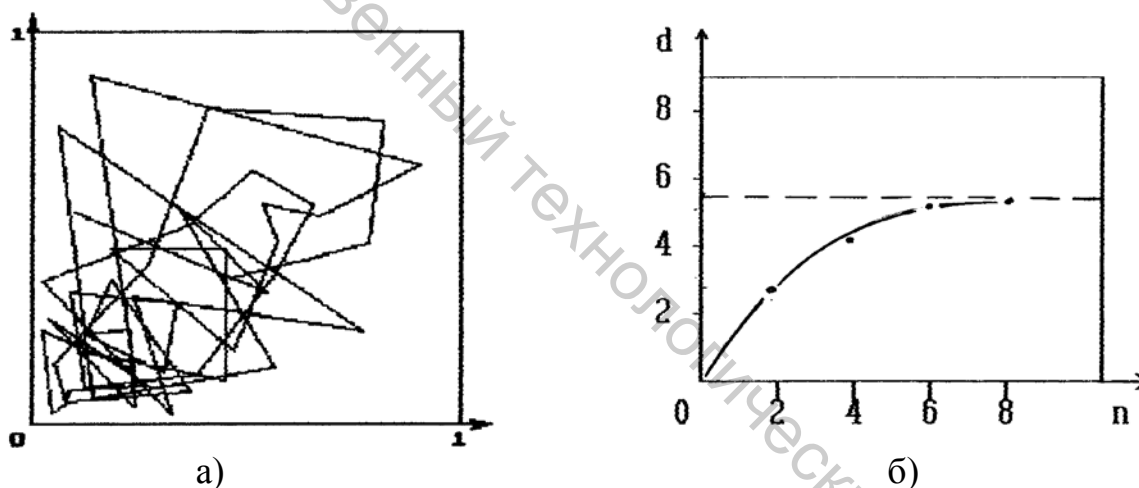


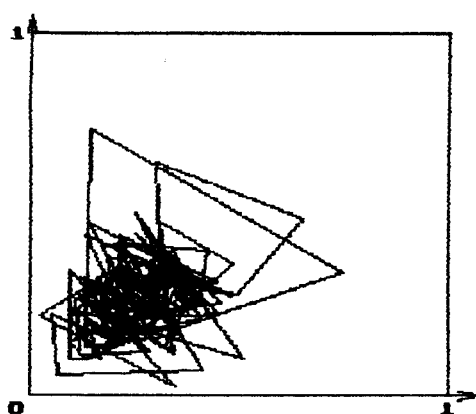
Рисунок 5.3 - Отображение состояния технологической системы, производящей изделия арт. 3С73 : а) фазовый портрет системы в фазовых координатах $Q[i]$, $Q[i+1]$, ($i=1, 2, 3, \dots, N$); б) график функции $d=f(n)$, определяющий размерность аттрактора.

выражается дробным числом и принадлежит интервалу $(5; 6)$. Теперь становятся понятными некоторые черты фазового портрета системы. Так после достаточно долгого пребывания на аттракторе состояние системы совершает скачкообразный переход в точку В, не задерживаясь в ней - в точку С и возвращается на аттрактор. Если наблюдать за величиной Q_i во времени, то такие скачки будут выглядеть как резкие аномальные отклонения параметра состояния системы от некоторого стандартного уровня (или допустимого уровня отходов), т.е. выбросы. Судя же по фазовому портрету и виду графика функции $d=f(n)$, можно дать совсем иную трактовку поведению системы. На аттракторе

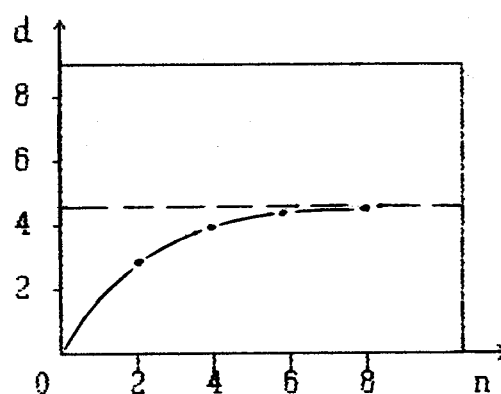
область А - область относительно устойчивого состояния. Но аттрактор, как уже установлено, странный. Следовательно, уход с него, хотя бы кратковременный, возможен, что мы и видим как переход в точку В, так же как и в точку С. Но состояния системы в этих точках явно неустойчивые, поэтому быстро сменяются состояниями, образующими аттрактор. После всех переходов вид фазового портрета свидетельствует о наличии реакций системы, делающих хаотичной общую картину состояний, через которые она прошла. Причем, такая хаотизация - вовсе не результат действия случайных факторов. В данном примере она обусловлена типом аттрактора системы. Численное значение размерности аттрактора говорит о том, что состояние системы обуславливается действием переменного числа факторов: в отдельные периоды времени ее состояние определяют 5 факторов, в остальное время - 6. Реакции системы на скачкообразные изменения численности группы факторов, определяющих устойчивость системы, и отображаются условной фазовой траекторией в виде ломаной линии, направление и величина участков которой хаотически изменяются.

Возьмем другой пример, в котором технологическая система имеет аттрактор, компактность которого значительно более высокая, и выясним как это будет отражаться в функции, определяющей размерность аттрактора. Рассмотрим технологическую систему в условиях Витебского ОАО "КИМ" на участке перемотки хлопчатобумажной пряжи линейной плотности 11.8текс*2, получаемой на Барановичском хлопчатобумажном производственном объединении. Цель перемотки - подготовка пряжи к вязанию. Выберем в качестве параметра состояния этой системы коэффициент вариации по разрывной нагрузке S , вычисляемый по результатам испытаний пряжи в лаборатории входного контроля. Фазовый портрет построен по множеству значений S для 100 бобин, одной и той же партии. На рис. 5.4 он изображен в системе фазовых переменных $S[i]$, $S[i+1]$ ($i=1,2,...,100$) совместно с графиком функции $d=f(n)$, определяющей размерность аттрактора. И здесь мы видим резкие уходы с аттрактора. Однако они значительно более редки, чем в предыдущем примере. По-прежнему размерность аттрактора выражается дробным числом. Однако дробная часть его значительно ближе к нулю, а целая - меньше. А это означает, что система менее хаотична, и ее устойчивость обусловлена небольшим числом факторов.

Но особенно существенной представляется идея о том, что система способна терять устойчивость либо под действием больших внешних возмущений, либо в результате уменьшения запаса устойчивости вследствие качественных перестроек в ней, возникающих как ответ ее на входные воздействия и внутренние и внешние помехи. Иными словами, наблюдаемое извне явление роста стохастической составляющей в изменениях параметров состояния технологической системы, может иметь своей причиной (и возможно нередко) нарастающую потерю устойчивости. Хаотизация, возникающая при этом, как правило, и отождествляется со случайными колебаниями.



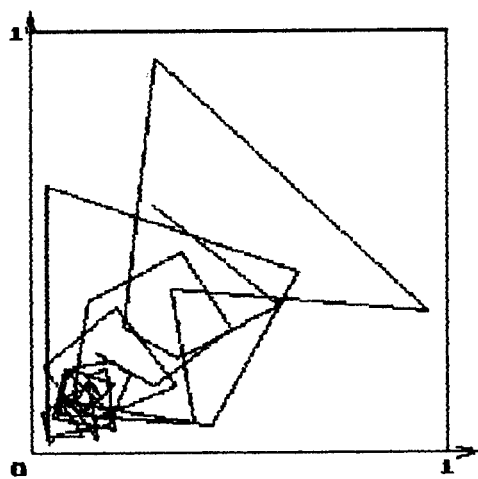
а)



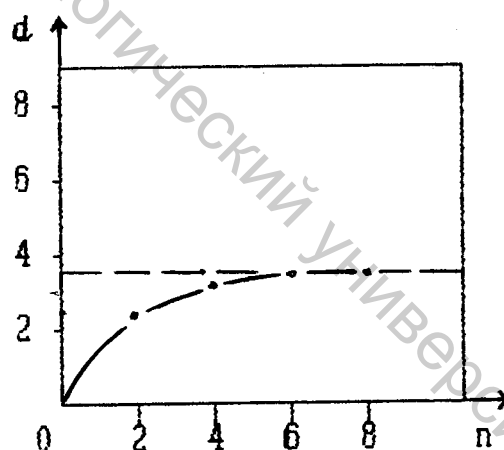
б)

Рисунок 5.4 - Отображение состояния технологической системы на участке перемотки хлопчатобумажной пряжи линейной плотности 11.8 текс*2: а) фазовый портрет системы в фазовых координатах $C[i]$, $C[i+1]$, ($i=1, 2, 3, \dots, 100$); б) график функции $d=f(n)$, определяющий размерность аттрактора.

Приведем еще пример, где будет видно, что некоторые явления в технологических системах, оцениваемые обычно как следствие случайности, оказываются обусловленными и другими причинными механизмами. Сравним реакции одной и той же технологической системы на замену одного поставщика пряжи другим при неизменных волокнистом составе, линейной плотности и виде вырабатываемых изделий. Выберем в качестве такой системы зону двухцилиндровых чулочных автоматов 2АН, заправленных хлопчатобумажной пряжей линейной плотности 11.8 текс*2 и производящих колготки детские арт. 3С122 на Витебском ОАО КИМ.



а)



б)

Рисунок 5.5 - Отображение состояния технологической системы, производящей изделия арт. 3С122 из х/б пряжи 11.8 текс*2 (поставщик БПХО): а) фазовый портрет системы в фазовых координатах $Q[i]$, $Q[i+1]$, ($i=1, 2, 3, \dots, N$); б) график функции $d=f(n)$, определяющий размерность аттрактора.

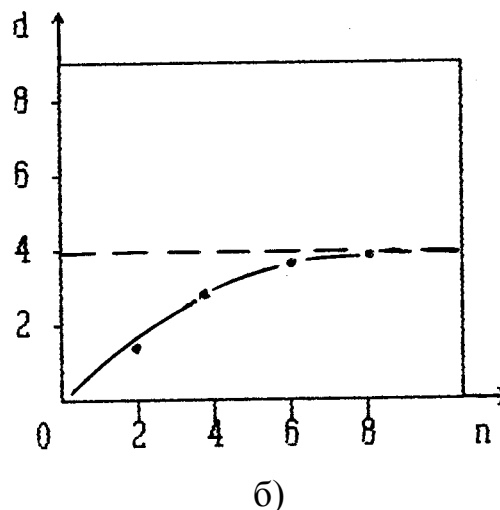
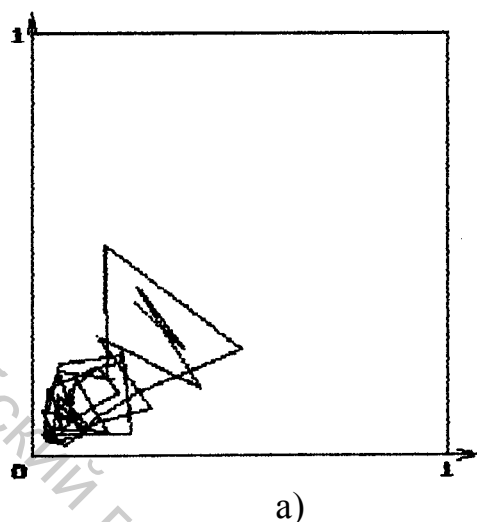


Рисунок 5.6 - Отображение состояния технологической системы, производящей изделия арт. 3С122 из х/б пряжи 11.8 текс*2 (поставщик ГПНО); а) фазовый портрет системы в фазовых координатах $Q[i]$, $Q[i+1]$, ($i=1,2,3,...N$); б) график функции $d=f(n)$, определяющий размерность аттрактора.

Пряжа на данное предприятие поставляется двумя поставщиками: Барановичским производственным хлопчатобумажным объединением (БПХО) и Гродненским прядельно-ниточным объединением (ГПНО). Фазовые портреты технологических систем в условиях Витебского ОАО «КИМ», в которых использовалась пряжа названных поставщиков, совместно с графиками функций $d = f(n)$, определяющими размерность аттракторов соответствующих систем, изображены на рис. 5.5 и 5.6. Оба рисунка для получения возможности прямого визуального сравнения представленных на них графических отображений выполнены в одном масштабе. С первого же взгляда видно, что различия в фазовых портретах велики. Хотя при переходе от пряжи одного поставщика к пряже другого технологическая система не теряет аттрактора, вид его становится иным. Изменяется и его размерность, что указывает на немалые изменения в качествах технологической системы при замене поставщика, что в практике трикотажного производства - обычное дело.

На рис. 5.5 размер двумерной области, занимаемой фазовым портретом, намного больший, чем на рис. 5.6, что является отражением больших различий в дисперсии отходов на стадии вязания изделий указанного артикула при использовании пряжи названных выше поставщиков. Отличаются и размерности аттракторов соответствующих технологических систем: у первой системы (рис. 5.5) размерность аттрактора равна 3, у второй (рис. 5.6) - 5. Таким образом, при использовании пряжи первого поставщика (БПХО) состояние технологической системы определяется тремя ключевыми параметрами, в то время как применение пряжи второго поставщика (ГПНО) увеличивает до 5 число ключевых факторов, обуславливающих поведение соответствующей тех-

нологической системы. Уже даже к такому факту невозможно прийти, например, с позиций математической статистики. В этом и состоит принципиальная ценность предлагаемого подхода к анализу технологических систем в трикотажном производстве. Вернемся, однако, к сравнению двух рассматриваемых технологических систем, характеристики которых представлены на рис. 5.5 и 5.6, и поставим напрашивающийся вопрос: можно ли и с каких позиций рассмотреть связь между размерностью аттрактора и дисперсией наблюдаемого параметра? В приведенном примере меньшая дисперсия наблюдаемого параметра - отходов по изделию на стадии вязания - соответствует аттрактору с большей размерностью и наоборот. Введем две функции: $Q_1=f_1(X_1, X_2, X_3)$ и $Q_2=f_2(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$, определяющих состояние первой и второй технологических систем. Предположим, удалось установить, что X_1 - это разрывная нагрузка, как показатель прочности пряжи, X_2 - коэффициент вариации по линейной плотности пряжи, как показатель ее неровноты и X_3 - коэффициент сопротивления пряжи при движении ее по петлеобразующим деталям, как показатель фрикционных свойств. Известно, что дисперсия выходного параметра (в данном случае Q_1 или Q_2) состоит из вкладов в нее каждого фактора X_i (центральная предельная теорема). Если учесть различия в дисперсиях $D(Q_1)$ и $D(Q_2)$, то возникает вопрос, почему $D(Q_1)>D(Q_2)$ в то время как Q_2 зависит кроме факторов X_1, X_2, X_3 , от которых зависит и Q_1 , еще и от факторов X_4 и X_5 ? Ответ на поставленный вопрос возможен при учете особенностей взаимного влияния факторов на величину отходов Q . В данной ситуации сразу можно сказать: факторы X_4 и X_5 такие, что способны снижать интенсивность влияния либо одного из первых трех факторов X_1, X_2, X_3 , либо двух из них, либо всех трех сразу. Такие факторы назвать нетрудно. Примем в качестве X_4 разрывное удлинение, а за X_5 - показатель жесткости пряжи на изгиб. Легко понять теперь, что X_4 снижает интенсивность влияния X_1 , объединяясь с X_1 в работе разрыва R как обобщенном показателе прочности. Пока величина X_1 достаточно высока, т.е. запас прочности велик, X_4 не в состоянии оказывать заметное влияние на состояние технологической системы, т.к. способность нити удлиняться под действием возникающих в ней натяжений не востребуется. Однако при относительном снижении прочности способность нити деформироваться проявляется во все большей мере. Иными словами X_4 приобретает все больший «вес». Такой взаимообмен «весом» между X_1 и X_4 может в конечном итоге снизить дисперсионный вклад пары факторов X_1, X_4 по сравнению с вкладом одного фактора X_1 в составе тройки факторов X_1, X_2, X_3 как аргументов функции Q_1 . Аналогичные доводы можно привести по отношению и к фактору X_5 - показателю жесткости на изгиб. Общеизвестно, что пряжа для производства трикотажа должна иметь возможно более низкие значения показателя жесткости на изгиб ввиду того, что деформация изгиба нити в процессе петлеобразования является одной из основных. Поэтому снижение X_5 способствует падению интенсивности влияния и X_2 и X_3 , а это создает потенциальные возможности снижения и соответствующих вкладов в дисперсию отходов $D(Q_2)$.

Таким образом, поиск аттрактора технологической системы и оценка его размерности создают новые аспекты видения ее возможных состояний и вынуждают ставить и получать ответы на вопросы, которые не могли быть поставлены при использовании других методов анализа. Особенностью предлагаемого подхода к оценке устойчивости технологических систем является отсутствие необходимости иметь какие-то особые данные или данные, полученные особыми методами. Как видно из проведенного исследования, совершенно новую информацию можно получить из временных рядов значений величины отходов на стадии вязания как величины очень простой в метрологическом плане и легко доступной в измерительном отношении, а главное - широко используемой на практике. Подобный анализ может быть проведен с использованием временных рядов значений любого параметра системы, обладающего достаточным уровнем полноты отображения интересующих нас свойств этой системы, в данном случае устойчивости. Поэтому используемый подход вполне универсален. Он оказывается таким еще и по той причине, что связан с оценкой одного из наиболее важных и общих свойств не только технологических систем, но и сложных систем любой другой природы.

Наличие или отсутствие аттрактора у технологической системы - важнейший вывод, касающийся прогнозирования ее состояний, выбора стратегий управления ею. Тип аттрактора и его размерность предоставляют доступ к глубоко скрытым факторам, лежащим в основе систем, включая и технологические, к тем факторам, существование которых если и можно обнаружить традиционными методами, то лишь затрачивая неизмеримо больше информационных и материально-технических ресурсов.

5.4. Аттракторы некоторых технологических систем в трикотажном производстве

Рассмотрим применительно к производству чулочно-носочных изделий, какой вид могут иметь фазовые портреты, отражающие различные состояния технологических систем. На приведенных ниже рисунках каждой фазовой точке соответствует уровень отходов в долях единицы за одну рабочую смену. Число фазовых точек на каждом фазовом портрете соответствует двухмесячному периоду (100...120 рабочих смен). Фазовые портреты на всех трех рисунках отображают состояния трех технологических систем в чулочно-носочном производстве за один и тот же календарный период. Поставщик сырья для каждой из исследованных технологических систем оставался неизменным в течение всего периода наблюдения. Значению фазовой переменной Q на фазовых портретах равному 1 соответствует уровень отходов на стадии вязания $Q=10\%$.

На рис. 5.7 представлен фазовый портрет отлаженной технологической системы с минимальным уровнем отходов на стадии вязания. Сгущение фазовых точек и фазовых траекторий свидетельствует о том, что область фазового квадрата, прилегающая к началу системы координат, является притягивающей и может рассматриваться как аттрактор. Однако, наличие фазовых точек, дале-

ко отстоящих от этой области, представляется как свидетельство того, что притягивающая область обладает признаками странного аттрактора. Появление таких точек на фазовом портрете может расцениваться в качестве указания на то, что в условиях реального производства число факторов, обуславливающих устойчивость технологической системы, скачкообразно изменяется.

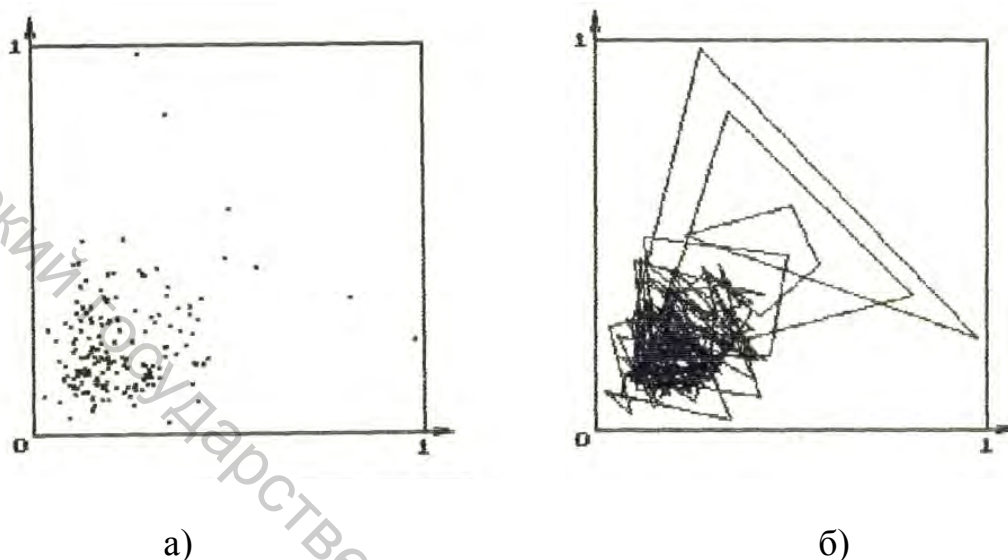


Рисунок 5.7 - Фазовый портрет технологической системы, производящей изделия с минимальным уровнем отходов на стадии вязания Q: а) фазовый портрет системы, образованный фазовыми точками; б) фазовый портрет, образованный условными фазовыми траекториями.

На рис. 5.8 представлен фазовый портрет технологической системы с повышенным уровнем отходов на стадии вязания. Положение сгущения фазовых точек и фазовых траекторий свидетельствует о том, что область фазового квадрата, прилегающая к началу системы координат, в данном случае не является притягивающей в отличие от того, что мы видим на рис. 5.7. Область сгущений сильно удалена от начала координат. Это не свидетельствует о неустойчивости системы. Она имеет аттрактор, но расположенный в области нежелательных (повышенных) значений отходов на стадии вязания. В такой системе появление высоких значений отходов намного более вероятно, чем низких. Однако и здесь мы обнаруживаем фазовые точки, далеко отстоящие от этой области, т.е. располагаем свидетельством того, что притягивающая область обладает признаками странного аттрактора. Но и в этом случае появление таких точек на фазовом портрете может использоваться в качестве указания на то, что в условиях реального производства число факторов, обуславливающих устойчивость технологической системы, скачкообразно изменяется. Однако, в отличие от системы, фазовый портрет которой представлен на рис. 5.7, положение притягивающей области в правом верхнем угле фазового квадрата делает вероятным появление в системе уровня отходов превышающее (а возможно и очень существенно) 10%. Фазовый портрет на рис. 5.8 показывает еще и то, что сгущение фазовых

точек, смещенное в область более высоких значений отходов, стало существенно менее компактным в сравнении с фазовым портретом на рис. 5.7. Это следует рассматривать как проявление, своего рода, диссипации аттрактора, а, следовательно, ослабление действия факторов, определяющих устойчивость рассматриваемой технологической системы.

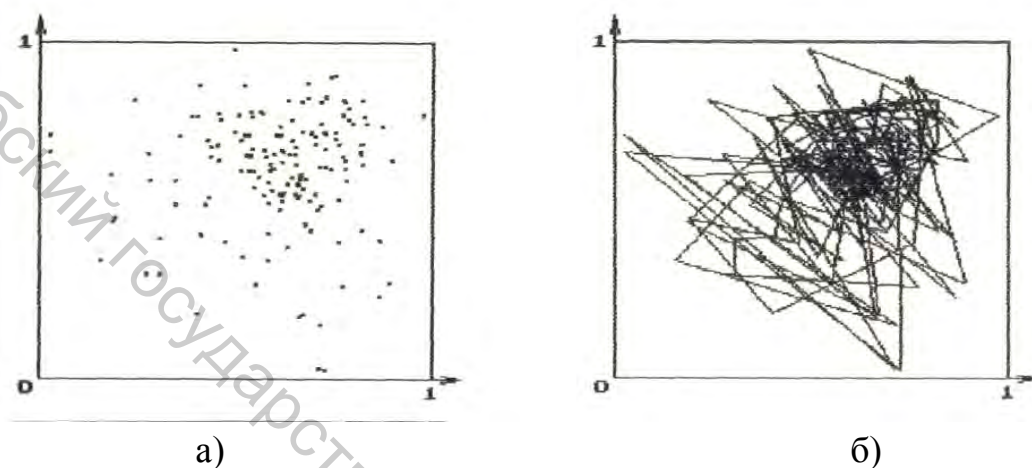
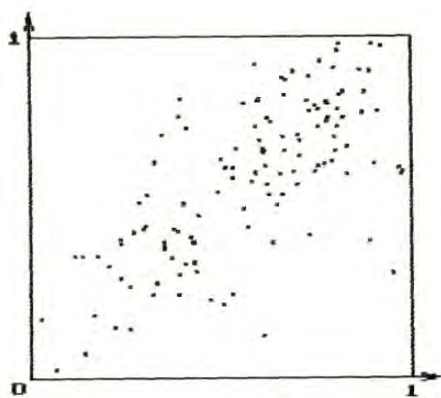
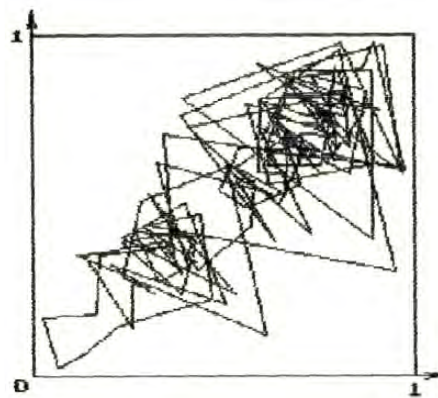


Рисунок 5.8 - Фазовый портрет технологической системы, производящей изделия с высоким уровнем отходов на стадии вязания Q: а) фазовый портрет системы, образованный фазовыми точками; б) фазовый портрет, образованный условными фазовыми траекториями.

На рис. 5.9 изображен фазовый портрет технологической системы, в которой в течение периода наблюдения проводились мероприятия по снижению уровня отходов на стадии вязания. Начальное положение сгущения фазовых точек – правый верхний угол фазового квадрата, свидетельствует о высоком уровне отходов в начальный период наблюдения. Иными словами, технологическая система на стадии вязания была устойчива в режиме “производства” большого количества отходов. Более отчетливо это заметно на рис. 5.9б. Однако, как хорошо видно на рис. 5.9а и 5.9б, мероприятия по снижению отходов оказались эффективны. Вблизи начала координат заметна концентрация фазовых точек, означающая смещение притягивающего множества состояний системы в фазовом пространстве в технологически желательную область. Обращает на себя внимание как особенность системы тот факт, что фазовые точки располагаются вдоль диагонали фазового квадрата. Это указывает на эффективность проводимых мероприятий, обеспечивающих быстрое снижение уровня отходов, т.к. самая короткая траектория перемещения области притягивающих состояний к началу координат – диагональ фазового квадрата.



а)



б)

Рисунок 5.9 - Фазовый портрет технологической системы, производящей изделия с высоким уровнем отходов на стадии вязания Q: а) фазовый портрет системы, образованный фазовыми точками; б) фазовый портрет, образованный условными фазовыми траекториями.

В качестве дополнения отметим, что размерности аттракторов, определенные по методике описанной в разд. 5.3., во всех трех случаях дробные.

Рассмотренные примеры показывают, что оценка устойчивости технологических систем путем анализа их состояния в фазовом пространстве позволяет видеть такие особенности их динамики, которые делают видимыми различия в таких важных интегральных свойствах, как устойчивость и ее характер, управляемость и др.

6 ЯВЛЕНИЕ БИФУРКАЦИИ АТТРАКТОРОВ И ЕГО СВЯЗЬ С УСТОЙЧИВОСТЬЮ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ТРИКОТАЖНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Теоретический и практический интерес представляет явление бифуркации (раздвоения) аттрактора, которое может иметь несколько механизмов возникновения [12]. Одни из них действуют, когда переменная состояния системы зависит от параметра, имеющего по отношению к ней критическое значение. После перехода через него устойчивость системы снижается, что вызывает появление новых ее состояний, отличных от стандартного. Другие - обусловлены особенностями нелинейной связи между переменной состояния системы и параметром, от которого она зависит. Но, пожалуй, наиболее распространены механизмы бифуркаций, приводимые в действие статистическими факторами. И среди них следует выделить, прежде всего, бимодальность распределения показателей состояния таких систем. Бытующее представление о подавляющем превалировании свойства унимодальности, как чуть ли не атрибутивно присущего распределениям возможных значений технологических величин, не позволяет видеть, что унимодальность - одна из форм функции распределения, которую она принимает в зависимости от интенсивности и характера действия экзо- и эндогенных факторов. Пусть, например, отходы на стадии вязания Q по отношению к соответствующей технологической системе будут переменной ее состояния. Тогда Q можно представить как функцию двух «суперфакторов»: $Q=f(Q_c, Q_m)$, где Q_c - отходы по причинам, связанным с качеством сырья, а Q_m - отходы по причинам, обусловленным техническим состоянием вязальных машин. Налицо две взаимно независимые группы причин отходов. А это значит, что данная технологическая система может иметь две области притягивающих состояний, достаточно разнесенных в фазовом пространстве. На фазовых траекториях системы в таком случае будут возникать резкие изломы и даже разрывы первого рода - фактически скачкообразные переходы от одной притягивающей области к другой. В качестве индикатора, способного откликаться на подобные изменения фазовых траекторий, может выступать дисперсия $D(Q)$. При бифуркации аттрактора она будет увеличенной. Это соображение способно объяснить причины чрезмерно высоких коэффициентов вариации отходов при вязании, фиксируемых иногда на практике при отсутствии видимых причин. Вообще говоря, в реальных технологических системах в трикотажном производстве переход распределения величин от унимодальности к бимодальности и даже к полимодальности - событие далеко не исключительное. Другое дело, что он непосредственно не наблюдаем, ибо функция распределения - объект математический, т.е. доступный лишь благодаря вычислительным процедурам. Но если оценки функций распределения строить традиционными методами, то шансы увидеть кратковременные эволюции таких функций практически равны нулю. При других же подходах к получению

оценок функций распределения их эволюции обнаружить можно, и тогда бифуркации аттракторов в технологических системах воспринимаются как явление естественное.

6.1 Терминология и сущность явления

Термин «бифуркация» означает «развилка, раздвоение». Он используется в некоторых разделах математики, в частности, в теории катастроф [26]. Бифуркации связаны с ситуациями, в которых существование некоторого объекта (или объектов) зависит от параметра. При изменении этого параметра объекты могут появляться и исчезать или сливаться друг с другом. Покажем, что явления, имеющие бифуркационный характер, возможны и в технологических системах в трикотажном производстве. Рассмотрим простейший пример. Выберем в качестве технологической системы вязальную машину, вырабатывающую гладкое полотно. Примем как переменную ее состояния численность дефектов полотна X , возникающих по причинам, обусловленным качеством сырья. Практика показывает, что данная система может находиться в двух отчетливо различающихся состояниях: в одном из них численность дефектов полотна не превышает допустимого уровня, в другом - она существенно выше его. В качестве параметра управления, от которого зависит выбор системой одного из состояний, примем натяжение перерабатываемой нити в зоне петлеобразования P , т.к. любой вид дефекта полотна, зависящий от качества сырья, в той или иной мере опосредован напряженно-деформированным состоянием нити. Проанализируем потенциально возможную динамику данной технологической системы с помощью, так называемой бифуркационной диаграммы, схематически изображенной на рис. 6.1 [27]. Диаграмма показывает с качествен-

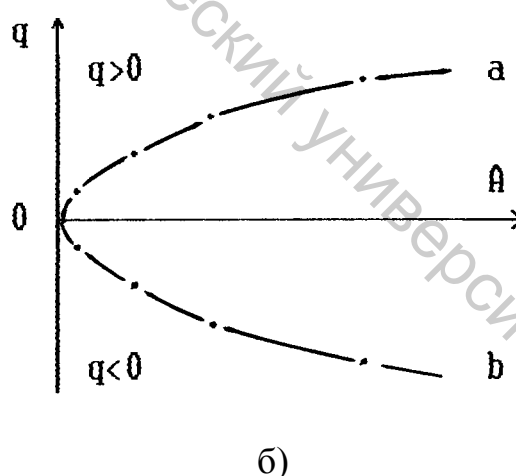
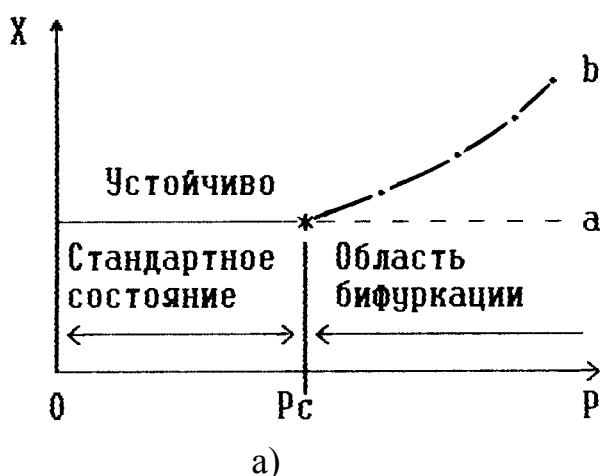


Рисунок 6.1 - Диаграммы бифуркации состояния работающей трикотажной машины: а) в пространстве X, P ; б) в пространстве q, A .

ной стороны картину влияния управляющего параметра P на переменную состояния X , определяющую уровень дефектности получаемого продукта. На ней хорошо видно, что при достижении величиной натяжения нити некоторого критического значения P_c состояние технологической системы изменяется. В точке бифуркации P_c появляется еще одна ветвь «b», соответствующая состоянию, отличному от единственного стандартного, которое обусловлено значениями управляющего параметра из диапазона от 0 до P_c . Особенностью точки бифуркации P_c является то, что при переходе через нее система может остаться в прежнем состоянии и двигаться по ветви «a» бифуркационной диаграммы, а может и изменить его, перейдя на ветвь «b». Однако в рамках данного примера есть основания полагать, что состояние системы после точки P_c на ветви «a» диаграммы становится менее устойчивым, чем до нее. Возрастающая вероятность перехода состояния системы на ветвь «b», вдоль которой переменная X увеличивается, отражается в росте наблюдаемого среднего уровня дефектности получаемого продукта. Здесь важно подчеркнуть, что состояние системы после точки бифуркации описывается обеими ветвями, т.к. вероятность возвращения ее состояния на ветвь «a» не становится равной нулю. Факт бифуркации переменной X подтверждается и данными анализа дефектности полотен, который свидетельствует о том, что и при $P > P_c$ на полотне чередуются области с высокой и низкой численностью дефектов. Это хорошо согласуется с содержанием разд. 2.3 данной работы, в котором проводится идея о том, что колебания того или иного технологического параметра, которые зачастую идентифицируются как случайные, вовсе к таковым не относятся, а имеют в своей причинной основе потерю и восстановление устойчивости стандартного состояния.

Таким образом, возникают основания рассматривать появление новой ветви, а значит и альтернативных состояний, как следствие бифуркации, происходящей в результате снижения устойчивости стандартного состояния технологической системы после перехода параметра управления через некоторое критическое значение.

Чтобы почувствовать сколь утонченным образом бифурцируют порой переменные, описывающие состояния технологических систем в трикотажном производстве, рассмотрим еще один пример. Отобразим состояние технологической системы, представленной в предыдущем примере, переменной q , которую назовем скоростью образования отходов. Запишем эту величину как функцию

$$q = f(\lambda, R, T) \quad (6.1)$$

где λ - обрывность нити; R - работа разрыва нити; T - линейная плотность нити. Введенным соотношением мы устанавливаем, что при неизменных прочности нити и ее линейной плотности фактором, определяющим скорость образования отходов, является уровень обрывности нити, в котором отражается дей-

ствие множества как постоянно, так и непостоянно действующих причин отходов. Это не противоречит здравому смыслу и общей логике взаимосвязи названных величин. Установим теперь вид функции (6.1), используя анализ размерностей [28, 29]. В соответствии с методикой такого анализа выберем систему единиц измерения и построим в ней так называемые формулы размерностей для каждой из названных выше величин. Для входящих в (6.1) величин удобной является система SI. Введем символические обозначения основных единиц измерения механических величин в этой системе: единица массы, кг - М, единица длины, м - L, единица времени, с - θ . Сведем теперь в таблицу 6.1 характеристики величин, образующих соотношение (6.1).

Таблица 6.1 - Размерности и формулы размерности в системе SI величин, входящих в соотношение (6.1)

№ п/п	Наименование Величины	Обозначение Величины	Размерность в системе SI	Формула размерности
1	Скорость образования Отходов	q	кг/с	$M\theta^{-1}$
2	Обрывность	Λ	1/м	L^{-1}
3	Работа разрыва	R	кг/м ² с ⁻²	$ML^2\theta^{-2}$
4	Линейная плотность	T	кг/м	ML^{-1}

Формулы размерностей получены путем замены в записи размерностей величин в системе SI обозначениями единиц измерений, соответствующих введенным символам: М, L или θ .

Следуя методике анализа размерностей, перепишем (6.1) в таком виде:

$$q = f(\lambda^a, R^b, T^c) \quad (6.2)$$

где a, b, c - некоторые постоянные показатели степеней. Заменяем теперь в (6.2) обозначения величин соответствующими формулами размерностей:

$$M\theta^{-1} = \varphi [(L^{-1})^a, (ML^2\theta^{-2})^b, (ML^{-1})^c] \quad (6.3)$$

Для определения неизвестных показателей степеней a, b, c построим систему уравнений, каждое из которых составлено относительно одной из единиц размерностей. При этом показатель степени, в которую возводится единица измерения в левой части, приравнивается к сумме показателей степеней этой же единицы во всех компонентах правой части (7.3). Итак, имеем:

$$\begin{aligned} \text{для } M: \quad & 1 = b + c ; \\ \text{для } L: \quad & 0 = -a + 2b - c ; \\ \text{для } \theta: \quad & -1 = -2b. \end{aligned}$$

Решением этой системы будет такая тройка значений: $a = b = c = 0.5$.

Подставим найденные значения в (6.2):

$$q = f(\lambda^{0.5}, R^{0.5}, T^{0.5})$$

Используя правило, действующее в рамках анализа размерностей, объединяем величины с одинаковыми показателями степеней в комбинации, содержащие операции умножения и деления величин. В данном случае получаем единственную комбинацию, имеющую вид:

$$0.5q/(\lambda RT) = \text{Const} = k \quad (6.3)$$

Она оказывается безразмерной, и тем самым удовлетворяется основное требование анализа размерностей, состоящее в том, что все получаемые комбинации величин не должны иметь размерности. Это рассматривается как критерий правильности выбора группы исходных величин. После замены переменных $\lambda RT = A$, получаем

$$q = \pm k A^{0.5} \quad (6.4)$$

Приняв величину A в качестве управляющего параметра, построим бифуркационную диаграмму, представленную на рис. 6.1б. На ней точкой бифуркации является начало координат, в котором $A=0$. При $A > 0$ состояние технологической системы может изменяться как по ветви «а», так и по ветви «б», т.к. значения $q > 0$ и $q < 0$ имеют физический смысл. При этом обе ветви соответствуют явно неустойчивым состояниям ввиду того очевидного факта, что изменение состояния системы во времени представляет сочетание движения в каждый момент времени только по одной из ветвей с перескоком на другую в случайные моменты времени. Причинный механизм, поддерживающий такое движение, становится понятным, если представить, что в любой момент времени скорость изменения отходов может оказаться как положительной, так и отрицательной. Устойчивым в данной системе оказывается не пребывание переменной состояния на одной из ветвей, а скачкообразный характер ее изменения в процессе функционирования рассматриваемой технологической системы. Сама же зависимость (6.4) - это лишь доступная наблюдению грань связи между переменной состояния q и параметром управления. В принципе величина A влияет на скорость образования отходов q лишь на внешнем, наблюдаемом, на, своего рода, макроуровне, тогда как факторы, скрытые в параметре A , на внутреннем ненаблюдаемом микроуровне через собственные самопроизвольные флуктуации определяют появление положительных или отрицательных значений q . Это утверждение можно пояснить следующим образом. Выше постулировано, что $A = f(z_1, z_2, \dots, z_n)$, где z_i ($i=1, 2, \dots, n$) - некоторые скрытые факторы. Их особенность состоит в том, что они, определяя A , влияют и на величину q . Введенная функция на поверхности уровня имеет значения $A = \text{Const}$. Однако координаты точек такой поверхности, т.е. скрытые факторы, имеют са-

мые различные значения. Иными словами, фиксируя A , мы не в состоянии зафиксировать и z_i . Отсюда становится понятным, сколь мало мы фактически ограничиваем возможность скрытых факторов влиять на «ход событий», даже абсолютно жестко фиксируя A на заданном уровне. Более того, в рамках зависимости (6.4) изменения A не в состоянии детерминировать изменения q на 100 %. Всегда остается некоторая доля детерминации, «захваченная» скрытыми ненаблюдаемыми факторами. Они и определяют знак q . На долю A остается детерминация величины абсолютного значения q . Как при управлении автомобилем, совершая его поворот, мы поворачиваем не весь автомобиль, а лишь связанные с рулевой системой колеса, **направляя** движение его в нужную сторону, так и флуктуации скрытых факторов «направляют» величину q таким образом, чтобы ее значения стали положительными или наоборот - отрицательными. С таких позиций множественность исходов любого эксперимента оказывается отражением внутренних свойств системы.

И все же наиболее выразительные примеры бифуркаций в технологических системах трикотажного производства связаны с некоторыми особенностями статистических распределений возможных значений их показателей и параметров. К ним следует отнести, прежде всего, потерю свойства унимодальности и переход в той или иной форме к бимодальности, влекущей за собой неоднозначность состояний равновесия системы независимо от того устойчивы они или нет. Условия, в которых реализуются унимодальные (в частности, нормальное) распределения, далеко не всегда остаются неизменными. В этом отражается неравномерность эволюции во времени состояния технологических систем. Для того, чтобы различать подобную неравномерность, надо располагать соответствующими методами анализа оперативной информации. Но здесь таится одна трудность. Для различения более мелких деталей динамики системы требуется увеличение объема первичных данных, что во многих случаях невозможно по ряду причин. Кроме того, динамические особенности кратковременны. Возможность принять мотивированное решение в таких ситуациях появилась, когда в развитии непараметрической статистики были сделаны новые крупные успехи. На практике подобные ситуации не редкость. Поэтому уделим им особое внимание.

6.2 Статистические аналоги бифуркаций

В многочисленных работах, связанных с применением методов теории вероятностей и математической статистики, в большинстве случаев функции распределения случайных величин рассматриваются как унимодальные. Между тем в немалом числе производственных ситуаций такая модель не позволяет увидеть важные особенности технологических систем. Здесь уместно привести конкретный пример. Рассмотрим в качестве наблюдаемой случайной величины значение вырезки трикотажного полотна, в которой отражается уровень

отходов на стадии его вязания. Графический вид оценки функции плотности распределения названной величины представлен на рис. 6.2а. Из него видно, что данная оценка унимодальна и имеет левую асимметрию, свидетельствующую о хорошо отлаженном технологическом процессе вязания полотна. На рис. 6.2б мы видим, что на повторной оценке этой же функции распределения, построенной через определенный интервал времени функционирования соответствующей технологической системы, обозначилась особенность в виде второй моды. Последующие кадры рис. 6.2 отражают рост амплитуды моды М2 и снижение амплитуды моды М1. Заключительная фаза эволюции наблюдаемой плотности распределения отображает факт сосуществования двух групп причин, вызывающих независимо одна от другой отходы на стадии вязания значительно отличающиеся по уровню. Это могут быть пары групп факторов, связанных с качеством сырья и техническим состоянием машины, с качеством сырья и квалификацией работницы, с техническим состоянием машины и квалификацией работницы. Здесь важно, что во всех случаях мы имеем дело с возникающей бимодальностью. Рассмотренное явление в литературе получило название переходной бимодальности [11]. В общем же случае переход распределения переменной состояния системы от вида с одним наиболее вероятным значением к виду с двумя такими значениями назван статистическим аналогом бифуркации. Именно это явление, часто происходящее в технологических системах, представляется одним из наиболее веских аргументов в отношении правомерности привлечения представлений о бифуркационных эффектах для более тонкого анализа динамики этих систем, а также с целью повышения реалистичности его результатов.

В приведенном примере особо подчеркнем два момента:

1) описанная ситуация носит динамический характер, как правило, появляясь на ограниченном интервале времени, что делает ее недоступной для наблюдения при использовании математических методов построения оценок плотности распределений, предполагающих наличие значительных объемов данных, получение которых почти всегда требует и соответствующих интервалов времени;

2) обнаружение переходной бимодальности возможно лишь с помощью особых методов получения оценок плотности распределения.

Переходная бимодальность нарушает стационарность процессов в технологической системе, т.к. вызвана потерей ею устойчивости.

О том, что рассмотренный пример не носит искусственный характер, говорят данные, приведенные в табл. 6.1. В ней содержатся характеристики чулочно-носочных изделий некоторых артикулов и отходы двух видов: Q_c - по причинам, связанным с качеством сырья, и Q_m - по причинам, обусловленным техническим состоянием машины. В таблице содержатся также оценки показателя бимодальности b_q для распределения значений $Q_s = f(Q_c, Q_m)$, вычисляе-

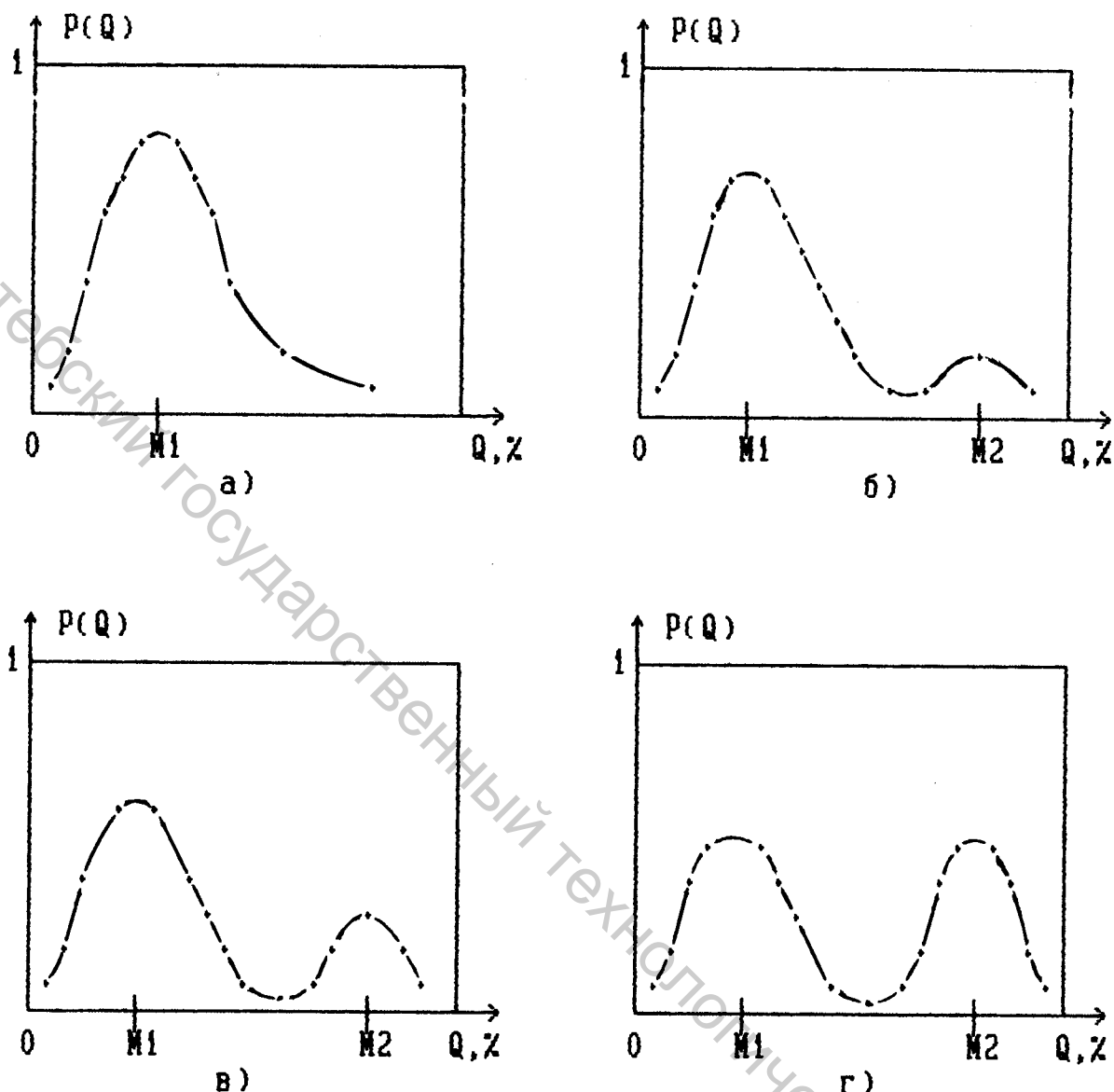


Рисунок 6.2 - Схема возникновения и эволюции переходной бимодальности. Появление и рост амплитуды моды $M2$ обусловлен началом и усилением действия другой группы факторов, независимой от определяющей моду $M1$. Уменьшение амплитуды моды $M1$ свидетельствует об ослаблении действия группы детерминирующих ее факторов.

мые по формуле:

$$b_q = (Q_c^2 + Q_m^2)/2 - Q^2 \quad (6.5)$$

Эта формула, основанная на математическом определении дисперсии дискретной случайной величины, получена следующим образом.

Пусть Q – среднее значение суммарной величины отходов сырья Q_s на стадии вязания, а Q_c и Q_m – возможные значения величины Q_s . Тогда дисперсия

Таблица 6.1 - Характеристики чулочно-носочных изделий некоторых артикулов и средние значения отходов на стадии вязания Q_c и Q_m совместно с оценками показателя бимодальности b_q

№ п/п	Вид нити	Поставщик нити	Структура нити (текс*п)	Вид чул. авт-та	Наименование из-дел.	Отходы Q_c (%)	Отходы Q_m (%)	Показатель $b^*(Q)$
1	Х/Б	БПХО	11,8*2	2АН	НД	1,17	6,04	0,456
2	Х/С	БПХО	15,4*2	ГАММА	КД	0,54	2,24	0,378
3	ТКНЭ	КЛИН	10*2	2АН	КД	0,72	6,52	0,641
4	Х/Б	ГПНО	11,8*2	2АН	НД	0,97	5,86	0,512
5	П/Ш	ППТО	31*1	2АН	НЖ	1,37	4,76	0,306
6	ПАН	ППТО	31*2	АНГЕ	НЖ	1,29	4,05	0,267
7	ТКНЭ	ДАУТЕКС	2,2*1	ЕВА	КЖ	4,43	3,08	0,032
8	ТКНЭ	КЛИН	2,2*1	PROGR	КЖ	1,20	1,86	0,294
9	ТКНЭ	ДАУТЕКС	3,3*1	PROGR	КЖ	0,86	1,93	0,145

Примечания:

1. Условные обозначения нитей:

- Х/Б - хлопчатобумажная пряжа;
- П/Ш - полушерстяная пряжа;
- ТКНЭ - текстурированная капроновая нить "эластик";
- ПАН - полиакрилонитрильная нить.

2. Условные обозначения поставщиков:

- БПХО – РУП “Барановичское производственное хлопчатобумажное объединение”;
- ГПНО - Гродненское РУПП “Тронитекс”;
- ППТО - Пинское производственно-торговое объединение “Полесье”;
- ДАУТЕКС - Даугавпилское государственное акционерное общество;
- КЛИН – Клинское “Химволокно”

3. Условные обозначения вида изделий:

- НД - носки детские;
- КД - колготки детские;
- НЖ - носки женские;
- КЖ - колготки женские.

Q_s равна разности среднего квадрата ее значений и квадрата среднего этой величины Q , что и приводит к формуле (6.5). Несложным преобразованием легко привести (6.5) к виду:

$$b_q = (Q_c - Q_m)^2 / 4 \quad (6.5a)$$

Формула (6.5a) показывает, что при $Q_c = Q_m$ показатель бимодальности $b_q = 0$. Для удобства практического использования нормируем b_q , используя следующее выражение:

$$b_q^* = b_q / (Q^2/4) \quad (6.6)$$

Как следует из (6.6), значения показателя бимодальности принадлежат интервалу $[0;1]$. При $b_q^* \rightarrow 0$ распределение от бимодального стремится к унимодальному. И наоборот, при $b_q^* \rightarrow 1$ одна из мод либо исчезает, либо теоретически уходит в бесконечность в бесконечность.

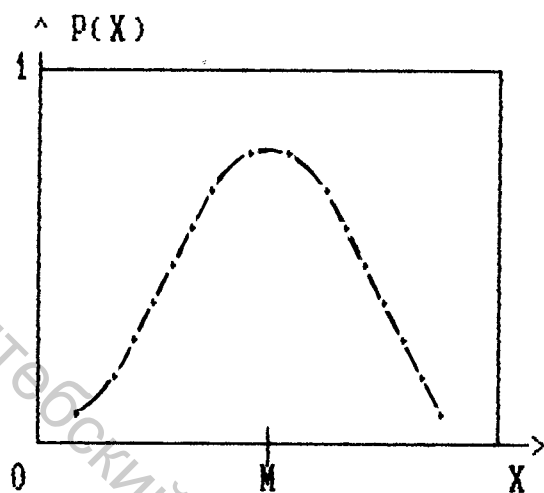
По величине этого безразмерного показателя можно сравнивать в первом приближении степень бимодальности распределения величин, различных как физически, так и технологически.

Данные табл. 6.1 показывают, что уровни отходов, вызванных факторами, связанными с качеством сырья и техническим состоянием машин, могут быть как близки друг другу, так и сильно отличаться. Это как раз и лежит в основе формирования распределения с одной и двумя модами. Т.е. факт своего рода кластеризации причин действительно имеет место в сфере трикотажного производства, а отражающая его бимодальность распределений технологических величин - реальность, хотя быть может и не столь простая, как бы хотелось. Анализируя оценки показателя бимодальности b_q^* , содержащиеся в той же таблице, нетрудно заметить, что там, где отходы Q_c и Q_m близки по величине, показатель b_q^* ниже, чем тогда, когда Q_c и Q_m заметно отличаются. Величина показывает рост дисперсии отходов $D(Q)$ только за счет расхождения мод. И это его ценное качество. Заметим, что об эффекте роста дисперсии вследствие перехода распределения к бимодальному уже говорилось в разд. 2.3 данной работы.

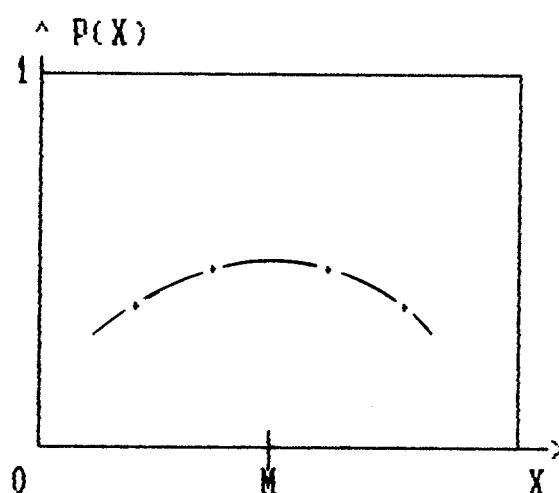
Заслуживает особого внимания еще одна форма перехода распределения от унимодальности к бимодальности. На рис. 6.3 хорошо видно, что промежуточной формой распределения при переходе от унимодальности к бимодальности оказывается равномерное распределение, которое как бы готовит условия для бифуркации. Все три вида распределения одной и той же величины, последовательно сменяющие один другой во времени, можно наблюдать на практике в процессе слежения за переменными состояниями технологических систем.

Переключение форм функции распределения от унимодальной к бимодальной представляет собой отражение факта возникновения новых аттракторов, т.е. новых областей притягивающих состояний системы, связанных с соответствующими модами. Поэтому слежение за функцией распределения имеет прогностическое значение и при наличии соответствующих математических средств способно быть эффективным источником информации о зарождающихся изменениях состояния технологических систем.

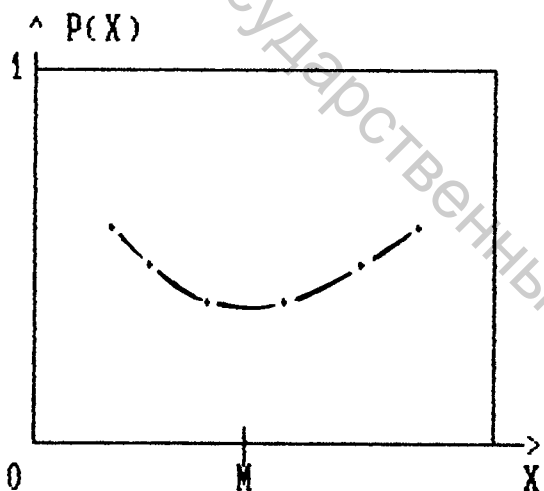
Рассмотренный пример показывает, что представления о бифуркационных явлениях расширяют границы применимости традиционных математических характеристик, в частности, функций распределения. С позиций паттерн-анализа, оценка функции распределения может играть роль паттерна, т.е. узора состояния технологической системы.



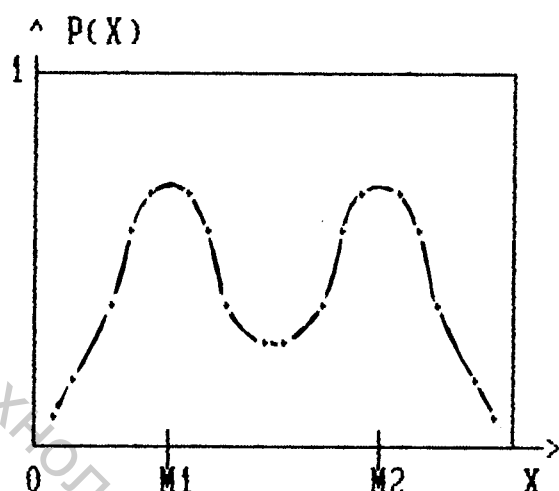
а)



б)



в)



г)

Рисунок 6.3 - Схема перехода унимодального распределения к бимодальному. На фазах б) и в) перехода равномерное распределение как бы готовит условия для бифуркации аттрактора.

Покажем теперь каким же образом осуществить слежение за эволюцией функций распределения, располагая на каждом интервале наблюдения относительно небольшим массивом первичных данных. Иными словами, опишем алгоритм получения таких оценок функции распределения по выборкам малого объема, которые считаются в настоящее время в информационном отношении достаточно надежными.

6.3 Оценивание плотности распределения значений показателей для анализа возможности бифуркаций

В предыдущем разделе показано, что оценки функций распределения производственных параметров способны быть источником информации о возможных бифуркациях аттракторов технологических систем. Однако в отношении оценивания функций распределения есть проблемы, не получившие разрешения до настоящего времени. Одна из них обусловлена невозможностью получения во многих практических ситуациях при оперативном контроле параметров выборок такого объема, чтобы оказались применимыми традиционные методы оценивания таких функций. Первые работы по поиску алгоритмов построения оценок функций распределения по выборкам малого объема опубликованы в 1962 году [30]. Разработанные алгоритмы получили название эстиматоров, от английского estimator - оценщик. Важнейшее достоинство эстиматоров, определяющее возможность их практического применения, состоит в том, что минимальный объем выборки, необходимый для получения с их помощью оценок функции распределения, по меньшей мере на порядок меньше того, который требуется в случае применения обычных алгоритмов. Так, если для построения относительно надежной гистограммы распределения необходимо не менее 100 единичных данных, то восстановление плотности распределения, например, по методу Парзена [31] возможно уже при наличии 10 единичных данных. Однако еще не все вопросы теории эстиматоров к настоящему времени получили свое решение. Тем не менее, несколько поступаясь математической строгостью, можно строить подходящие ответы на некоторые из них численными методами, опираясь на мощности современных вычислительных машин. Этот подход использован в данной работе и дал положительные результаты.

6.3.1 Алгоритм построения оценок плотности распределения по выборкам малого объема

Опишем алгоритм восстановления плотности распределения случайной величины уже упомянутым методом Парзена, используя работу [30]. Идея метода состоит в следующем.

Известно тождество: $p(x) = \int \delta(x-t)p(t)dt$, где: $p(x)$ - плотность распределения случайной величины «х»; t - эмпирические оценки величины «х»; $p(t)$ - плотность распределения эмпирических оценок «х». $\delta(x)$ - дельта-функция. Введем некоторую параметрическую последовательность функций $K(x)$, сходящуюся к $\delta(x)$:

$$1/h_1 K(x/h_1), \dots, 1/h_n K(x/h_n)$$

где $h_1, \dots, h_n$ - последовательность из n значений некоторой величины h . В выражении через предел имеем:

$$\lim_{h \rightarrow 0} 1/h_n K(x/h_n) = \delta(x) (x)$$

Такая последовательность может быть следующей:

$$\lim_{h \rightarrow 0} (1/\sqrt{2\pi h}) \exp(-x^2/2h) = \delta(x)$$

Известно, что для всякой непрерывной плотности $p(x)$, существует такая величина h , что замена в подынтегральном выражении $\delta(x)$ на функцию $(1/h)K(x/h)$ мало повлияет на результат. Тогда появляются основания написать:

$$p(x) = \int 1/h K[(x-t)/h] p(t) dt = 1/n \sum_{i=1}^n (1/h) K[(x-t_i)/h]$$

Выражение в правой части последнего равенства и используется как формула для оценки плотности $p(x)$:

$$p_n(x) = 1/n \sum_{i=1}^n (1/h) K[(x-t_i)/h] \quad (6.7)$$

Проблема использования этого соотношения состоит в том, чтобы установить: 1) закон образования величины h , которая обеспечивала бы приближение оценки (6.7) к истинной плотности вероятностей при увеличении объема выборки; 2) закон образования величины h , если объем выборки ограничен. На второй вопрос ответа не существует. Что касается асимптотических свойств метода, то в 1962 году Парзен Е. получил условие, обеспечивающее сходимость оценки (6.7) к искомой плотности. Оказалось, что для такой сходимости достаточно, чтобы

$$h_n \rightarrow 0 \quad \text{и} \quad n h_n^2 \rightarrow \infty \quad \text{при} \quad n \rightarrow \infty \quad (6.8)$$

Этот результат принят в данной работе как обоснование возможности получения оценки плотности вероятности по формуле (6.7) при любом объеме выборки n , правда, не меньшем разумно малого значения $n_{\min}$. Значение $n_{\min}$ выбрано равным 10. Используемый в работе прием получения оценок плотности вероятности значений величины x на интервале ее возможных значений можно условно разделить на три этапа [32].

На первом - подготовительном - выполняется ряд операций по определению значений констант и переменных, которые используются в процессе построения оценок плотности вероятности $p(x)$. Для получения оценок $p(x)$ используется выражение:

$$p_n(x) = 1/n \sum_{i=1}^n (1/h) \exp(-J)^2 \quad (6.9)$$

в котором принято, что

$$J_i = (x - t_i)^2 / 2h^2 \quad (6.9a)$$

Вводятся эмпирические оценки t_i величины x : $i=1,2,3,\dots, n$; при этом $10 < n < 250$. Среди них отыскиваются $t_{\min}$ и $t_{\max}$. Далее вычисляется начальное значение h : $h = t_{\max} - t_{\min}$. Количество вычисляемых ординат L функции $p(x)$ может принимать теоретически любое значение, однако разумно положить $L=50$ в случае $n < 50$, иначе $L=n$. Введем понятие кластера, поддерживающего j -ю моду ($j=1,2,\dots,N$), под которым будем понимать некоторую часть исходного массива эмпирических данных, группирующуюся относительно этой моды. Исходя из необходимости обеспечения доверия к получаемой оценке функции распределения, установим минимальную численность кластера m , приходящегося на одну моду, на уровне 20% от объема массива исходных данных, т.е. от значения n . Таким образом, $m=0.2n$. С другой стороны, ввиду того, что парзеновская оценка плотности распределения возможна уже при $n=10$, есть некоторые основания для установления абсолютной минимальной численности кластера. Примем, что при $n=10$ возможно получение оценки бимодального распределения. Тогда средняя минимальная численность кластера $m = 5$. Уменьшив ее на единицу, создавая возможность двум кластерам, поддерживающим моды в бимодальном распределении при $n=10$, быть неодинаковыми по численности. Таким образом, критерий распознавания моды в массиве выборочных данных примет вид:

$$m_{\min}=4, \quad (6.10)$$

Отметим, что $m_{\min}$ фактически определяет до начала вычислений наибольшее значение возможного числа мод в оцениваемой функции распределения.

Второй этап состоит из ряда последовательных циклов вычисления наборов ординат функции $p(x)$. В каждом цикле определяется L ординат при фиксированном значении постоянной h . При переходе от предыдущего к последующему циклу значение h уменьшается на 1%, обеспечивая выполнение условия (6.8). При этом отыскиваются абсциссы всех точек минимумов $p(x)$, разбивающих отрезок $[t_{\max}, t_{\min}]$ на некоторое число непересекающихся областей. Значения t_i , оказавшиеся в каждой из таких областей, и образуют кластер, минимальная численность которого удовлетворяет условию (6.10). По мере уменьшения h происходит уточнение формы графика функции $p(x)$ и все более четкое разделение выборки на кластеры. Коррекция положения минимумов $p(x)$ возможна вплоть до обнаружения нулевых значений плотности $p(x)$. Это позволяет, последовательно уменьшая величину h , все более уверенно оценивать численность кластеров, сравнивая ее с величиной $m_{\min}$ и, тем самым, делая все более обоснованным вывод о существовании или отсутствии моды, поддерживаемой каждым кластером. Уменьшение h ведет к росту величины J , вначале сравнительно медленному, а затем резко ускоряющемуся. По отношению к функции $p(x)$ это проявляется в быстро растущей детализации особенностей ее вида, что легко наблюдать по трансформирующемуся графику этой функции. По мере роста J все более четко выделяются области модаль-

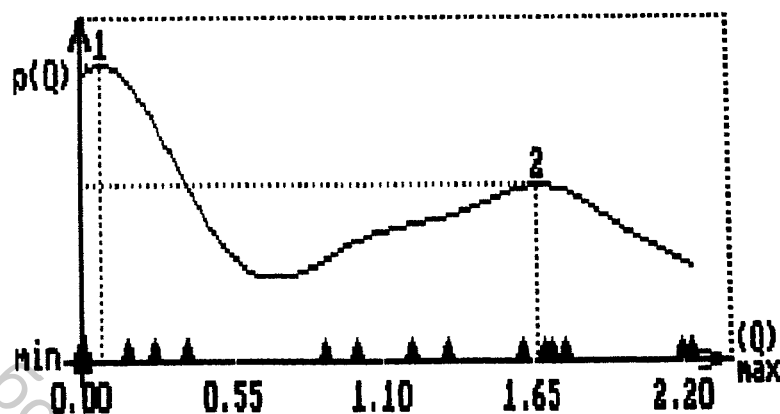
ных значений, поддерживаемых кластерами достаточной численности, если такие области вообще существуют. При отсутствии в исходном массиве кластеров, порождающих моду при сравнительно большом значении h , нет оснований ожидать, что она появится при малой величине h . Это объясняется тем, что при $h > 0$ конечная форма оценки $p(x)$ при использовании выборки объемом n содержит n мод. Иными словами, при $h > 0$ происходит лишь распад исходного массива на «кластеры», каждый из которых содержит единственный его элемент. Эволюция графической оценки $p(x)$ на конкретном примере отображена на рис. 6.4. Она показывает, что неприемлемы как большие, так и чрезмерно малые значения h . При больших h разрешающая способность оценки (6.9) слишком мала, чтобы различить особенности $p(x)$. При малых h оценка $p(x)$ оказывается излишне детальной и опять не позволяет уловить главные особенности, т.к. они распадаются на массу мелких. Поэтому необходимо использовать такие значения h , при которых оценка $p(x)$ становится наиболее информативной в интересующем нас отношении. Многочисленные эксперименты на ПЭВМ показали, что целесообразно использовать значения h , приводящие к $J=1500$. Это значение J и использовано как пороговое, а неравенство

$$J > 1500 \quad (6.11)$$

принято в качестве критерия окончания процедуры построения выборочной оценки плотности $p(x)$. При программной реализации алгоритма на ПЭВМ значение h в цикле, предшествующем тому, в котором условие (6.11) выполняется, принимается за окончательное.

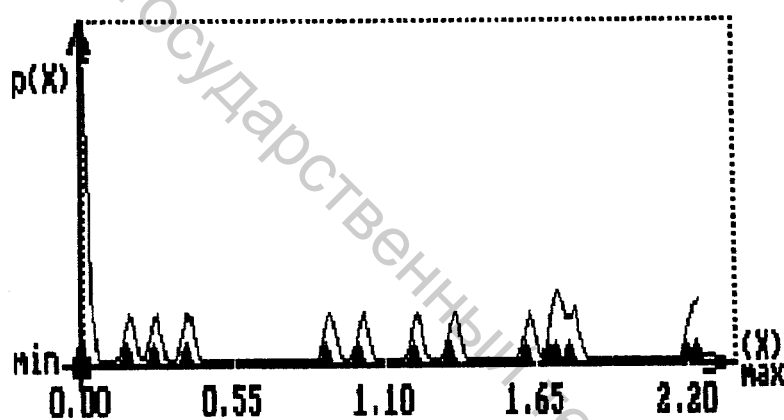
Третий этап связан с расчетом необходимого числа значений искомой оценки плотности распределения с использованием найденного на втором этапе значения h для представления ее на дисплее плавной кривой. Значения $p(x)$ могут быть пронормированы после выделения наибольшей из вычисленных ординат. В отличие от традиционной гистограммы парzenовская оценка в графической форме представляет собой плавную кривую. Она приближает плотность распределения данных, как правило, значительно лучше, чем гистограмма. Ее построение возможно при таких малых объемах выборок, при которых о получении гистограммы не может идти и речи. Поэтому она способна быть эффективным инструментом оперативного анализа состояния технологических систем не только в трикотажном производстве, но и в любой другой области.

Характеристики соответствующей технологической системы содержатся в строке 9 табл. 6.1. На рисунке расставленные вдоль оси абсцисс треугольные метки отображают расположение выборочных данных. Ясно видно, что особенности кластеризации данных в выборке существуют объективно, а не привносятся методом их обработки.



Результаты анализа

N:	Мода	AM	WM%
1	0.06	0.69	47
2	1.63	0.40	53



Результаты анализа

N:	Мода	AM	WM%
1	0.00	7.28	32

Рисунок 6.4 - Оценки плотности распределения отходов Q_c , полученные по методу Парзена при значениях J : а) $J=50$; б) $J=10000$. AM - амплитуда моды, численно равная $p(Q)$; WM - численность кластера, поддерживающего моду, в процентах к общему объему выборки.

Любая особенность графика $p(x)$ обусловлена той или иной особенностью взаимного расположения меток, обозначающих первичные данные. В то же время рис. 6.4б показывает, что слишком малые значения h (соответственно большие значения J) не позволяют объединять элементы массива в кластеры и ведут к разделению исходного массива на множество изолированных элементов.

Рассмотрим теперь оценку плотности распределения для той же технологической системы при значении $J=1500$, представленную на рис. 6.5. Сравнивая ее с оценками на рис. 6.4, можно убедиться в том, что умеренная детализация дает много больше, позволяя избегать крайностей в оценках.

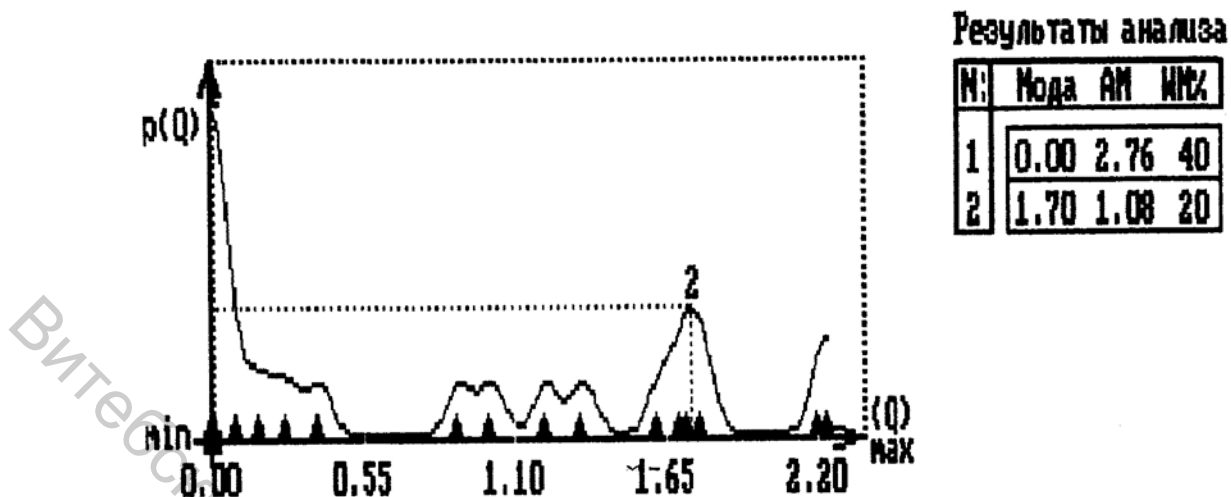


Рисунок 6.5 - Оценка плотности распределения отходов Q_s , полученная по методу Парзена при значении $J=1500$: характеристики соответствующей технологической системы содержатся в строке 9 табл. 6.1.

Рис. 6.5 вновь нас убеждает в том, что особенности выборочной оценки плотности распределения величины отходов $p(Q)$ существуют объективно, а не привносятся методом их обработки. Практически при любом значении постоянной h обнаруживается бимодальность, причем положение мод практически не меняется. Свидетельство тому - таблица результатов анализа, представленная на каждом рисунке справа от графика. Численность же кластеров, поддерживающих каждую моду - WM, существенно зависит от постоянной h . И это естественно, т.к. через значение h оценивается взаимная «удаленность» единичных данных в выборке, а следовательно, и возможность объединения той или иной части выборочного массива данных в относительно обособленный кластер. По мере того, как значение h падает, значимость различий между единичными данными в выборке растет, и предпосылок для существования в ней групп сравнительно близких друг к другу данных становится все меньше. Картина предельной детализации оценки плотности распределения состоит в разделении выборочного массива на составляющие его элементы, что и демонстрируется рис. 6.5 при значении $J=10000$. Применим описанный алгоритм для построения оценок плотностей распределения параметров состояния технологических систем в трикотажном производстве, рассматривая такие оценки в качестве критерия возможности бифуркаций аттракторов этих систем.

6.3.2 Оценки плотности распределения параметров технологических систем в трикотажном производстве

Построим оценки плотности распределения отходов Q , возникающих на стадии вязания при получении изделий чулочно-носочного ассортимента. Характеристики соответствующих технологических систем содержатся в табл. 6.1. В рассмотренных ниже примерах временной ряд отходов Q рассматривается как состоящий из случайно чередующихся элементов двух последователь-

ностей: Q_c - отходов по причинам, обусловленным качеством сырья, и Q_m - отходов по причинам, определяемым техническим состоянием вязального оборудования. От взаимного соотношения величин этих элементов зависит вид графических оценок плотности распределения $p(Q)$.

На рис. 6.6 изображена оценка плотности распределения $p(Q)$ отходов Q на стадии вязания в технологической системе, соответствующей строке 2 табл. 6.1.

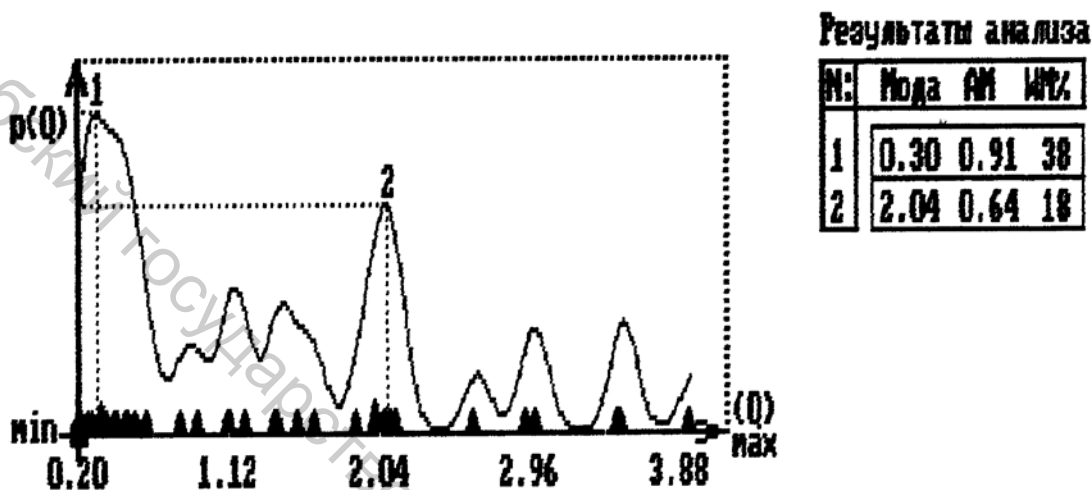


Рисунок 6.6 - Оценка плотности распределения отходов на стадии вязания $p(Q)$ в технологической системе, соответствующей строке 2 табл. 6.1: разнесенность мод существенная.

Здесь мы видим довольно выраженную бимодальность. Достаточно существенен и показатель бимодальности $b^*(Q)=0.378$. Данные табл.7.1 показывают, что модальные значения отходов Q_c и Q_m отличаются в 4 раза. А значит, и в последовательности Q математические ожидания элементов будут различаться в 4 раза. Если, к примеру, в последовательности Q окажутся рядом два элемента Q_c и Q_m , равные соответствующим модальным значениям, то в технологической системе будет наблюдаться явление, схематично показанное на рис. 6.7.

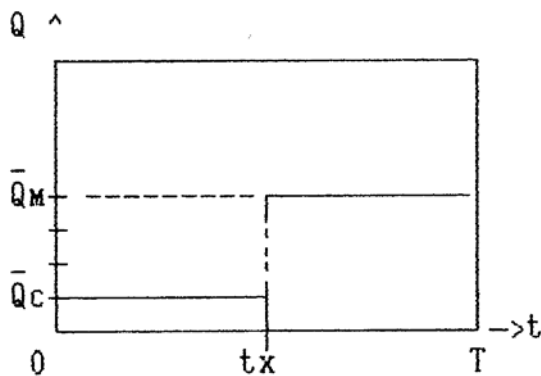


Рисунок 6.7 - Принципиальная картина возможного изменения элементов Q - последовательности значений отходов.

Пусть на интервале времени $[0, t_x]$ отходы возникают лишь по причинам, связанным с сырьем. Тогда в среднем за время от 0 до t_x $Q=Q_c$. Рассуждая аналогичным образом, на интервале $[t_x, T]$ $Q=Q_m$. Но $Q_m=4Q_c$. Поэтому на интервале $[0, T]$ в целом возникает картина скачка уровня отходов в момент времени t_x . Причем, чем больше различие между модальными значениями отходов Q_c и Q_m , тем более выражен скачок.

Не следует, однако, думать, что существенные различия в средних уровнях отходов Q_c и Q_m автоматически обеспечивают условия, когда становятся возможными изменения, интерпретируемых как скачки. Это лишь необходимое условие. Достаточное условие - в факте выраженной бимодальности. Только при ее наличии может идти речь о скачкообразных изменениях состояния системы. В подтверждение этому сошлемся на рис. 6.8. Здесь, несмотря на то, что величина b_q в строке 3 табл. 6.1 даже выше, чем в строке 2, вторая мода в оценке $p(Q)$ плотности распределения отходов на стадии вязания отсутствует. Почему это происходит? Ответ легко найти, если еще раз обратиться к рис. 6.8. На нем отчетливо видно, что выборочные данные распределены по интервалу $[Q_{\min}, Q_{\max}]$ в виде нескольких изолированных кластеров, численность которых не удовлетворяет условию (6.10).

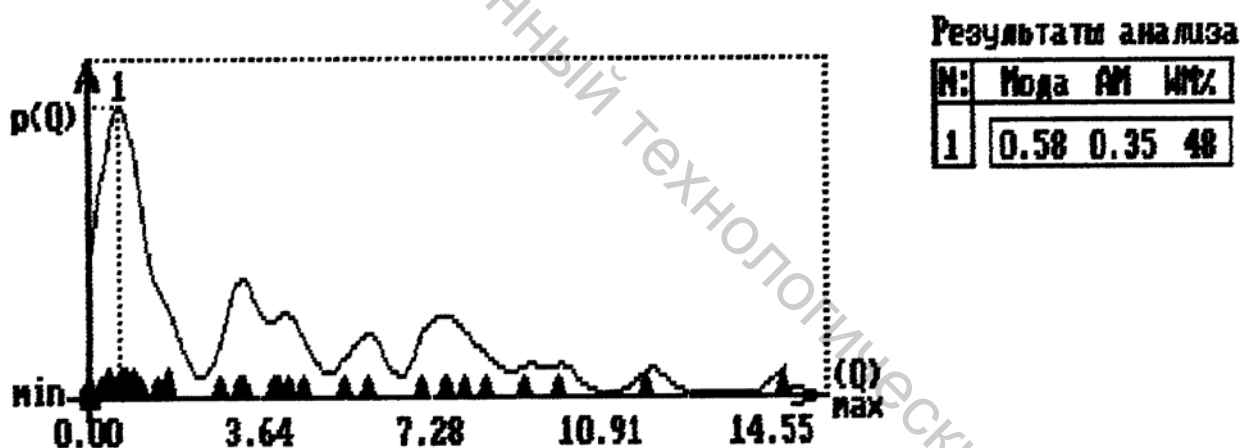


Рисунок 6.8 - Оценка плотности $p(Q)$ распределения отходов на стадии вязания в технологической системе, соответствующей 3-ей строке табл. 6.1.

Это лишний раз свидетельствует о том, что обычное среднее значение как статистика далеко не всегда удовлетворительна в информационном отношении. Без учета функции распределения она порой совершенно бессмысленна, что подчеркивается рядом исследователей.

Таким образом, в одной из рассмотренных технологических систем притягивающее множество состояний единственно (рис. 6.8), в другой (рис. 6.6) - аттрактор представлен двумя притягивающими областями. А как ведут себя другие технологические системы? Обратимся вновь к табл. 6.1 и получим оцен-

ки плотностей распределения отходов на стадии вязания, по-прежнему рассматривая их в качестве идентификаторов аттракторов состояния.

Рассмотрим технологическую систему, в которой оценка плотности распределения отходов на стадии вязания получена по выборке значительно увеличенного объема. Характеристики системы приведены в 8-ой строке табл. 6.1. Выборка, по которой получена оценка плотности распределения отходов на стадии вязания женских носков из полушерстяной пряжи линейной плотности 31 текс на чулочных автоматах 2АН-14, содержала данные по отходам за 50 смен подряд. Таким образом, мощность Парзеновской оценки плотности распределения усиливалась повышенным объемом выборки. Однако и здесь мы встречаемся все с той же бимодальностью, хотя более высокая амплитуда первой моды указывает на то, что система предпочитает первое модальное состояние второму. Тем не менее, факт раздвоения множества притягивающих состояний системы и в данном случае имеет больше оснований для признания, чем для отрицания.

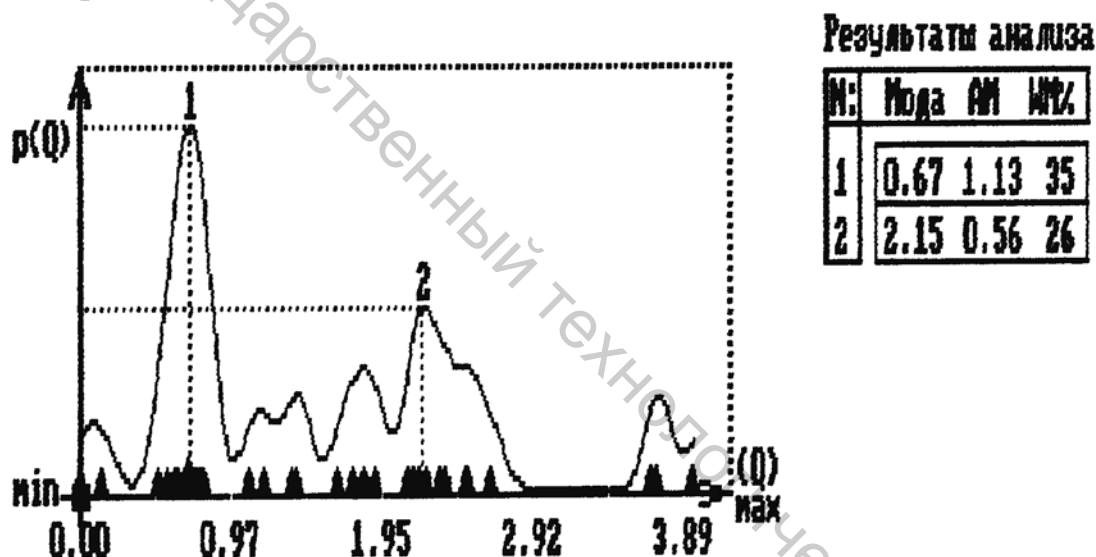


Рисунок 6.10 - Оценка плотности распределения величины отходов на стадии вязания изделий в технологической системе, характеристики которой содержатся в строке 6 табл. 6.1.

Рассмотренные примеры показывают, что аттракторы технологических систем в трикотажном производстве имеют объективную тенденцию к бифуркации. Она обусловлена существованием, по меньшей мере, двух технологически различных комплексов факторов. Один из них связан с качеством сырья, другой - с техническим состоянием применяемого оборудования. В определенных условиях действие этих двух комплексов способно приводить к раздвоению множества притягивающих состояний системы и возникновению резких скачкообразных переходов между двумя его областями. Критерием возможности таких явлений может служить оценка плотности распределения параметра, по которому осуществляется слежение за состоянием системы.

6.4 Понятие о возмущении и возможность его использования для анализа устойчивости связей между параметрами

Понятие «возмущение» широко используется в задачах, связанных с устойчивостью систем различной природы. Под ним понимается воздействие на систему изнутри ее или извне, стремящееся изменить ее состояние. Возмущения, вводимые в уравнения динамических систем, отображают тот факт, что реальные системы не являются консервативными, а постоянно подвергаются расшатывающему влиянию окружающей и пронизывающей их пространственно-временной материальной среды. Как правило, «по умолчанию» возмущению придается как бы негативный характер, обусловленный его нежелательным воздействием на систему. В то же время известно, что искусственно создаваемое возмущение определенного вида, прикладываемое ко входу системы, дает возможность оценить ее динамические характеристики.

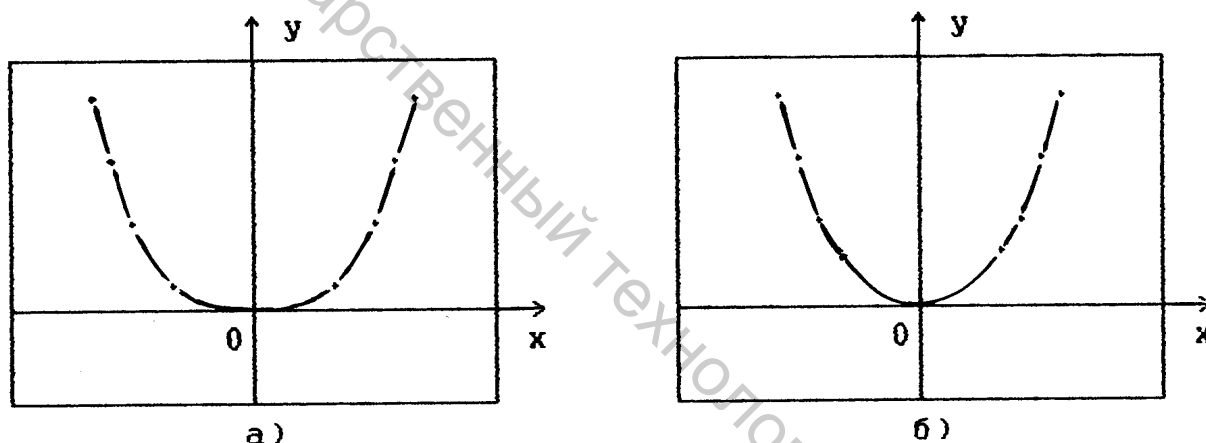


Рисунок 6.10 - Общий вид графиков функций параболического типа: а) $y=ax^2$; б) $y=bx^4$: графическое сходство кривых очевидно.

Интересный прием применения возмущений предложен в [17] для выяснения особенностей нелинейной связи между изучаемыми величинами. Идея его заключается в следующем. Пусть даны две зависимости. Одна из них описывается функцией $y=ax^2$, другая - $y=bx^4$. Их графики изображены на рис. 6.10. В качественном отношении графики практически неразличимы, особенно при определенных значениях коэффициентов a и b . Возмутим теперь эти функции, добавив к первой член $(-εx)$, а ко второй - $(-εx^2)$. Графики возмущенных функций - на рис. 6.11. Из него видно, что первая функция своего вида не изменила, претерпев лишь сдвиги на определенные величины вдоль координатных осей. Поведение же второй функции изменилось радикально. Если в невозмущенном виде эта функция имела один экстремум, то после приложения возмущения у нее возникло еще два экстремума: минимум и максимум. И этот эффект не зависит от того насколько интенсивно возмущение, т.е. в принципе не зависит от

величины « ϵ ». Таким образом, внесение возмущений в анализируемую нелинейную связь между величинами позволяет выявить особенности, отличающие ее от близких форм.

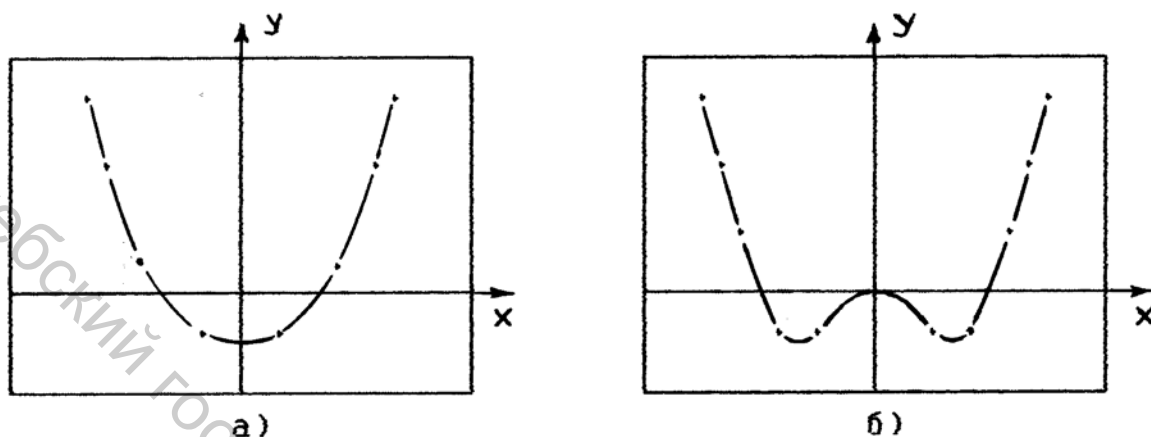


Рисунок 6.11 - Графический вид возмущенных функций $y=ax^2$ и $y=bx^4$: функция $y=bx^4$ структурно неустойчива, что может быть перенесено на описываемую ею зависимость между параметрами x и y .

Прежде всего, это касается структурной устойчивости. Рис. 6.12 б) показывает еще, что при сильной нелинейности возникающая множественность экстремумов создает условия для скачкообразных изменений переменных состояния системы. Отсюда нетрудно понять, каким образом возможность скачкообразных изменений порождается изменениями непрерывными.

Еще одним типом нелинейности, начиная с которого становится реальной структурная неустойчивость, оказывается кубическая [17]. Легко увидеть структурную неустойчивость функции $y=ax^3$ после приложения возмущения типа $(-\epsilon x)$, выражающуюся в появлении двух дополнительных экстремумов.

Подчеркнем еще зависимость результата действия возмущения от его знака. Так, в частности, в случае возмущения исследованных выше функций величиной $\epsilon x > 0$ структурной неустойчивости функций типа x^3 и x^4 мы не увидим: графики функций до и после приложения возмущений окажутся качественно неразличимыми. Следовательно, структурная неустойчивость обнаруживается не при действии возмущений вообще, а только при действии возмущений определенного вида. Поэтому одна и та же связь в одних условиях ведет себя как устойчивая, а в других нет. Внешние проявления такого факта могут состоять в появлении значений переменных, находящихся в некоторой зависимости одна от другой, значительно отклоняющихся от аппроксимирующей формы. С позиций математической статистики их нередко идентифицируют как случайные выбросы, в то время как на самом деле они могут оказаться результатом действия совсем иных механизмов, не имеющих ничего общего со случайностью.

6.5 Недостатки концепции стабильного производства и их принципиальные истоки

Символ технологического мира на нынешнем этапе не может быть связан с чем-либо, целиком и полностью отображающим представление об устойчивом. Современное производство - это мир неустойчивостей и флуктуаций, обусловленных как немногими причинами, так и их комплексами, отличающимися многочисленностью и вариативностью весов причин, входящих в такие комплексы. Очевидно, для развития подобных воззрений необходимы новые понятия и новые математические методы анализа данных для получения информации о процессе, рассматриваемом с иных позиций, существенно отличных от традиционных. Одной из фундаментальных дисциплин, получивших принципиально новые направления развития в 20-ом веке, является теория динамических систем, в которой центральное место занимает открытие превалирования неустойчивостей. А это означает, что изначально малые изменения параметров процессов и систем с течением времени могут существенно усиливаться. Конечно, хотелось бы иметь производственные условия однородными и стабильными. Однако весь ход мирового развития любого вида производства свидетельствует о том, что такие надежды вряд ли оправданны. Здесь и экологические, и экономические, и технологические, и социальные и другие причины. Все чаще в сфере технологии мы обнаруживаем, что отклонения систем от равновесия, вызываются неустойчивостями самых разных видов. Как сейчас установлено [17], неустойчивости превалируют, к ним состояние системы или текущий в ней процесс как бы тяготеет (принцип хрупкости хорошего [14]). Везде имеют преимущество несимметричные, неравновесные состояния. Особое место занимает среди них хаотическая динамика, расцениваемая современной наукой как естественная способность широкого класса процессов и систем, включая технологические, к переходу в состояния, в которых детерминированное поведение сочетается с неопределенностью. Сложные производственные системы и процессы склонны к внезапному переходу к хаотической динамике, оказывающейся фактически одной из форм неустойчивости. Как теперь установлено, такая динамика может быть обусловлена не только влиянием причин, отличающихся случайным характером, но и возникать как результат действия детерминированных факторов. Следует подчеркнуть, что технологические процессы существенно нелинейные, из-за чего одни и те же возмущения вызывают совершенно различные отклики системы, когда она находится вблизи равновесного состояния и вдали от него. Так, например, одинаковые величины отклонений входного натяжения нитей на трикотажных машинах в состоянии привести к далеко неодинаковым технологическим последствиям при использовании нитей с различной неровнотой.

Не будет содержать что-то новое утверждение о том, что стабильность процессов в технологических системах зависит не только от качеств применяемого оборудования, но и от качества исходного сырья. Однако далеко не три-

виально то, что факторы, дестабилизирующие технологические системы, по сути дела связаны с ними атрибутивно. Следовательно, стабильность технологического, а в целом производственного процесса, представляется феноменом значительно более хрупким, чем нестабильное состояние. Но и условия, в которых технологический процесс протекал бы как стабильный, представляются чрезмерно жесткими. Чтобы это отчетливо увидеть, обратимся к концепции статистического регулирования технологического процесса, разработанную еще в 30-х годах текущего века известным американским инженером Шухартом, которая сводится к следующему [33]. При стабильном процессе (постоянном значении генерального среднего, дисперсии доли брака) т.е. при действии только множества неучтенных факторов (причин изменения показателя качества), разброс выборочных статистических характеристик должен находиться во вполне определенных пределах - контрольных границах, рассчитанных, как правило, по нормальному закону распределения случайной величины. Выход характеристики за контрольные границы с высокой достоверностью свидетельствует о возникновении неслучайной причины изменения качества, о нарушении нормального хода процесса, его разладке. Своевременное вмешательство в процесс, приведение его в подконтрольное состояние еще до момента практического появления брака обеспечивает высокое качество получаемого продукта.

В изложенной концепции в сжатом виде очень хорошо отражаются представления об одном из важнейших качеств технологического процесса - стабильности. Вплоть до настоящего времени она не претерпела принципиальных изменений. Весьма существенным моментом выступает в ней установка на то, что действие факторов, определяющих течение процесса должно оставаться неизменным. На нынешнем этапе технологического развития это условие выглядит как едва ли реалистичное. Без непрерывного управления, без постоянного слежения и принятия соответствующих решений о коррекции технологические процессы в трикотажном производстве нормально протекать определенно не смогут в течение достаточно продолжительного времени. И здесь уместно сразу отметить, что генеральное направление исследований технологических систем на современном этапе связано с концепцией непрерывно корректируемой технологии, как более приемлемой по существу для современной производственной сферы. Поэтому развитие новых взглядов на технологические системы выступает как задача актуальная, а результаты поиска обещающими.

Обращение к представлениям об устойчивости показывает, какими могут быть новые приемы анализа технологических систем, расширяющие знания о них и тем самым повышающие эффективность управления ими с целью достижения ими стабильности, надежности и других важных качеств, при отсутствии которых они не могут быть признаны совершенными.

7 ПРИЧИННО-СЛЕДСТВЕННЫЕ СВЯЗИ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ И УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМ

При изучении любой технологической системы в трикотажном производстве можно использовать два подхода. Первый - это подход причинно-следственный. Он связан с традиционной теорией автоматического регулирования и управления, в которой о поведении системы судят по ее откликам (реакциям) или следствиям на входные воздействия различных типов, т.е. на действия причин. При этом система идентифицируется как оператор преобразования одного или нескольких исходных продуктов в выходной. Второй подход предполагает рассмотрение системы с позиций достижения ею некоторой цели или выполнения некоторой функции. Он связан с целенаправленностью, целеустремленностью в принятии решений по управлению системой, а также с формализацией процесса принятия таких решений [7]. Оба подхода, достаточно широко представленные в литературе, образуют фундамент системного анализа в различных технических и технологических областях. Сочетание методов двух этих подходов при изучении динамики технологических систем в трикотажном производстве представляется задачей, имеющей определенную перспективу.

Результаты многочисленных научных исследований в различных технологических областях показывают, что уровень понимания причинно-следственных отношений в рамках конкретных реальных систем во многом зависит от содержания используемых понятий. Поэтому совокупность применяемых понятий и терминов, также как и их трактовка, должны периодически дополняться и корректироваться.

Существенными особенностями обладают связи между параметрами технологических систем в нестационарных условиях, в которых начинает проявляться нелинейность, присущая практически любой из них. В нелинейных системах такие понятия как фактор и причина перестают состоять во взаимно однозначном соответствии. Более того, с определенных позиций можно, по меньшей мере, почувствовать полезность в конструктивном плане расширения содержания понятия "фактор" и введения термина "виртуальный фактор", который позволяет сделать видимыми весьма своеобразные грани в системе связей параметров.

Внимания заслуживает и явление кластеризации факторов, влекущее за собой возникновение скрытых или латентных факторов по терминологии из литературы по факторному анализу [34]. Изучение подобных явлений ведет к формированию представлений о таких механизмах изменений в технологических системах, которые не поддаются прямому усмотрению и доступны лишь с помощью вычислительных приемов и методов, но способны влиять на важные качества систем, не исключая устойчивости и управляемости [35].

Приведенные в данной главе аргументы имеют своей целью обратить внимание на некоторые тонкости в причинно-следственных связях, знание которых расширяет и углубляет анализ устойчивости технологических систем в исследуемой области.

7.1 Понятия «фактор» и «причина»

Термин "фактор" происходит от латинского factor - делающий, производящий и является, как известно, общеупотребительным в сферах текстильной и легкой промышленности. Согласно [3] фактор - это причина, движущая сила какого-либо процесса, явления, определяющая его характер или отдельные черты. В рамках такого определения понятия "фактор" и "причина" неразличимы. Однако различия существуют, и имеет смысл выявить их на уровне дефиниций, приведенных в других литературных источниках. Так в [7] под причиной понимается явление, действие которого вызывает, определяет, производит или влечет за собой другое явление, которое называется следствием. В науке на нынешнем этапе причинно-следственные связи классифицируются по разным признакам. В частности по числу и связности воздействий они делятся на простые, составные, однофакторные, многофакторные, системные и внесистемные [7]. Эта идея классификации не позволяет рассматривать понятия "фактор" и "причина" как семантически совпадающие. Причина в общем случае шире, чем фактор. Иными словами, причину и фактор отождествлять не следует. Более того, одновременное действие группы факторов может обусловить возникновение причины, не сводимой ни к одному из них. В качестве примера существования многофакторных причин можно указать на зависимость отходов при вязании штучных изделий Q от факторов X_i , которыми являются характеристики производственного процесса, по отношению к которому отходы выступают как один из его важных технико-экономических показателей. Введем функцию: $Q = Q(X_1, X_2, \dots, X_k)$. Используя систему понятий и величин, устоявшуюся на производстве, эту зависимость можно представить в виде: $Q = Q(Q_c, Q_m, Q_p)$, где: Q_c - отходы, связанные с сырьем, Q_m - отходы, обусловленные техническим состоянием машины, Q_p - отходы, вызванные действиями работницы. Каждая из величин Q_c , Q_m , и Q_p выступает как представитель своего множества факторов, могущих и не пересекаться с двумя другими, вследствие чего возникают основания рассматривать их как многофакторные причины по отношению к величине Q .

Таким образом, соотношение содержания понятий "фактор" и "причина" раскрывается особенно наглядно в понятиях "однофакторная" и многофакторная причина". Уместным будет привлечь эти понятия для понимания причинно-следственных механизмов некоторых статистических феноменов. Так, например, унимодальность плотности распределения возможных значений параметра системы может объясняться действием только одной многофакторной причины. Бимодальность возникает тогда, когда действующие факторы по степени общности не в состоянии образовать единственную группу, что имеет своим следствием появление двух или более многофакторных причин. Многофакторные причины, как правило, не имеют специального названия. Но в отдельных случаях они носят характер критериев или индикаторов подобия: например, коэффициент соотношения плотностей для трикотажного полотна, модуль петли для петельной

структуры, комплексный показатель качества нити и др. До тех пор, пока они остаются в определенных пределах, состояние или качество сохраняют свои отличительные черты. Если с такой точки зрения взглянуть на выше приведенные зависимости уровня отходов от определяющих факторов, то можно ожидать, что случайная функция Q будет иметь неустойчивую функцию распределения, число мод которой способно хаотически меняться от одной до трех.

В представленных аргументах и примерах начинает просвечивать мысль о том, что чисто стохастический подход следует использовать с большей осторожностью, чем это обычно делается при поиске причин явлений в технологической сфере. Массив исходных данных во многих случаях в определенной степени структурирован, а потому может рассматриваться как однородный лишь с некоторой степенью приближения. В силу этого к нему не всегда приложимы методы традиционной статистической обработки. Например, действие фактора с бимодальным распределением своих возможных значений, не может быть эквивалентно заменено действием его среднего значения. Это обусловлено тем, что при наличии двух мод механизм его влияния на выходной параметр состоит не из одной, а из двух составляющих - непрерывной и скачкообразной, определяемой возможностью внезапных переходов от одной моды к другой. Тем не менее, на практике применение статистического подхода мотивируется (и зачастую не без оснований) сложностью объектов или процессов или их недостаточной изученностью, а порой и невысокими требованиями к точности результатов моделирования.

Взглянем теперь на общую картину причинно-следственных отношений в технологических системах трикотажного производства.

7.2. Причинно-следственные связи в технологических системах в стационарных и нестационарных условиях

Со стационарностью условий в соответствии с общепринятыми представлениями будем связывать независимость от времени отображающих их параметров. С практической точки зрения стационарные условия обычно связываются со стабильным состоянием технической или технологической системы, а значит и протекающих в ней процессов получения конкретного продукта.

Рассмотрим, какой в условиях стационарности создается картина причинно-следственных связей между параметрами, характеризующими систему. Пусть

$$Y = f(X_i), \quad (7.1)$$

где: Y -показатель производственного процесса, X_i -определяющие его факторы ($i=1,2,...,k$). Для моделирования функции (7.1) используем полиномы различных степеней, которые применяются в научных исследованиях и практике в области текстильного и трикотажного производства [37]. Используем вначале линейную модель. При аппроксимации (7.1) моделью вида

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n \quad (7.2)$$

видим, что величину Y , определяют n однофакторных причин. Естественно, дисперсия Y полностью объясняется дисперсией факторов X_i . Это самый простой вид многофакторной зависимости, который на практике встречается сравнительно редко. Чаще он применяется при пошаговой линеаризации функций. И все же даже он таит в себе далеко не очевидные особенности. Этот вопрос рассмотрен ниже в разд. 7.4, где показано, что вид аттрактора системы и его положение в фазовом пространстве зависят явным образом от числа факторов и соотносительной величины коэффициентов модели. Вместе с тем неявно на формирование аттрактора влияет распределение возможных значений X_i . На рис. 7.1 изображены фазовые портреты систем описываемых (7.4) при $n=3$ с плотностями распределения каждого из трех факторов X_1, X_2, X_3 в виде $p(x)=-x$ и $p(x)=x$. Рисунок показывает, что положение аттракторов системы в обоих случаях диаметрально противоположное. При этом еще раз подчеркнем, что модель (7.2) одинаково работоспособна вне зависимости от вида функций распределения возможных значений факторов. Таким образом, плотность распределения $p(x)$ следует рассматривать как скрытый фактор. В практическом отношении различие в фазовых портретах может содержать в себе очень существенную информацию. Пусть, например, Y - величина отходов на стадии вязания. Тогда фазовый портрет на рис. 7.1а соответствует хорошо отлаженной технологической системе, т.к. ее аттрактор расположен в области минимальных значений отходов. Напротив, технологическая система с фазовым портретом на рис. 7.1б стремится к производству максимального уровня отходов, а потому нуждается в более активном управлении. Отметим, что в обоих случаях система остается устойчивой, меняется лишь положение притягивающего множества ее состояний.

Естественно, пока функции распределения возможных значений факторов остаются неизменными, можно говорить о стационарности условий в которых она функционирует. Однако едва ли найдется такая технологическая система, которая будет достаточно долго оставаться в стационарном состоянии. Под действием возмущений параметры технологических процессов неизбежно изменяются во времени, переводя систему в нестационарный режим. Нестационарные явления и режимы весьма разнообразны и могут иметь как естественное, так и искусственное происхождение.

Картина течения технологического процесса в нестационарном режиме резко усложняется по сравнению с таковой в стационарных условиях. Под нестационарностью условий будем понимать их зависимость от времени. Представляется несколько форм нестационарности:

- зависимость от времени коэффициентов уравнения (7.2);
- зависимость от времени факторного состава правой части (7.2).
- зависимость от времени порядка аппроксимирующего полинома.

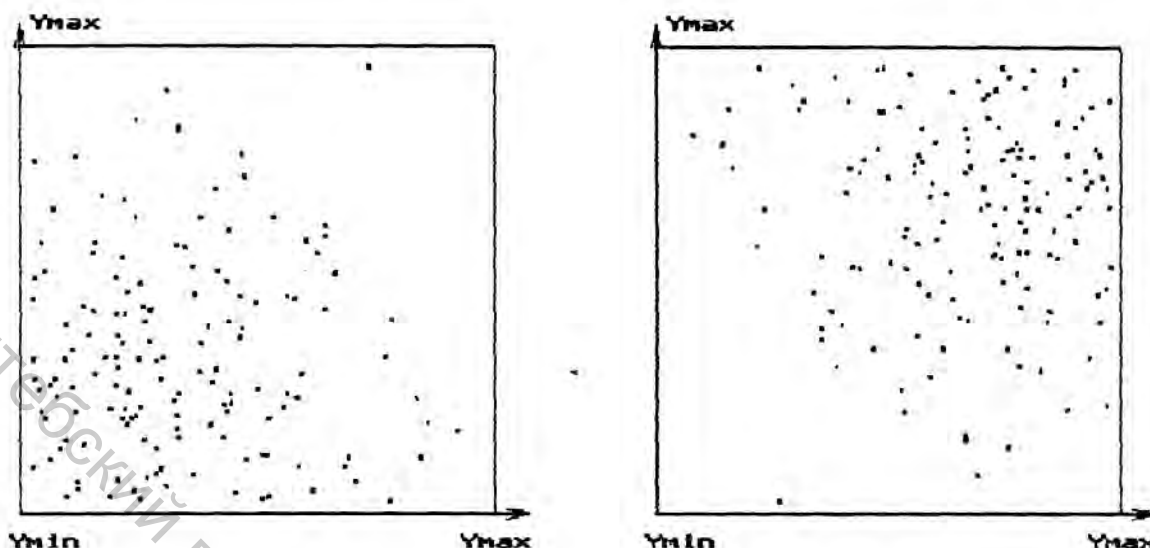


Рисунок 7.1. Аттракторы технологической системы, описываемой (7.2) при $n=2$ и различных плотностях распределения возможных значений факторов X_1 и X_2 : а) - при $p(x) = -x$; б) - при $p(x) = x$.

Очевидно, что в соответствующей ей математической модели системы будут находить отражение все названные источники нестационарности. Поэтому представляется корректным говорить не об адекватной модели технологической системы в нестационарных условиях, а о поддержании адекватности модели по мере движения системы в фазовом пространстве наблюдаемых переменных. Следовательно, в нестационарных условиях речь должна идти о непрерывной перестройке модели как реакции ее на изменение ситуации в технологической системе. Иными словами, в нестационарных условиях имеет смысл говорить об адаптивной модели. Такая модель будет всегда находиться в движении, постоянно приспосабливаясь к новой информации о состоянии системы.

В настоящее время эффективным считается подход, когда начальная модель по мере поступления новой информации изменяется как по числу входящих в нее факторов, так и по другим параметрам в зависимости от текущей ситуации, что находится в согласии с перечисленными выше источниками нестационарности. Перестройка модели в зависимости от логики ее адаптации к обновляющемуся массиву данных оперативного контроля технологических параметров позволяет видеть и учитывать даже непродолжительные во времени закономерности в связях между параметрами системы [36].

7.3 Виртуальные и латентные факторы

Математическая модель технологической системы в форме полинома некоторой степени выступает как нечто гораздо большее, чем заменитель ее на период исследования. Как показывает опыт практики, в условиях производства она становится "зеркалом", в котором отражается вся система причин как действующих постоянно, так и тех, действие которых ограничено во времени. В нестационарных условиях, когда порядок аппроксимирующего полинома может изме-

няться, изменяется в соответствии с ним и система причин определяющих состояние системы. Чем выше порядок аппроксимирующего полинома, тем шире набор причин. Так, например, в случае полинома 2-ой степени относительно трех факторов имеем три линейных эффекта, три квадратичных и три эффекта парного взаимодействия. Но уже при переходе к полиному 3-ей степени получаем три линейных эффекта, три квадратичных, три кубических, три эффекта парного взаимодействия и семь эффектов взаимодействия 3-го порядка. В итоге обнаруживается 19 источников воздействий на технологическую систему.

Кроме того, как показано в разд. 4, кубическая форма содержит условия для возникновения бифуркаций состояния системы, что потенциально намного усложняет ее поведение. При увеличении числа факторов количество членов моделей 2-го и 3-го порядков быстро растет. Табл. 7.1 показывает, что увеличение числа факторов лишь с 2 до 5 приводит к росту числа членов полиномиальной модели 2-го порядка с 5 до 20, а 3-го - с 9 до 55. Между тем хорошо известно, что в трикотажном производстве технологические системы характеризуются гораздо большим числом параметров. Соответственно и порядок сложности моделей таких систем намного выше.

Таблица 7.1 - Зависимость числа членов в полиномиальной модели 2-го и 3-го порядков от числа факторов

№ п/п	Число факторов	Число членов в полиномиальной модели	
		второго порядка	третьего порядка
1	2	5	9
2	3	9	19
3	4	14	34
4	5	20	55

В теории планирования эксперимента члены полиномиальной модели, имеющие вид произведений факторов, называют эффектами взаимодействия факторов. Формально их можно устранить путем известных математических преобразований модели. Однако в этом случае новые независимые переменные в преобразованной модели теряют в наглядности, а порой и в физическом смысле. Рассмотрим, например, неполную полиномиальную модель второго порядка относительно двух факторов:

$$Y = b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 \quad (7.3)$$

Преобразуя переменные, ее нетрудно привести к виду, содержащему лишь квадратичные члены, образованные новыми переменными Z_1 и Z_2 :

$$Y = B_1 Z_1^2 + B_2 Z_2^2 \quad (7.4)$$

Между тем исходная форма модели намного информативнее, т.к. отображает физический механизм нелинейности связи между выходной переменной и фактора-

ми. В форме (7.4) мы видим квадратическую зависимость Y от каждого фактора, в то время как (7.4) указывает на то, что нелинейность порождается совместным действием обоих факторов. Форма (7.3) представляет как бы суперпозицию трех источников воздействий на выходной параметр Y . В ней каждый из них не искажается и тем более не "растворяется". Эффект парного взаимодействия влияет на выходной параметр наравне с факторами X_1 и X_2 , играя роль третьего фактора. Важно подчеркнуть, что модели вида $Y=X_1X_2$ вполне реалистичны. А это означает, что эффект парного взаимодействия может рассматриваться как способный существовать самостоятельно. И все же тот факт, что количественно он выражается через первичные факторы, не позволяет безоговорочно идентифицировать его как настоящий фактор. Однако ничто и не вынуждает делать это. Достаточно привлечь термин "виртуальный", широко распространенный в различных областях, в частности, в физике и информатике. Через понятие "виртуальный", означающий: действующий как настоящий, устраняются препятствия для идентификации эффектов взаимодействий факторов как относительно автономных образований, оказывающих вполне реальное воздействие на систему.

И все же что может дать это понятие кроме терминологической унификации? Прежде всего, отметим, что причинно-следственная картина производственных связей при использовании такого терминологического инструментария предстает в виде базиса, образованного первичными факторами и своего рода надстройки из виртуальных факторов. Виртуальных факторов может быть не просто много, а очень много. Возможно именно на этом основывается наше интуитивное представление о множественности факторов, действующих в любой производственной системе, т.к. при попытках доказать эту множественность хотя бы путем составления списков действующих факторов нередко выясняется, что подобные списки оказываются на удивление короткими даже для сложных систем.

Отметим, что в технологических системах виртуальные факторы могут возникать буквально на каждом шагу. Например, влажность и температура по отдельности, как правило, всегда оказывают то или иное действие на состояние системы. Однако во многих ситуациях они способны произвести действие, несводимое к сумме их действий по отдельности, что говорит о возникновении виртуальных факторов.

В этой связи уместно обратить внимание на то, что эффекты взаимодействия факторов не есть следствие математического формализма, обусловленного применением моделей именно полиномиального типа, а действительный феномен, имеющий под собой физическую основу. Приведем пример.

При работе трикотажной машины уровень обрывности зависит от многих факторов. Выделим среди них входное натяжение нити и длину нити в петле. Эти два фактора оказывают большое влияние на напряженно-деформированное состояние нити в процессе петлеобразования.

В то же время ясно, что кроме их действия по отдельности присутствует эффект зависимости влияния одного из них от того на каком уровне находится другой. Так, при одинаковых средних значениях натяжения нити и его диспер-

сий, колебания натяжения нити будут чаще приводить к обрывам при меньшей длине нити в петле, чем при большей. Это легко понять, если представить, что уменьшение длины нити в петле само по себе приводит к росту напряжения в нити при выполнении операций цикла петлеобразования, например, при нанесении, а в сочетании со всплесками натяжения нити, которые возникают при его колебаниях, неизбежен рост технологической обрывности.

Налицо так называемый эффект парного взаимодействия факторов, несводимый к простому суммарному их действию.

Чтобы подкрепить идею о целесообразности привлечения понятия "виртуальный", вернемся еще раз к примеру из разд. 7.1 данной работы. В нем используется тот факт, что уровень отходов на стадии вязания в общем случае зависит от качества сырья, технического состояния оборудования и квалификации обслуживающего персонала.

Очевидно, что каждый из этих факторов влияет как в отдельности, так и в составе эффектов взаимодействия с двумя другими. В рамках, например, модели третьего порядка имеем три названных действительных фактора и 16 виртуальных (см. табл. 7.1). Такая картина как возможная никак не может быть проигнорирована лицом, принимающим решение в технологической системе.

В заключительном примере воспроизведем следующую ситуацию. Пусть состояние системы определяется функцией времени $Y(t)$. Эта функция зависит от двух факторов, также являющихся функциями времени: $X_1(t)$ и $X_2(t)$. Т.е.

$$Y(t) = F\{X_1(t), X_2(t)\} \quad (7.5)$$

Придадим функции Y вид неполного полинома второго порядка, а $X_1(t)$ и $X_2(t)$ запишем в виде гармонических функций времени. Тогда зависимость (7.3) примет вид: $Y(t) = B_0 + B_1 \sin pt + B_2 \cos pt + B_{12} \sin pt \cos pt$ или:

$$Y(t) = B_0 + B_1 \sin pt + B_2 \cos pt + B_3 \sin 2pt \quad (7.6)$$

Модель в виде (7.6) показывает, что в данной нелинейной системе в спектре $Y(t)$ кроме гармоник с круговой частотой p , обусловленной действием факторов X_1 и X_2 , присутствует гармоника с частотой $2p$, соответствующая третьему - виртуальному фактору. Обратим внимание на то, что, влияя по отдельности на Y , ни фактор X_1 , ни фактор X_2 не в состоянии в принципе привести к удвоению частоты воздействия на выходной параметр. Между тем эффект их взаимодействия обладает именно таким качеством, составляющим основу различий между линейными эффектами $B_1 X_1$, $B_2 X_2$ в математической модели и нелинейным эффектом $B_{12} X_1 X_2$. А это - довод в пользу его автономности и целесообразности идентификации его как фактора виртуального.

Рассматривая множество факторов, определяющих состояние технологической системы, можно обнаружить признаки существования факторов еще од-

ного типа. Формальной предпосылкой их возникновения является кластеризация исходного множества факторов, которую нетрудно выявить специальными математическими приемами. По отношению к каждому кластеру имеет смысл поставить вопрос: "Нельзя ли факторы каждого кластера рассматривать как аргументы некоторой функции?" При положительном ответе на поставленный вопрос открывается возможность замены исходного набора факторов меньшим числом функций от них, т.е. построения более экономного по числу характеристик описания состояния технологической системы. В этом заключается основная идея факторного анализа. В его рамках функции от некоторого набора исходных переменных получили название общих или латентных (скрытых) факторов. Ситуации, в которых появляются скрытые факторы, отнюдь не редки. Так, в частности, факторы подобного рода характеризуют работу обслуживающего персонала, функционирование технологического оборудования при колебаниях показателей качества перерабатываемого сырья, климатических условий в цехе и т.п. Природа скрытых факторов весьма разнообразна. Например, при увеличении количества работающего оборудования в цехе начинает расти вероятность того, что некоторая группа вязальных машин постоянно находится в состоянии останова. При использовании пряжи одного и того же волокнистого состава и удовлетворяющей требованиям одного и того же стандарта, но полученной от разных поставщиков, могут выявиться различия в ее технологической надежности, обусловленные различиями в молекулярной структуре полимера волокон, из которых пряжа состоит.

Таким образом, представления о виртуальных и латентных факторах вынуждают считаться при проведении анализа состояния технологической системы с существованием таких факторов, которым не соответствует прямой физический или технический аналог.

7.4 Влияние вида связей между параметрами технологической системы и характера их изменения на ее аттрактор

Пусть $Y(t)=f\{X_i(t)\}$ - функция, описывающая технологическую систему. В гл. 5 данной работы показано, что временная последовательность значений функции $Y(t)$ может выступать как источник информации о притягивающем множестве состояний системы, т.е. об аттракторе. Так как $Y(t)$ вторична по отношению к определяющим ее факторам $X_i(t)$, как их следствие, естественно предположить, что существование и вид аттрактора в значительной степени обусловлены видом этой функции. Рассмотрим данный вопрос, используя имитационное моделирование и анализируя фазовые портреты систем, описываемых линейными и нелинейными полиномиальными моделями.

Аппроксимируем функцию, описывающую систему, вначале линейной полиномиальной моделью в виде:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n \quad (7.6)$$

где $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$ - постоянные коэффициенты. Рассмотрим как распределяются на фазовом портрете значения отклика системы Y в зависимости от изменения входных величин X_i , изменения которых будем моделировать случайными числовыми последовательностями с равномерной функцией распределения в диапазонах от $(X_i - \delta X_i)$ до $(X_i + \delta X_i)$, где $2 \delta X_i$ - интервал варьирования фактора. С помощью известных формул кодирования факторов отобразим указанный диапазон в стандартный интервал $[-1;1]$, что даст возможность непосредственно сравнивать фазовые портреты моделируемых систем. Фазовые портреты систем будем строить методом, изложенным в разд. 2.2 данной работы: значения X_i , выбираемые случайным образом из интервала $[-1;1]$, подставляем в (7.6) и отыскиваем значения Y_j . Пара значений выходного параметра Y_{j-1} и Y_j определяют точку на фазовом портрете. Повторяя работу модели $N+1$ раз и располагая на фазовой плоскости N точек, формируем фазовый портрет, по которому нетрудно установить наличие областей притягивающих состояний системы по параметру Y , а также их расположение и размеры. Фазовый портрет системы для $n=2$, $b_0=0$, $b_1=1$, $b_2=1$ представлен на рис. 7.2. На нем мы видим аттрактор как сгущение фазовых точек в области, расположенной вокруг центра фазовой плоскости, что выглядит достаточно тривиальным, если учесть центральную предельную теорему теории вероятностей, гласящую, что распределение суммы случайных величин с произвольными распределениями при увеличении числа слагаемых стремится к нормальному. И действительно, рост числа факторов вызывает уменьшение среднего диаметра области притягивающих состояний (рис. 7.2б) и все более высокую концентрацию значений относительно центра фазовой плоскости, что находится в полном соответствии с упомянутой выше теоремой.

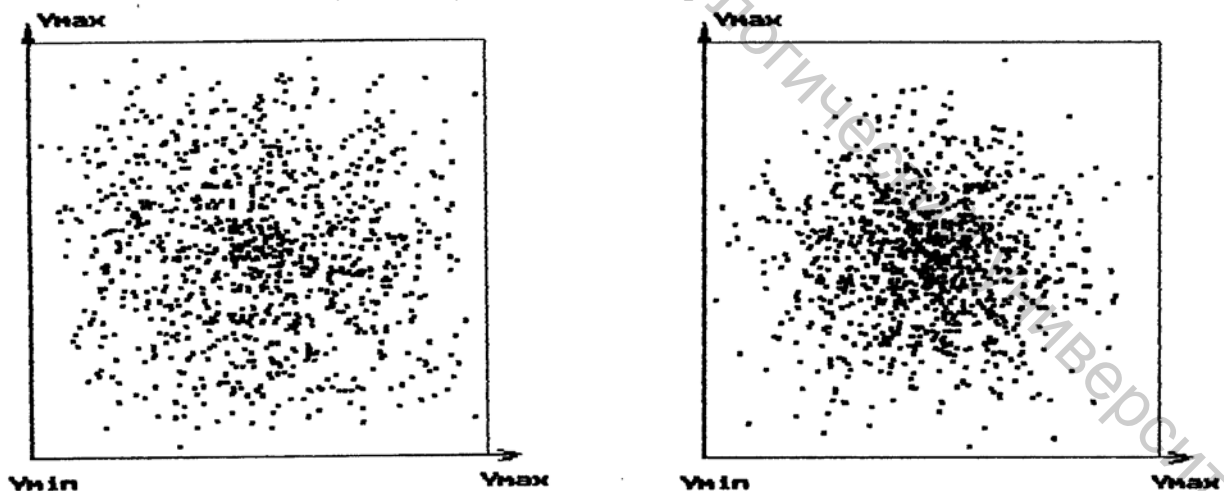


Рисунок 7.2 - Фазовые портреты систем, описываемых линейными полиномами относительно различного числа факторов: а) – двухфакторная линейная полиномиальная модель ($n=2$); б) - трехфакторная линейная полиномиальная модель ($n=3$).

Откажемся теперь от предположения о непрерывности распределения хотя бы одного из факторов в модели (7.6), например, X_1 . Пусть X_1 по-прежнему

принадлежит области $[-1;1]$, но принимает лишь дискретные значения, составляющие множество его возможных значений. При моделировании количество таких дискретных значений определяется числом k интервалов, на которые разбивается отрезок $[-1;1]$, а сами дискретные значения численно равны абсциссам середин интервалов разбиения отрезка $[-1;1]$. Фазовые портреты системы при $k=2$ и различных значениях двух отличных от нуля коэффициентов модели (7.3) представлены на рис. 7.3. На нем мы видим, как существенно изменился вид аттрактора системы в сравнении с изображенным на рис. 7.2. Если при непрерывном распределении X_1 и X_2 на фазовом портрете имелась лишь одна область сгущения фазовых точек, то при дискретном распределении одного из этих факторов, в данном случае X_1 , на нем появляется несколько таких областей. Количество их зависит от величины k , о чем свидетельствует рис. 7.4. Четкость картины расщепления аттрактора системы на изолированные области возрастает вслед за ростом коэффициента b_1 модели (7.3), что хорошо видно при переходе от рис. 7.3а к рис. 7.3б.

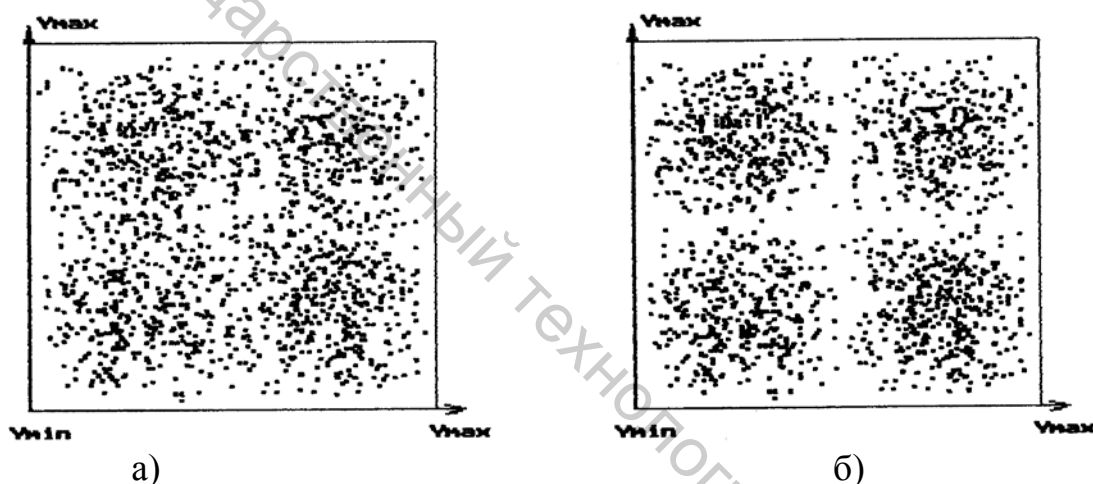


Рисунок 7.3 - Картина расщепления аттрактора системы, описываемой (7.6): а) при $k=2$, $b_0=0$, $b_1=2.5$, $b_2=1$; $b_3=0.5$; б) при $k=2$, $b_0=0$, $b_1=3$, $b_2=1$, $b_3=0.5$. На фрагменте б) четкость границ областей аттрактора заметно выше в сравнении с картиной, изображенной на фрагменте а).

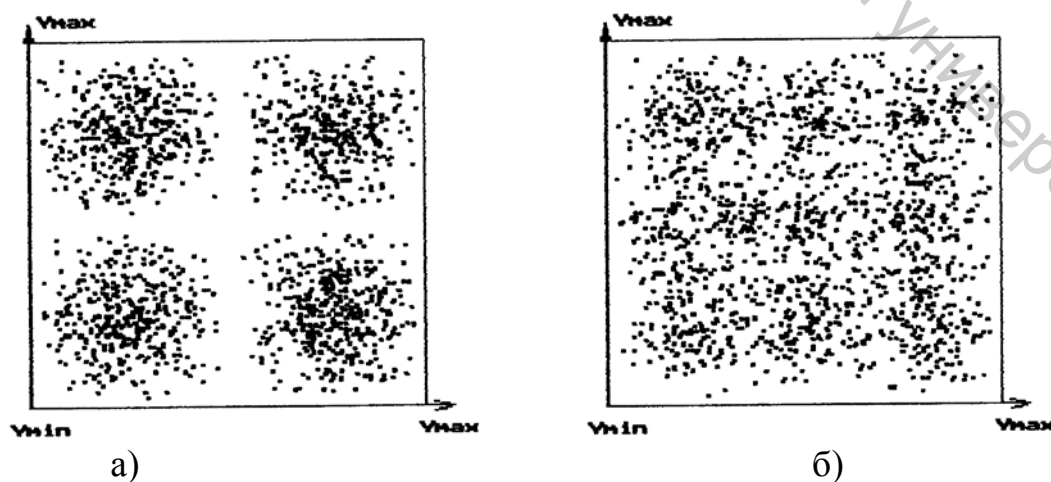


Рисунок 7.4 - Изменение фазового портрета системы при переходе величиной k от значения равного 2 к значению, равному 3.

Очевидно, что поведение системы по мере расщепления аттрактора становится все более сложным. Но самое главное здесь состоит в возникновении условий для скачкообразных изменений состояния системы. В этой связи представляет интерес процесс формирования фазового портрета системы с расщепленным аттрактором.

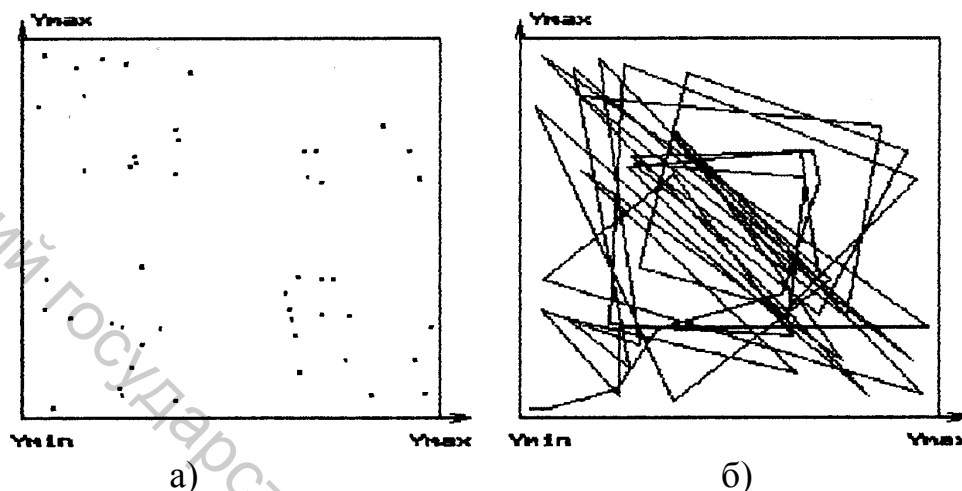


Рисунок 7.5 - Динамика формирования фазового портрета системы при $k=2$, $b_0=0$, $b_1=2$, $b_2=1$: а) фазовый портрет системы; б) траектория образующей его фазовой точки.

На рис. 7.5 фазовому портрету сопоставлена траектория образующей его фазовой точки. На нем хорошо виден блуждающий характер изменений состояния системы, а на отдельных участках фазовой траектории изменения представляют собой скачки между фазовыми точками, разнесенными на расстояния, сравнимые с размерами фазового квадрата. По-видимому, перед нами в факте расщепления аттрактора системы обнаруживается механизм внезапных изменений состояния системы, могущих произойти даже на фоне предшествующей относительной ее стабильности [18].

На основании изложенного можно заключить, что кластеризация значений выходного параметра возникает как реакция его на переход характера изменения хотя бы одного из факторов от непрерывного к дискретному. Оценивая форму и взаимное расположение кластеров фазовых точек, трудно отделаться от впечатления о возникающей структуризации хаоса при квантовании действия по меньшей мере одного фактора, связанного с выходным параметром. Оно усиливается при обращении к рис. 7.2 и 7.3, сравнение которых демонстрирует последствия замены непрерывного распределения возможных значений фактора X_1 дискретным, которые вполне могут расцениваться как структуризация хаотического аттрактора системы, при появлении влияющих на нее дискретно распределенных факторов.

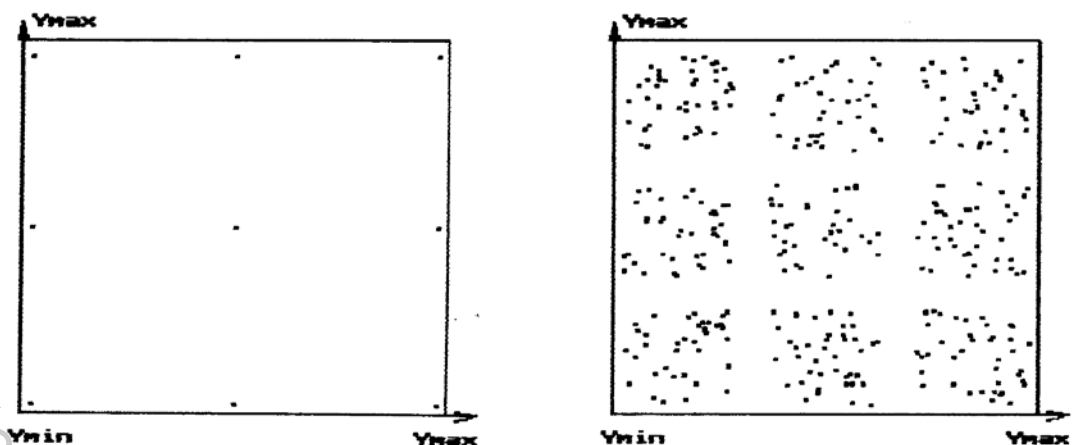
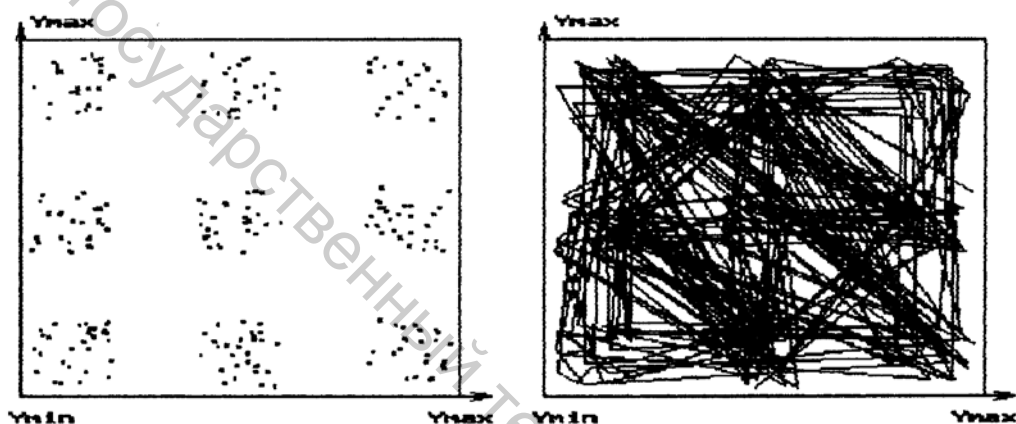
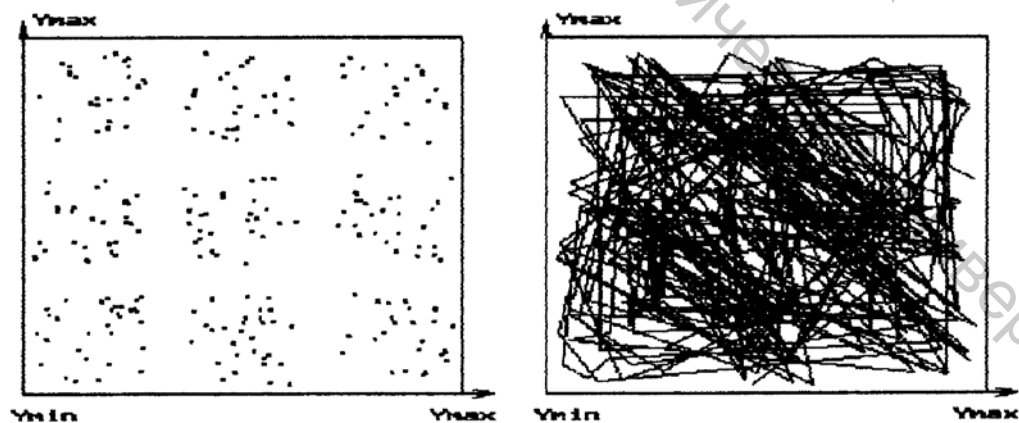


Рис. 7.6. Фазовые портреты системы, моделируемой (7.6): а) при $k=3$, $b_0=0$, $b_1=3$ и $b_i=0$ ($i=2,3,\dots,n$); б) при $k=3$, $b_0=0$, $b_1=3$, $b_2=1$ и $b_i=0$ ($i=3,4,\dots,n$).



а) $k=3$; $b_0=0$; $b_1=6$; $b_2=1$; $b_i=0$ ($i=3,4,\dots$)



б) $k=3$; $b_0=0$; $b_1=4$; $b_2=1$; $b_i=0$ ($i=2,3,\dots$)

Рисунок 7.7 - Влияние коэффициента b_1 на интенсивность кластеризации точек на фазовой плоскости системы (7.6): а) при $k=3$, $b_0=0$, $b_1=5$, $b_2=1$, $b_i=0$ ($i=3,4,\dots,n$); б) при $k=3$, $b_1=4$, $b_2=1$, $b_i=0$ ($i=3,4,\dots,n$).

Каков же количественный механизм кластеризации фазовых точек на фазовой плоскости? Рассмотрим фазовый портрет системы, описываемой (7.3), при единственном отличном от нуля коэффициенте b_1 при факторе X_1 с дискретным распределением, изображенный на рис.7.6а. Он показывает, что точки, соответствующие возможным состояниям системы, располагаются строго упорядоченно и равномерно по всей фазовой плоскости, определяя центры кластеров фазовых точек для системы, описываемой моделью (7.6), в которой отличны от нуля коэффициенты с индексом $i > 1$. На рис. 7.6б показан фазовый портрет системы при коэффициенте b_2 отличном от нуля, подтверждающий это. Здесь следует отметить, что фазовые точки на рис.7.6а, строго говоря, соответствуют лишь центрам возможных кластеров. Чтобы кластеры возникли, требуется достаточно большое значение коэффициента b_1 . При малых его значениях кластеризации не происходит. Иными словами, величина b_1 выступает в роли своего рода потенциала, уровень которого обуславливает существование кластеров фазовых точек, как областей расщепленного аттрактора системы. Рис. 7.7 четко демонстрирует данный факт.

Увеличение числа факторов X_i с непрерывным распределением в модели (7.6) приводит к подавлению эффекта расщепления аттрактора. Это же наблюдается и при росте интенсивности влияния факторов при неизменной их численности путем увеличения коэффициентов b_i при них. Однако при увеличении коэффициента при факторе с дискретным распределением расщепление вновь обнаруживается.

Изменим теперь вид модели функции описывающей технологическую систему, перейдя к полиному, содержащему по меньшей мере один эффект парного взаимодействия факторов. Введем нелинейную двух факторную модель в виде:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 \quad (7.7)$$

Фактор X_1 будем моделировать как величину, дискретно распределенную на двух областях возможных значений $[-1; 0]$ и $[0; 1]$ ($k = 2$), а фактор X_2 - как непрерывную равномерно распределенную на отрезке $[-1; 1]$. Фазовые портреты системы, описываемой (7.7), представлены на рис. 7.8. Он свидетельствует о резкой трансформации вида аттрактора, а, следовательно, поведения системы. Если для линейных моделей с одним дискретным фактором множество притягивающих состояний имеет вид совокупности кластеров примерно одинаковой мощности и равномерно распределенных по фазовому квадрату, то для модели (7.7) это множество, не распадаясь на кластеры, приобретает крестообразную форму, в пределах которой концентрация виртуальных фазовых точек тем выше, чем больше коэффициент в полиномиальной модели при эффекте парного взаимодействия.

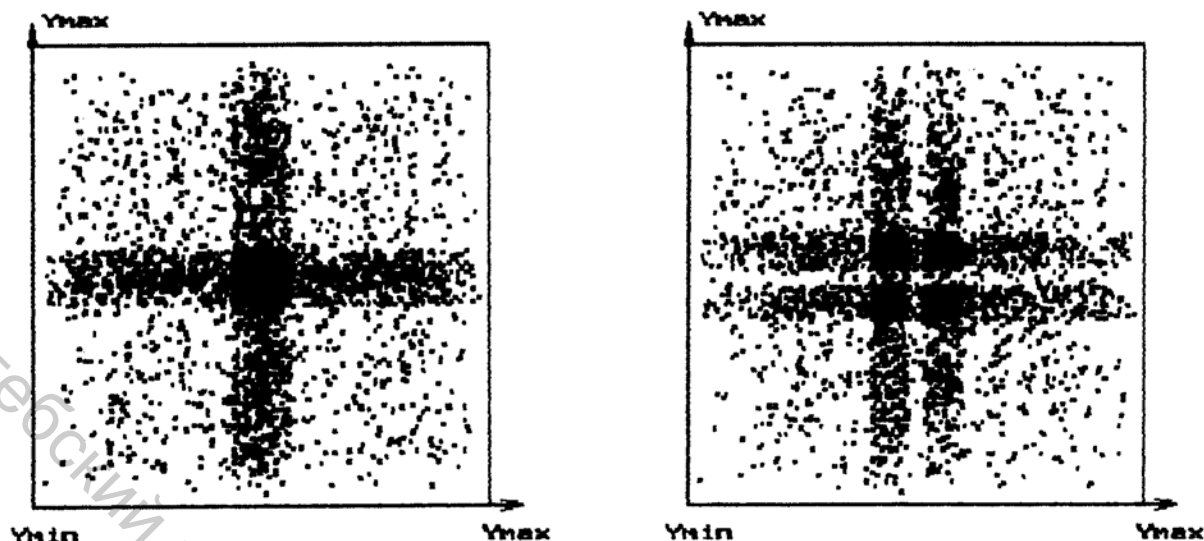


Рисунок 7.8 - Вид аттракторов системы, описываемой моделью (7.7): а) при $k=2$, $b_0=0$, $b_1=1$, $b_2=1$, $b_{12}=10$; б) при $k=2$, b_0 , $b_1=3$, $b_2=1$, $b_{12}=10$.

Поставим вопрос: насколько значим для динамики системы вид ее аттрактора? Некоторые существенные в практическом отношении заключения можно сделать, если сопоставить приведенные выше фазовые портреты и характеристики порождающих их числовых последовательностей. Нетрудно обнаружить, что форма и размеры аттрактора явно определяют все основные характеристики сопряженной с ним последовательности. Это относится и к дисперсии, и к корреляционной функции. Например, фазовые портреты на рис. 7.2а и 7.2б соответствуют последовательностям Y_j с различными дисперсиями: фазовый портрет на рис. 7.2а построен по последовательности с более высокой дисперсией. Еще большая дисперсия у последовательности значений параметра Y системы с фазовым портретом на рис. 7.6. Вряд ли вызовет сомнения зависимость корреляционных связей значений Y от вида аттрактора. Тогда, например, различия в характере изменения состояния системы на отдельных интервалах времени, по-видимому, в немалом числе ситуаций могут стать понятными после анализа притягивающего множества ее состояний, т.е. аттрактора. Более того, вне такого анализа возможны принципиальные ошибки в распознавании причин изменения состояния системы, особенно, когда такие изменения существенны или внезапны. В подобных случаях появляется немалый риск объяснять их усилением влияния известных факторов или, что намного хуже, началом действия скрытых, неизвестных. Между тем, как следует из приведенных аргументов, такие объяснения способны оказаться подчас неверными. Вернемся к фазовому портрету на рис. 7.8. Предположим, что фазовая точка перемещается некоторое время по концам крестообразной области притягивающих состояний, а затем переходит в ее центр, где концентрация виртуальных фазовых точек наибольшая. При наблюдении за последовательностью значений Y мы увидим картину перехода Y - последовательности из временной области с высокой дисперсией в область с низкой дисперсией.

Лицу, принимающему решение - ЛПР, очень непросто отказаться от предположения, связанного с началом или прекращением действия какого-то дополнительного фактора, неизвестного на момент принятия решения. На самом же деле, как мы видим, правильная оценка подобных ситуаций возможна при совсем ином подходе.

Приведенные соображения наводят на мысль о том, что на практике, вероятно, нередки ситуации, в которых ЛПР занят попытками объяснить изменение состояния системы действием тех или иных факторов, по "умолчанию" идентифицируемых как сторонние по отношению к системе. Между тем наблюдаемые изменения могут оказаться проявлением свойств системы, видимых лишь с определенных позиций.

7.5. Практическое применение полученных результатов

Стратегическая цель любого исследования заключается в использовании его результатов для прогнозирования или распознавания принципиальных особенностей изучаемых систем. В данном аспекте имеет смысл обратить внимание на возможность применения полиномиальной математической модели технологической системы в качестве инструмента тонкого анализа факторов, влияющих на ее состояние. Возьмем, например, такую характеристику полиномиальной модели как порядок. Обнаружение в процессе оперативного слежения за состоянием технологической системы факта перехода описывающей ее модели, например, от линейной к квадратической должно расцениваться как признак появления виртуальных факторов, учет которых позволяет отчетливее увидеть причины изменения параметров системы. Более того, на модели, описывающей систему с достаточной по выбранному критерию степенью приближения, легко установить источники виртуальных факторов, а также интенсивность их влияния.

Высокой информативностью обладает фазовый портрет системы, который легко построить описанным в настоящей работе способом. Помимо его общеизвестных возможностей, связанных с оценкой устойчивости системы, он позволяет оценить и многое другое. Так, в частности, кластеризация точек на фазовом портрете технологической системы может рассматриваться как критерий чувствительности ее математической модели к появлению в ней факторов, обладающих выраженной дискретностью действия. Это показано на рис. 7.9. Ряд представленных на нем фазовых портретов соответствует последовательности уменьшающихся значений числа k интервалов разбиения отрезка $[-1;1]$, являющегося областью возможных значений фактора X_1 в модели (7.6) при $n=3$. Уменьшение k эквивалентно росту шага квантования и увеличению степени различий между двумя соседними значениями квантуемой переменной. На рис. 7.9 хорошо видно как по мере уменьшения k на фазовом портрете все отчетливее проступают кластеры. На основании этого можно заключить, что при появлении хотя бы одного фактора с дискретным характером действия в группе факторов, определяющих состояние системы, на фазовом ее портрете фазовые точки начи-

нают объединяться в кластеры, что свидетельствует о снижении вероятности появления некоторых состояний системы вплоть до их исчезновения (см. рис. 7.9е).

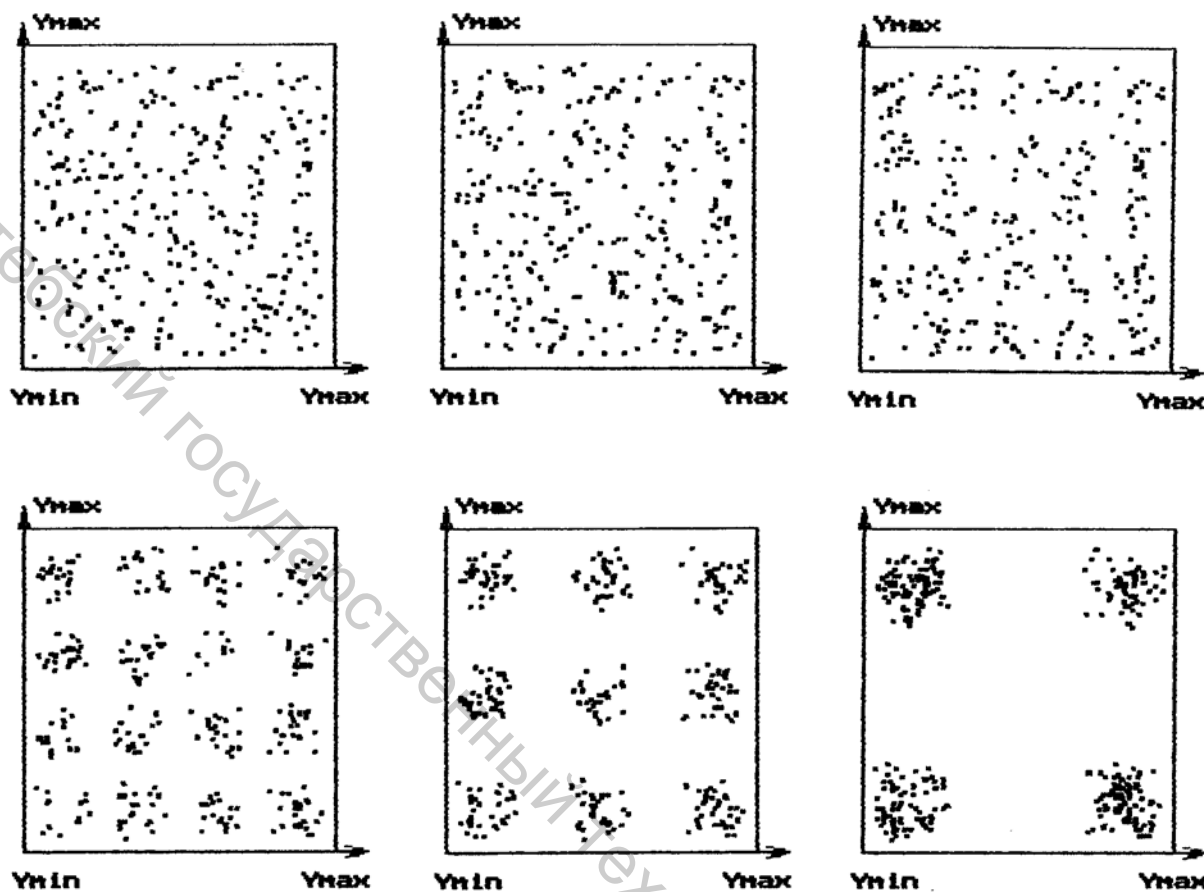


Рисунок 7.9 - Последовательность фазовых портретов системы (7.6) при $b_0=0$, $b_1=4$, $b_2=3$, $b_3=0.5$ и значениях числа k : а) $k=7$; б) $k=6$; в) $k=5$; г) $k=4$; д) $k=3$; е) $k=2$: на рисунках хорошо видно как по мере того, как фактор X_1 приобретает все более дискретный характер (за счет увеличения шага его квантования путем уменьшения величины k) точки на фазовом портрете системы образуют все более отчетливые кластеры; при этом два других фактора X_2 и X_3 сохраняют непрерывный характер изменения.

С практической стороны большой интерес представляет обратное утверждение о том, что кластеризация фазовых точек указывает на появление хотя бы одного фактора с дискретным характером действия. Естественно, такое утверждение нуждается в доказательстве. Тем не менее, не вызывает сомнения, что кластеризация фазовых точек в принципе может быть следствием появления фактора с дискретным характером действия, влияющего на технологическую систему. Как на примеры подобного рода факторов есть основания указать на такие явления, как люфты, возникающие в сочленениях элементов технических систем, или, например, различия в профессионализме работниц, обслуживающих одну и ту же зону трикотажных машин в последовательные рабочие смены, или переход

от одного режима работы вязального оборудования к другому и обратно при поочередном выпуске изделий разных видов и т.п., способные возникнуть по ходу функционирования технологической системы.

В качестве особо значимого в практическом отношении выступает вопрос об эволюции аттрактора технологической системы ввиду обусловленности им ее устойчивости, а значит управляемости и эффективности. Поэтому вид причинно-следственных связей в технологической системе, влияя на ее аттрактор, оказывается важным еще и принципиально, т.к. определяет качественные особенности текущих состояний системы, наблюдаемые при оперативном слежении за ней.

7.6 Дальнейшие исследования

В реальных технологических системах, обладающих нелинейными свойствами, могут проявляться эффекты, связанные с возникновением особого рода факторов, могущих влиять даже на такое фундаментальное свойство систем, как устойчивость. Главная особенность их в том, что они не связаны напрямую с физическими, техническими или какими бы то ни было иными источниками воздействий на состояние технологической системы. В то же время их действие вполне ощутимо, реально. В подавляющем большинстве случаев они не имеют названия и не всегда их можно различить на фоне действительных факторов. Однако без их учета картина причинно-следственных связей представляется далеко не полной, а подчас и не дающей возможности провести исчерпывающий анализ устойчивости системы. Поэтому на взгляд автора в затронутом направлении интерес представляют дальнейшие исследования. Они связаны, прежде всего, с изучением аттракторов технологических систем, на которые влияют факторы с дискретным характером изменения. При этом важным представляется зависимость оценки размерности аттрактора от параметров математической модели технологической системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Управление непрерывно усложняющимися технологическими системами в трикотажном производстве требует разработки новых подходов и стратегий их анализа, иных форм организации интеллектуального труда работников, действующих в интерактивном режиме с ЭВМ в человеко-машинных системах с развитой базой данных. Поиск таких подходов, по мнению автора, данной работы связан с анализом устойчивости систем. Как показывает современная теория устойчивости, нестационарные режимы функционирования в сочетании с нелинейными свойствами систем приводят к сложным формам их поведения. Обнаружение таких форм усиливает научное обоснование методов изучения и управления технологическими системами.

Очень вероятно, что в анализе технологических систем существует прочное место и для элементарной теории катастроф. Понятие устойчивости в этой теории связывается с сохранением большинства примечательных черт применяемых математических моделей и физической сохраняемостью этих черт. С ее позиций все устойчивое устойчиво настолько, чтобы быть повторно наблюдаемым, в связи с чем, оно должно быть структурно устойчивым [17]. В каком смысле понимать такую устойчивость зависит от исследователя. А это означает, что понятие устойчивости зависит как от возмущений, так и от типа эквивалентности состояний, который мы используем. Чем шире класс возмущений, тем грубее, по идее, будет понятие эквивалентности. Например, если различие между величинами оценивать простой разностью, то в качестве критерия эквивалентности может выступать равенство. Если же эти величины будут, например, оценками математических ожиданий характеристик системы, то различие между ними надо будет определять уже с помощью того или иного статистического критерия, и тогда типом эквивалентности таких величин будет статистическая однородность. Таким образом, устойчивость на семантическом уровне определяется фактически типом эквивалентности сменяющих друг друга состояний системы.

Подход с позиций элементарной теории катастроф обладает особенностью: эта теория указывает, что полезно искать, а не то, что мы обязательно должны увидеть [17]. Геометрия катастроф в анализе технологических систем в трикотажном производстве, по-видимому, играет свою роль, хотя и почти не изученную. Поэтому возможен и полезен синтез других подходов с представлениями об устойчивости.

В задачах, возникающих в производственной сфере, где многие из управляющих параметров неизвестны, данные наблюдений могут не выявлять убедительные образы катастроф. Здесь не поможет то или иное преобразование этих данных. Помочь может лишь лучшее понимание конкретной технологической ситуации, а также изменение состава группы фиксируемых показателей или даже ее численности. Но важно подчеркнуть, что если исходные данные позволяют обнаружить особенности поведения потенциала системы, которые естественно интерпретировать как катастрофы, то, значит, выбор параметров состояния и управления системы, в самом деле, был сделан удачно. Чтобы

проверить модель, следует получить с ее помощью предсказания и сравнить их с данными наблюдений. Именно это и было сделано в разделах 3.3 и 3.4 в отношении явления потери устойчивости в форме хаотизации состояния системы, а также множественности стационарных состояний. С помощью сконструированной модели удалось воссоздать условия (вполне реалистичные), в которых система теряет устойчивость не просто под влиянием внешних возмущений, а еще и вследствие внутренних перестроек, происходящих в ней в ходе ее функционирования.

Явления в технологических системах, связанные с устойчивостью, отнюдь нередки. В области трикотажного производства к ним отнесены потеря устойчивости поперечных колебаний нити при ее переработке на вязальных машинах, скачкообразные изменения отходов в процессе вязания, внезапный рост частоты обрывов нитей, хаотизация изменений параметров технологических систем, например, численности работающего оборудования, и показателей, характеризующих качество выпускаемого продукта, а также предложенную в этом исследовании модель бифуркации аттракторов технологических систем. Взгляд на перечисленные явления с позиций устойчивости позволяет обнаружить их общность и, что самое важное, позволяет размышлять о способах **извлечения** информации о состоянии технологических систем, ценной в отношении управления ими. Привлекательность предлагаемого подхода в том, что он позволяет объяснить и, более того, увидеть в ином свете самые привычные события в производственной сфере. Например, о чем могут говорить эпизодические, резкие возрастания величины отходов на стадии вязания, причины которых порой не совсем понятны? С общепринятых позиций - о кратковременной интенсификации действия каких-то факторов. С позиций теории катастроф - еще и об особенностях аттрактора системы, например, о его бифуркации, определяющей характер устойчивости. Ведь если бы притягивающее множество устойчивых состояний системы (т.е. аттрактор) не расщеплялось, то уровень внешних воздействий, при котором равновесное состояние системы теряет устойчивость, должен был быть более высоким, чем в случае бифуркации аттрактора. А это значит, что интенсивность действия сторонних факторов требовалась бы большей, и они вряд ли не оказались бы «бьющими в лицо». Отсюда следует, что с позиций теории катастроф выводы могут оказаться более содержательными, открывающими новый ракурс видения даже хорошо изученных систем.

В методическом отношении использованный подход отличается ростом объема необходимых вычислений. Однако по мере совершенствования вычислительной техники он обещает стать вполне естественным, и тогда использование его потенциальных возможностей уже не покажется такой целью, о которой говорят, что она прекрасно видна, но недостижима, как линия горизонта.

Литература

1. Риггс, Дж. Производственные системы: планирование, анализ, контроль / Дж. Риггс. – Москва : Прогресс, 1972. – 340 с.
2. Таран, В. А. Математические вопросы автоматизации производственных процессов / В. А. Таран, С. С. Брудник, Ю. Н. Кофанов. – Москва : Высшая школа, 1968. – 216 с.
3. Советский энциклопедический словарь / под ред. Прохорова А. М. – Москва : Советская энциклопедия, 1990. – 1632 с.
4. Математическая энциклопедия. В 5 т. Т. 5 / гл. ред. Виноградов И. М. – Москва : Советская энциклопедия, 1977–1985. – 1247.
5. ГОСТ 27.004–85. Надежность в технике. Системы технологические. Термины и определения. – Введ. 31.01.1985. – Москва : Государственный комитет по стандартам. – 14 с.
6. Управляющие вычислительные машины в АСУ технологическими процессами. В 2 т. Т. 1 / Под ред. Харрисона Т. – Москва : Мир, 1975. – 534 с.
7. Надежность и эффективность в технике : справочник. Т. 1. Методология, организация, терминология / под ред. Рембезы А. И. – Москва : Машиностроение, 1986. – 224 с.
8. Цитович, И. Г. Технологическое обеспечение качества и эффективности процессов вязания поперечновязанного трикотажа / И. Г. Цитович. – Москва : Легпромбытиздат, 1992. – 240 с.
9. Науменко, А. А. Определение числа игл, одновременно кулирующих нить на трикотажных машинах / А. А. Науменко, Л. М. Кукушкин // Товароведение и легкая промышленность : республиканский межведомственный сборник. – Минск : Высшая школа, 1982. – Вып. 9. – С. 137–140).
10. Севостьянов, А. Г. Применение теории случайных функций для анализа разнотолщинности капроновых чулок / А. Г. Севостьянов, А. А. Науменко // Известия ВУЗов. Технология текстильной промышленности. – 1978. – № 1. – С. 111–115.
11. Николис, Г. Познание сложного / Г. Николис, И. Пригожин. – Москва : Мир, 1990. – 342 с.
12. Томпсон, Дж. М. Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике / Дж. М. Т. Томпсон. – Москва : Мир, 1985. – 256 с.
13. Rossler, O. E. Continuous chaos – four prototype equations / Rossler O. E. – New York : Annals Academy of Sciences, 1979. – 376 p.
14. Арнольд, В. И. Теория катастроф / В. И. Арнольд. – Москва : Наука, 1990. – 128 с.
15. Якубович, В. А. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения / В. А. Якубович, В. М. Старжинский. – Москва : Наука, 1972. – 427 с.
16. Странные аттракторы : сборник статей / под ред. Синай Я. Г. и Шильникова Л. П. – Москва : Мир, 1981. – 237 с.
17. Постон, Т. Теория катастроф и ее приложения / Т. Постон, И. Стюарт. – Москва : Мир, 1980. – 608 с.

18. Баутин, Н. Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости / Н. Н. Баутин. – Изд. 1-е. – Москва : Наука, 1984. – 257 с.
19. Науменко, А. А. Оценка численности группы показателей, определяющих способность нитей к вязанию / А. А. Науменко : сборник научных трудов ВГТУ. – Витебск : УО «ВГТУ», 1996. – Ч. 1. – С. 48–50.
20. Науменко, А. А. Анализ устойчивости технологических систем в трикотажном производстве / А. А. Науменко // Вестник ВГТУ. – Витебск, 2001. – С. 73–76.
21. Лоллини, В. А. Оценка явлений в сердечно-сосудистой системе с позиций теории катастроф / В. А. Лоллини, А. А. Науменко, И. С. Авфероник // Актуальные проблемы современной медицины : сборник трудов ВГМУ. – Витебск : УО «ВГМУ», 1994. – Т. 2. – С. 237–241.
22. Подлазов, М. К. Организация труда и техническое нормирование в трикотажном производстве / М. К. Подлазов. – Москва : Легкая индустрия, 1973. – 273 с.
23. Джилмор, Р. Теория катастроф для ученых и инженеров / Р. Джилмор. – Москва : Мир, 1983. – 295 с.
24. Джилмор, Р. Прикладная теория катастроф. Т. 2 / Р. Джилмор. – Москва : Мир, 1984. – 67 с.
25. Воронов, А. А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость / А. А. - М.: 1979. – 328 с.
26. Марсен, Дж. Буфуркация рождения цикла и ее приложения / Дж. Марсен, М. Мак-Кракен. – Москва : Мир, 1980. – 317 с.
27. Науменко, А. А. Бифуркационные модели состояний равновесия и устойчивость технологических систем в трикотажном производстве / А. А. Науменко // Вестник ВГТУ. – Витебск, 1999. – С. 53–55.
28. Шенк, Х. Теория инженерного эксперимента / Х. Шенк. – Москва : Мир, 1972. – 256 с.
29. Седов, Л. И. Методы подобия и размерностей в механике / Л. И. Седов. – Москва : Наука, 1972. – 392 с.
30. Вапник, В. Н. Восстановление зависимости по эмпирическим данным / В. Н. Вапник. – Москва : Наука, 1979. – 448 с.
31. Parzen, E. On estimation of a probability density function and mode / E. Parzen // Ann. Math. Stat. – 1962. – 33, № 9. – P. 223–288.
32. Науменко, А. А. Статистические методы оценки качества: новые возможности / А. А. Науменко, И. С. Карпушко // Вестник ВГТУ. – Витебск, 2006. – Вып. 11. – С. 9–13.
33. Джонсон, Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных / Н. Джонсон, Ф. Лион. – Москва : Мир, 1980. – 610 с.
34. Афифи, А. Статистический анализ. Подход с использованием ЭВМ / А. Афифи, С. Эйзен. – Москва : Мир, 1982. – 488 с.
35. Дорохов, И. Н. Системный анализ процессов химической технологии / И. Н. Дорохов, В. В. Кафаров. – Москва : Наука, 1989. – 376 с.

36. Науменко, А. А. Применение адаптивных моделей для оценки технологической надежности нитей / А. А. Науменко // Новое в технике и технологии текстильной промышленности : тезисы докладов международной конференции. – Витебск : ВТИЛП, 1994. – С. 57.
37. Севостьянов, А. Г. Методы математического описания механико-технологических процессов текстильной промышленности / А. Г. Севостьянов. – Москва : Легкая индустрия, 1980. – 115 с.

Витебский государственный технологический университет

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

НАУМЕНКО Александр Александрович

МОНОГРАФИЯ

Редактор: Колоницкий Л. И.

Компьютерная верстка: Науменко А. А.

Технический редактор: Карпушенко И. С.

Подписано к печати 09.07.07. Формат 60х90 1/16. Усл. печ. лист 12,4.
Уч.-изд. лист 11,2. Печать ризографическая. Тираж 100 Заказ № 351.

Отпечатано на ризографе учреждения образования «Витебский государственный
технологический университет».

Лицензия № 02330/0133005 от 1 апреля 2004 г.

210035, Республика Беларусь, г. Витебск, Московский пр., 72.